Управляемые системы, ИМ,ИК СО АН СССР 1971 г. выпуск 9.
УДК.62-501.12.

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ РЕАКТОРОМ С ПСЕВДООЖИЖЕННЫМ СЛОЕМ КАТАЛИЗАТОРА

В.Н.Орлик,Ю.Ш.Матрос,Е.Л.Кричевская,В.И.Быков

В псевдоожиженном слое катализатора со специальными внутренними устройствами режим близок к изотермическому; кроме того, из-за существенного улучшения массообмена между плотной фазой и пузырями, реакционный объем часто можно представить в виде объема идеального вытеснения по концентрациям реагирующих веществ. При этом может быть достигнута высокая эффективность процесса /1/. На практике желаемый стационарный режим может иметь высокую параметрическую чувствительность выходных параметров /температуры в зоне реакции, концентрации продукта/ к входным /температуре реакционной смеси на входе, температуре хладогента и т.д./, либо оказаться неустойчивым /2/ или обладать малым запасом устойчивости. В последнем случае даже незначительные отклонения какого-либо из параметров системы от равновесного приводят к затуханию химической реакции либо перегреву реактора. Реализовать такой процесс возможно, применяя систему автоматического управления, которая обеспечивала бы протекание технологического процесса в заданной небольшой окрестности желаемого режима при любых практически возможных отклонениях входных параметров от заданных. Целью настоящей работы является определение и анализ оптимального в смысле быстродействия управления каталитическим реактором с псевдоожиженным слоем катализатора.

Математическое описание нестационарного процесса при протекании одной необратимой экзотермической реакции первого порядка при давлении, близком к атмосферному, имеет вид /3/:

$$\frac{d\theta}{dt'} = \varphi(\theta) - (\theta - \theta_x)\gamma - \theta + \theta_{\text{вх}} = f(\theta), \qquad /1/$$

где

$$\varphi(\theta) = \Delta\theta_{ag}\left\{1 - exp\left[-K\,exp\left(\frac{\theta}{1+b\theta}\right)\right]\right\}$$

$$K = K_0 \cdot exp\left(-\frac{E}{RT_0}\right)\tau\ ; \quad b = \frac{RT_0}{E}\ ; \quad \Delta\theta_{ag} = \frac{\Delta T_{ag}}{RT_0^2/E}\ ;$$

$$\theta = \frac{T - T_0}{RT_0^2/E}\ ; \quad \theta_x = \frac{T_x - T_0}{RT_0^2/E}\ ; \quad \theta_{\text{вх}} = \frac{T_{\text{вх}} - T_0}{RT_0^2/E}\ ;$$

$$\gamma = \frac{\alpha \cdot F}{W C_p}\ ; \quad t' = \frac{t}{\beta \cdot \tau_\kappa}\ ; \quad \beta = \frac{C_\kappa}{C_p}\ .$$

$T_{\text{вх}}$, T – температура на входе и выходе реактора; T_x – температура хладогента; $\Delta T_{ag} = q \cdot \frac{C_0}{C_p}$ -адиабатический разогрев реакционной смеси; q – тепловой эффект реакции; C_κ, C_p – теплоемкость катализатора и реакционной смеси, соответственно; R – универсальная газовая постоянная; E - энергия активации; α - коэффициент теплопередачи от реакционной смеси к хладоагенту; F - поверхность теплообмена; W - расход реакционной смеси; t - время; τ -условное текущее время контакта; $\tau_к = \frac{V_p}{W}$ - общее время контакта; V_p - объем реакционного пространства; K_0 - предэкспонента; T_0 - опорная температура.

Реактор должен устойчиво работать в режиме, при котором безразмерная температура в зоне реакции $\theta = \theta_{опт}$. Пусть в начальный момент времени $t' = 0$ температура в реакторе $\theta = \theta_0$; требуется выбрать такое управление $u(t')$, которое обеспечивает оптимальный переходный процесс в смысле быстродействия, т.е. переводит режим в реакторе /температуру θ_0 / в заранее заданное состояние $\theta_{опт}$ за кратчайшее время.

