Управляемые системы, ИМ,ИК СО АН СССР 1971 г. выпуск 9.
УДК.519.95.

СТАБИЛИЗАЦИЯ НЕУСТОЙЧИВОГО СТАЦИОНАРНОГО РЕЖИМА РЕАКТОРА С ПСЕВДООЖИЖЕННЫМ СЛОЕМ КАТАЛИЗАТОРА

В.Н.Орлик, В.И.Быков, Е.Л.Кричевская, Ю.Ш.Матрос

Работа в области неустойчивых стационарных режимов экзотермических процессов позволяет в несколько раз сократить величину необходимой поверхности теплообмена вследствие увеличения разности температур между слоем и хладоагентом [1] .

В работе [2] показано, что оптимальное по быстродействию управление реактором с организованным псевдоожиженным слоем, работающем в неустойчивом стационарном режиме, обеспечивает идеальный релейный регулятор. Одной из главных причин, вызывающих на практике ухудшение качества управления по сравнению с идеальным, является инерционность канала управления. В настоящей работе рассматривается вопрос оптимального в смысле быстродействия управления реактором с организованным псевдоожиженным слоем катализатора с учетом инерционности системы теплосъема. Учитывая, что переходные режимы в реакторе могут быть описаны моделью изотермического слоя идеального вытеснения, математическое описание нестационарного процесса при протекании одной экзотермической реакции первого порядка запишется так [3] :

$$\frac{d\theta}{dt'} = \varphi(\theta) - (\theta - \theta_x)\cdot\gamma - \theta + \theta_{\ell x} = f_1(\theta, \gamma), \qquad /1/$$

$$\frac{d\gamma}{dt'} = Au - B\gamma(\theta - \theta_x) = f_2(\theta, \gamma, u), \qquad /2/$$

где

$$A = \frac{4\alpha\cdot\beta\cdot\tau\,[r + c_x\cdot b\cdot T_0\,(\theta_x - \theta_{x0})]\cdot G_{max}}{\bar{\rho}\cdot d\cdot W\cdot C_p\cdot r};$$

$$B = \frac{4\alpha\cdot\beta\cdot\tau\cdot b\cdot T_0}{\bar{\rho}\cdot d\cdot r}; \quad \theta_{x0} = \frac{T_{x0} - T}{b\cdot T_0};$$

$$\varphi(\theta) = \Delta\theta_{ag}\cdot\left\{1 - \exp\left[-K\cdot\exp\left(\frac{\theta}{1+b\theta}\right)\right]\right\};$$

$$\theta_x = \frac{T_x - T_0}{b\cdot T_0}; \quad \theta = \frac{T - T_0}{b\cdot T_0}; \quad b = \frac{E}{RT_0}; \quad \Delta\theta_{ag} = \frac{\Delta T_{ag}}{bT_0}$$

$$K = K_0\exp\left(-\frac{E}{RT_0}\right); \quad \gamma = \frac{\alpha\cdot F}{WC_p}; \quad t' = \frac{t}{\beta\tau}; \quad \beta = \frac{C_k}{C_p}; \quad u = \frac{G_x}{G_{max}}.$$

$T_{вх}, T$ - температура на входе и выходе реактора; T_x - температура хладоагента; $\Delta T_{ад} = q \cdot \frac{C_o}{C_p}$ - адиабатический разогрев реакционной смеси; q - тепловой эффект реакции; $C_x, C_к, C_p$ - теплоемкость хладоагента, катализатора и реакционной смеси, соответсвенно; R -универсальная газовая постоянная; E - энергия активации; α - коэффициент теплопередачи от реакционной смеси к хладоагенту; F - поверхность теплообмена; W - расход реакционной смеси; t - время; $\tau_к$ - условное текущее время контакта; V_p - объем реакционного пространства; k_o - предэкспонента; T_o - опорная температура; r - теплота парообразования; T_{xo} - температура хладоагента на входе в теплообменник; $\bar{\rho}$ - средняя плотность кипящего хладоагента; d - диаметр трубок теплообменника; G_{max}, G_x - максимальный расход хладоагента и текущий, соответственно; $\tau_к = \frac{V_p}{W}$ - общее время контакта.