Указанная задача возникает как при пуске реактора, так и при эксплуатации его, когда в результате тех или иных возмущений реактор переходит из заданного рабочего состояния, при котором температура равна $\theta_{опт}$, в какое-то другое состояние, определяемое безразмерной температурой θ_0 .

Для исследования траекторий движения системы надо определить действительные корни уравнения $f(\theta) = 0$. Значения этих корней определяют состояния равновесия. Уравнение $f(\theta) = 0$ решить в явном виде не удается, поэтому исследование траекторий движения системы рационально проводить с помощью вспомогательной фазовой диаграммы на плоскости $(\theta; d\theta/dt')$ /3/.

В работе /3/ показано, что рассматриваемая система имеет три состояния равновесия /с.р./. Так как функция $f(\theta)$ вблизи крайних с.р. меняет знак с плюса на минус при увеличении θ , то эти с.р. - устойчивы. В окрестности неустойчивого с.р. функция $f(\theta)$ должна изменять знак с минуса на плюс, что имеет место для среднего с.р. Так как правая часть уравнения /I/ является аналитической функцией от θ , определенной на отрезке $\theta_н \le \theta \le \theta_к$, где $\theta_н \div \theta_к$ - область возможных изменений температуры в реакторе, и имеет конечное число корней, то рассматриваемая динамическая система периодических движений не имеет /4/.

Зная состояния равновесия и их устойчивость, можно определить качественную картину возможных движений системы - топологическую структуру фазовой плоскости /рис. I/.

Как видно из уравнения /I/, связь между координатами θ и $d\theta/dt'$ зависит от параметра теплоотвода (γ) , температуры входящей реакционной смеси $(\theta_{бх})$, температуры хладоагента $(\theta_х)$, константы скорости реакции (K) . Очевидно, изменение того или иного параметра приведет к изменению характера движения системы. В общем случае топологическая структура будет претерпевать только количественные изменения и лишь при бифуркационных значениях какого-либо из параметров произойдут качественные изменения фазовых траекторий. Поскольку основными элементами, полностью определяющими качественную картину фазовых траекторий, являются состояния равновесия, то бифуркационными будут те значения параметров, при которых происходит изменение числа или характера состояний равновесия.

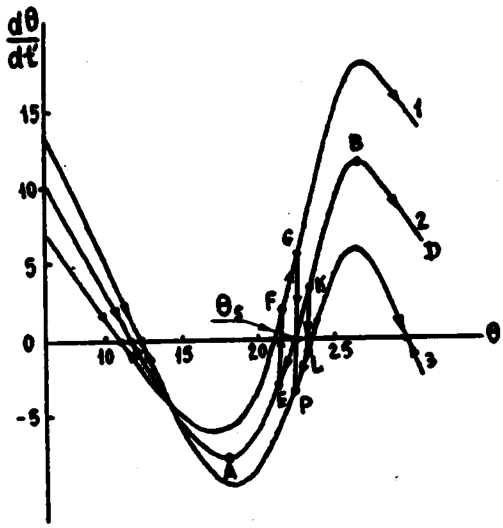

Рис. I Вспомогательная фазовая диаграмма.

$\Delta\theta_{aq}$ = 44,4; К = 10^{-6}; b = 0,03.

I - γ = 0,5; 2 - γ = 1,0; 3 - γ = 1,5.

Бифуркационные значения параметров можно найти из условия равенства нулю производной правой части уравнения /I/, т.е. $f'(\theta,\lambda)=0$, где λ - переменный параметр /4/.

В рассматриваемом случае, при бифуркационном значении какого--либо из парметров - $\theta_{bx}, \theta_x, \gamma, K$ происходит слияние одного из устойчивых крайних состояний равновесия с неустойчивым средним. При этом образуется негрубое с.р., которое при малейшем изменении бифуркационного значения параметра исчезает или распадается на два с.р.- - устойчивое и неустойчивое. Так, из рис. 2 видно, что при бифуркационном значении $\theta_x = \theta_{x\delta_1}$ происходит слияние нижнего устойчивого с.р. со средним неустойчивым; при этом образуется негрубое с.р., которое при дальнейшем увеличении параметра θ_x исчезает и система имеет единственное верхнее устойчивое с.р. В работе /3/ изучались переходные режимы в системе при нанесении ступенчатых возмущений по различным параметрам. Большая скорость развития переходных процессов, особенно в окрестности неустойчивых режимов, требует применения быстродействующего регулятора, обеспечивающего проведение технологического режима в узком температурном интервале.

Используя принцип максимума, найдем алгоритм управления, переводящий систему из положения $\theta = \theta_0$ при $t' = 0$ в положение $\theta = \theta_{опт}$

за минимальное время.

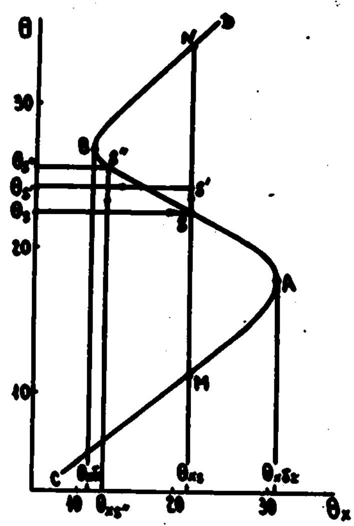

Рис. 2. Статическая характеристика: температура в реакторе-температура хладогента.
$\gamma = 1{,}0;\ \theta_{вх} = 0;\ \Delta\theta_{ад} = 44{,}4;\ K = 10^{-6};\ b = 0{,}03.$

В качестве управляющих воздействий рассмотрим поочередно: интенсивность теплоотвода, определяемую параметром γ, температуру хладогента θ_x и температуру входящей реакционной смеси $\theta_{вx}$. При этом учтем, что на управляющие воздействия наложены ограничения:

$$\gamma_{min} \le \gamma \le \gamma_{max}$$
$$\theta_{x\,min} \le \theta_x \le \theta_{x\,max} \qquad /2/$$
$$\theta_{вx\,min} \le \theta_{вx} \le \theta_{вx\,max}\ .$$

Для удобства обозначим регулирующее воздействие в общем случае через u. В нашем случае гамильтониан

$$H = \psi[\varphi(\theta) - \gamma(\theta - \theta_x) - \theta + \theta_{вx}], \qquad /3/$$

где ψ - сопряженная переменная.

Легко показать, что функция $\psi(t')$ знакопостоянная, следовательно, оптимальное управление u принимает значение u_{min} или u_{max}, и за время управления не меняет своего значения. Проведем оценку каждого из параметров γ, θ_x, $\theta_{вx}$ в качестве управляющего воздействия.

а/ Рассмотрим в качестве канала управления параметр теплоотвода γ. Из гамильтониана /3/ выпишем член, зависящий от γ:

$$H' = [-\gamma(\theta - \theta_x)]\cdot\psi = (\theta_x - \theta)\cdot\gamma\cdot\psi.$$

Так как $\theta > \theta_x$, то из первого условия принципа максимума, требующего, чтобы гамильтониан имел максимальное значение, следует:

$$\gamma(t') = \gamma_{max}\,, \quad \text{если } \varphi < 0\,;$$
$$\gamma(t') = \gamma_{min}\,, \quad \text{если } \varphi > 0\,.$$

Второе условие принципа максимума $(H \geqslant 0)$ выполняется, если:

$$\varphi(\theta_o) - \theta_o + \theta_{bx} - \gamma_{max}\cdot(\theta_o - \theta_x) \leqslant 0\,,$$
$$\varphi(\theta_o) - \theta_o + \theta_{bx} - \gamma_{min}\cdot(\theta_o - \theta_x) \geqslant 0\,.$$