Рассмотрим задачу о быстрейшем переводе режима из какого-то начального состояния $\theta(t'=0) = \theta_o$; $\left.\frac{d\theta}{dt'}\right|_{t'=0} = \theta'_o$;

$$\gamma(t'=0) = \frac{\varphi(\theta_o) - \theta_o + \theta_{вх} - \theta'_o}{\theta - \theta_x} = \gamma_o ,$$

в заданное конечное неустойчивое стационарное состояние:

$$\theta(t'=t_к) = \theta_к ; \quad \left.\frac{d\theta}{dt'}\right|_{t'=t_к} = 0 ;$$

$$\gamma(t'=t_к) = \frac{\varphi(\theta_к) - \theta_к + \theta_{вх}}{\theta_к - \theta_x} = \gamma_к ,$$

причем на управление $u(t')$ наложены ограничения:

$$u_{min} \leq u(t') \leq u_{max} . \qquad /3/$$

Иначе говоря, мы будем решать задачу об оптимальном, в смысле быстродействия, переходном режиме с фиксированными левым и правым концами, предполагая при этом, что оптимальное управление существует.

Согласно принципа максимума [4] функция H в данном случае имеет вид:

$$H = f_1(\theta, \gamma) \cdot \varphi_1 + f_2(\theta, \gamma, u) \cdot \varphi_2 . \qquad /4/$$

Запишем систему уравнения для вспомогательных переменных φ_1 и φ_2 :

$$\frac{d\varphi_1}{dt'} = [1 + \gamma - \varphi'(\theta)] \cdot \varphi_1 + B \cdot \gamma \cdot \varphi_2 , \qquad /5/$$

$$\frac{d\varphi_2}{dt'} = (\theta - \theta_x) \cdot (\varphi_1 + B \cdot \varphi_2) . \qquad /6/$$

Функция $\varphi_2(t')$ может менять знак не более одного раза. Это можно показать, предполагая противное. Так как $(\theta - \theta_x) > 0$, из уравнения /6/ следует, что в какие-то моменты времени t'_1 и t'_2 $(t'_1 < t'_2)$

функция ψ_1 должна иметь разные знаки. Тогда в силу непрерывности сопряженных функций ψ_1 и ψ_2, должна существовать точка $t_3' \in (t_1', t_2')$, где $\psi_1(t_3') = 0$, т.е. согласно уравнению /5/: $d\psi_1/dt'\big|_{t'=t_3'} \geqslant 0$ в случае минимума функции $\psi_2(t') = \psi_2(t_3')$ и $\frac{d\psi_2}{dt'}\Big|_{t'=t_3'} \leqslant 0$ в случае максимума функции $\psi_2(t') = \psi_2(t_3')$. Это противоречит сопряженным уравнениям /5/ и /6/. Поскольку вектор-функция (ψ_1, ψ_2) должна быть ненулевой, то функция ψ_2 может обращаться в нуль только в точке, а не на отрезке. Требование максимума функции H дает:

$$u(t') = \begin{cases} u_{min}, & \text{если } \psi_2 > 0, \\ u_{max}, & \text{если } \psi_2 < 0. \end{cases}$$

Таким образом, оптимальное управление $u(t')$ является кусочно-постоянной функцией, принимающей значения u_{max}, u_{min} и имеющей не более двух интервалов постоянства.

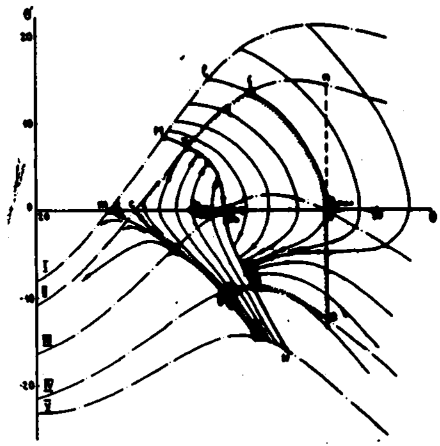
Интегрируя систему уравнений /I/, /2/ при различных начальных условиях и значениях $u(t') = u_{min}$, $u(t') = u_{max}$, можно получить семейство фазовых траекторий, характеризующих движение системы, когда управление принимает граничные значения /рис. /. Две фазовые полутраектории, проходящие через заданное конечное состояние системы $\theta = \theta_k;\ \gamma = \gamma_k;\ \frac{d\theta}{dt'} = 0$ /снизу при $u(t') = u_{min}$ $-N\theta_k$ и сверху при $u(t') = u_{max}$ $-M\theta_k$ /, образуют линию переключения $M\theta_k N$ - единственную фазовую траекторию, из описанного семейства, по которой можно попасть в желаемое состояние при одном из граничных управлений. Для построения линии переключения удобно воспользоваться методом "обратного" времени [5], используя подстановку $t' = t_k - \varepsilon$ в системе /I/, /2/. Процесс управления состоит из двух интервалов: первый зависит от положения начальной точки относительно линии переключения, а второй начинается в момент попадания изображающей точки на линию переключения $M\theta_k N$. В заданной конечной точке управление $u(t')$ принимает значение u_k, соответствующее параметру теплоотвода γ_k:

$$u_k = \frac{B \cdot \gamma_k\ (\theta - \theta_x)}{A}.$$

Так как другие траектории, удовлетворяющие принципу максимума, кроме вышеописанных, отсутствуют и из каждой точки фазовой плоскости исходит только одна такая траектория, ведущая в заданную точку $\theta = \theta_k$; $\frac{d\theta}{dt'} = 0$, то, исходя из предположения существования оптимальных траекторий, можно утверждать, что полученные фазовые траектории являются оптимальными.

Ограничения на фазовые координаты сужают область допустимых начальных, состояний, из которых регулирующая система, выполняющая алгоритм оптимального управления, может перевести объект в заданное конечное состояние.

Пусть параметр теплоотвода γ имеет ограничения $\gamma_{min} \le \gamma \le \gamma_{max}$, обусловленные конструктивными характеристиками реактора. Из рис. видно, что при определенных начальных условиях траектории движения



На рисунке приведен фазовый портрет оптимальной системы при :

$\theta_x=0$; $\Delta\theta_{aq}=50,0$; $\theta_k=25,5$; $\theta_x=15$; $K=10^{-6}$; $b=0,03$; $A=6$; $B=0,2$

Линии $\gamma=const$. I - 0 ; II - 0,5 = γ_{min} ; III - 1,6 = γ_k ; IV - 2,5 = γ_{max} ; V - 3.

системы будут содержать граничный участок CX ($\gamma=\gamma_{min}$) .Оптимальность траекторий, не содержащих граничных участков, показана выше. Покажем теперь, что траектории с граничным участком CX тоже оптимальные.Общим свойством траекторий,оптимальных по быстродействию, является то, что каждый ее участок является сам по себе оптимальным.В нашем случае участок bc является оптимальным,так как наискорейший выход на границу CX из точки b осуществляется по линии bc .

Действительно, если рассмотреть самостоятельную задачу быстрейшего попадания из точки b на границу CX $(\gamma(t_k)=\gamma_{min})$, то справедливость высказанного выше утверждения вытекает из условий трансверсальности, анализа сопряженной системы /5/, /6/ и неотрицательности функции H .Для такой оптимальной задачи с фиксированным левым /в нашем случае - $b(\theta_0', \theta_0)$/и частично свободным правым концами условие трансверсальности для системы сопряженных уравнений /5/, /6/ означает, что $\psi_1(t_k)=0$. Как и выше, методом от противного можно показать, что ψ_2 знакопостоянна, т.е. оптимальное управление $u(t')$ переключений не имеет и может принимать лишь граничное значение. Для рассматриваемого начального состояния b это значение равно u_{min} . Так как на оптимальной траектории $H>0$, а управление u_{min} переводит режим из состояния b на заданную кривую CX при $f_2<0$, то из уравнения /4/ следует, что