То есть

$$\gamma(t') = \gamma_{max}\,, \quad \text{если } \theta_o > \theta_{onm}\,;$$
$$\gamma(t') = \gamma_{min}\,, \quad \text{если } \theta_o < \theta_{onm}\,.$$

Время перехода от θ_o к θ_{onm} конечно и минимально, если:

$$\gamma_{max} > \frac{\varphi(\theta_o) - \theta_o + \theta_{bx}}{\theta_o - \theta_x}\,, \qquad /4/$$

$$\gamma_{min} < \frac{\varphi(\theta_o) - \theta_o + \theta_{bx}}{\theta_o - \theta_x}\,. \qquad /5/$$

Процесс управления заканчивается, когда выполнены оба условия задачи оптимального управления, т.е. $\theta_o = \theta_{onm}$ и $d\theta/dt' = 0$. Поэтому оптимальный регулятор предельным регулирующим воздействием /γ_{min} или γ_{max} / переводит систему в положение $\theta = \theta_{onm}$ и в этот момент производит переключение с предельного значения управляющего воздействия на оптимальное (γ_{onm}) /рис. I/. Этим переключением достигается выполнение второго условия задачи - $d\theta/dt' = 0$. Оптимальное значение регулирующего параметра определяется из уравнения $f(\theta_{onm}) = 0$. Из него находим, что

$$\gamma_{onm} = \frac{\varphi(\theta_{onm}) - \theta_{onm} + \theta_{bx}}{\theta_{onm} - \theta_x}\,. \qquad /6/$$

Аналогично находим условия оптимального управления, при выполнении которых время перехода системы от θ_o к θ_{onm} и $d\theta/dt' = 0$ будет конечным и минимальным, если в качестве каналов управления использовать температуру хладогента θ_x или температуру входящей реакционной смеси θ_{bx}.

б/ При выборе в качестве канала управления - θ_x :

$$\theta_{x\,max} > \frac{(\gamma + 1)\cdot\theta_o - \theta_{bx} - \varphi(\theta_o)}{\gamma} \qquad /7/$$

$$\theta_x(t') = \theta_{x\,max}\,, \quad \text{если } \theta_o < \theta_{onm}$$

$$\theta_{x\,min} < \frac{(\gamma + 1)\theta_o - \theta_{bx} - \varphi(\theta_o)}{\gamma} \qquad /8/$$

$$\theta_x(t') = \theta_{x\,min}\,, \quad \text{если } \theta_o > \theta_{onm}$$

$$\theta_{x\,onm} = \frac{(\gamma + 1)\theta_{onm} - \theta_{bx} - \varphi(\theta_{onm})}{\gamma} \qquad /9/$$

$$\theta_x(t') = \theta_{x\,onm}\,, \quad \text{если } \theta_o = \theta_{onm}\,.$$

в/ При управлении по каналу - $\theta_{вx}$:

$$\theta_{вx\,max} > (\gamma+1)\cdot\theta_o - \gamma\cdot\theta_x - \varphi(\theta_o) \qquad /10/$$
$$\theta_{вx}(t') = \theta_{вx\,max}, \text{ если } \theta < \theta_{опт};$$

$$\theta_{вx\,min} < (\gamma+1)\theta_o - \gamma\,\theta_x - \varphi(\theta_o), \qquad /11/$$
$$\theta_{вx}(t') = \theta_{вx\,min}, \text{ если } \theta_o > \theta_{опт};$$

$$\theta_{вx\,опт} = (\gamma+1)\cdot\theta_{опт} - \varphi(\theta_{опт}) - \gamma\cdot\theta_x, \qquad /12/$$
$$\theta_{вx}(t') = \theta_{вx\,опт}, \text{ если } \theta_o = \theta_{опт}.$$

Неравенства /4,5,7,8,10,11/ позволяют определить, какие максимальные отклонения температуры в системе могут быть устранены регулирующим воздействием, изменяющимся в допустимых пределах. Невыполнение условий /4,5,7,8,10,11/ означает потерю управления. В этом случае только применением аварийных мер можно предотвратить затухание процесса или перегрев реактора.