$\psi_2(t_k) < 0$. Если существует момент времени $t' \in (0, t'_k)$, где функция $\psi_2 = 0$ и $\psi_1 < 0$, то в силу непрерывности сопряженных функций ψ_1 и ψ_2 , $\frac{d\psi_1}{dt'} < 0$, а это противоречит уравнению /6/. Из уравнения /5/ следует, что в момент времени $t' = t'_k$ производная $d\psi_1/dt' < 0$, следовательно, если существует момент времени $t'_1 \in (0, t_k)$, где $\psi_1 < 0, \frac{d\psi_1}{dt'} > 0$,то обязательно будет иметь место момент времени $t'_2 \in (0, t'_k)$, где $\psi_1 = 0$, $\psi_2 < 0$, что противоречит уравнению /5/. Таким образом, можно утверждать, что в рассмотренной задаче наискорейшего попадания из состояния b на границу cx оптимальное управление $u(t')$ переключений не имеет и принимает граничное значение u_{min} . В силу того, что оптимальное управление при движении системы внутри области $bcfe$ является релейным с числом переключений не более единицы, сход с границы cx на оптимальной траектории происходит не раньше и не позже чем в точке x . Тем самым показана оптимальность траекторий $bcx\,\theta_k$.

Вследствие ограничения на параметр теплоотвода γ , область начальных условий, из которой возможен перевод системы в заданное состояние, ограничена линиями изогамм $\gamma = \gamma_{min}$ и $\gamma = \gamma_{max}$, а также фазовыми траекториями, проходящими через точки пересечения изогамм γ_{min} и γ_{max} с осью абсцисс при $u = u_{max}$ и $u = u_{min}$ соответсвенно. Если ограничения наложены на температуру в реакционной зоне $\theta_{min} \le \theta \le \theta_{max}$, то область управляемости ограничена фазовыми траекториями, проходящими через точки с координатами $\theta_{min}, \theta' = 0$ и θ_{max} , $\theta' = 0$. Из вышеприведенного рисунка, видно, что ограничение на параметр теплоотвода $\gamma' > \gamma_{min}$ уменьшает область допустимых начальных значений слева на величину $bmlfc$. Вследствие инерционности канала управления область управляемости уменьшается справа на величину $fn\,\theta_{max}$. Заштрихованная область на рисунке является областью начальных данных, из которой возможен перевод системы в требуемое конечное состояние θ_k , $\theta' = 0$ при наличии ограничений как на параметр теплоотвода γ , так и на максимальную температуру в реакционном объеме- θ_{max} . Полученные результаты можно использовать для определения основных конструктивных характеристик и синтеза системы автоматического управления реактором, работающим в неустойчивом стационарном режиме.Кроме того, сравнивая их с результатами, полученными в работе /2/, можно определить, насколько уменьшается область управляемости для реактора, в котором существенное влияние на динамические характеристики оказывает система теплосъема.

Поступила в редакцию 9.9.1971 г.

Литература

I. М.Г.Слинько, Г.М.Островский. Химическая промышленность, 3, I53, I962.

2. В.Н.Орлик, Ю.Ш.Матрос, Е.Л.Кричевская, В.И.Быков. Сб. "Управляемые системы", Новосибирск /в печати/.

3. Е.Л.Кричевская, Ю.Ш.Матрос, М.Г.Слинько. Сб."Управляемые системы", Новосибирск I970, вып. 6, стр. 76.

4. Л.С.Понтрягин, В.Г.Болтянский, Р.В.Гамкрелидзе, Е.Ф.Мищенко, Математическая теория оптимальных процессов. Физматгиз, I96I.

5. А.А.Фельдбаум, Основы теории оптимальных автоматических систем, Физматгиз, I963.