Кроме полученных условий, для выбора наиболее эффективного канала управления удобно воспользоваться статистическими характеристиками, определяющими зависимость температуры в реакторе θ_S от значения какого-либо параметра в стационарном режиме. На рис. 2 показана статическая характеристика: температура в реакторе - температура хладогента. Она определяется из решения уравнения $f(\theta_s,\theta_x)=0$.

Участок АВ соответсвует неустойчивым состояниям равновесия, участки СА и ВД - устойчивым с.р. ; точки А и В соответсвуют бифуркационным значениям параметра θx. Рассмотрим качественно процесс управления режимом в неустойчивой области. Пусть требуется поддерживать температуру $\theta = \theta_S$ /рис. 2/. Любое незначительное возмущение нарушает равновесие системы, и температура в реакторе начинает возрастать /уменьшаться/, стремясь к значениям $N\,(M)$. Чтобы не допустить срыв режима, управляющее устройство должно изменить регулирующий параметр так, чтобы соответсвующее ему новое с.р. как бы "опередило" развивающийся процесс. Так, например, если в реакторе почему-либо увеличилась температура от равновесного значения θ_S до $\theta_{S'}$ /т.е. $f(\theta_{S'},\theta_{xS})>0$/, то для удержания режима в желаемой неустойчивой области необходимо θ_{xS} изменить до такого значения $\theta_{xS''}$, чтобы новое с.р. $\theta_{S''}$, соответсвующее $\theta_{xS''}$, было больше $\theta_{S'}$. Такое воздействие регулятора приведет к тому, что интенсивность тепловыделения окажется меньше интенсивности теплоотвода - это соответсвует изменению знака функции $f(\theta,\theta_x)$ на обратный, в следствие чего температура в реакторе будет уменьшаться. В момент равенства $\theta = \theta_S$ необходимо произвести переключение регулирующего параметра с $\theta_{xS''}$ на θ_{xS}.
На рис. 1 также показан описанный процесс:

$EFGQ_S$ - движение системы с регулятором при падении температуры в реакторе.

$KLP\theta_S$ - движение системы с регулятором при увеличении температуры в зоне реакции.

Как видно из рис. 2, чем круче участок неустойчивых с.р. АВ, тем интенсивнее можно воздействовать на температуру в реакторе, что очень важно при существенных ограничениях на управляющие воздействия. Сравнивая статические характеристики по различным параметрам для конкретного процесса, можно найти, какой из них рационально использовать в качестве канала управления.

В данной работе рассматривалась идеальная система, не учитывающая динамические характеристики измерительной схемы и регулятора. На практике может оказаться необходимым учесть эти факторы. В этом случае, полученный выше результат, может быть использован для оценки, насколько реальная система отличается от идеальной.

Поступила в редакцию 31.5.1971 г.

Литература

1.М.Г.Слинько, В.С.Шеплев. Кинетика и катализ, 11,2, 531, 1970.

2.М.Г.Слинько, Е.А.Иванов, Ю.Ш.Матрос, В.С.Шеплев, Сб. Управляемые системы, вып.2, стр.110, Новосибирск, 1970.

3. Е.Л.Кричевская, Ю.Ш.Матрос, М.Г.Слинько, Сб. Управляемые системы , вып.6, стр. 76, Новосибирск, 1970.

4. А.А.Андронов, А.А.Витт, С.Э.Хайкин, Теория колебаний, ГИФМЛ, М.,1959.

5. Л.С.Понтрягин, В.Г.Болтянский, Р.В.Гамкрелидзе, Е.Ф.Мищенко, Математическая теория оптимальных процессов, Физматгиз, 1961.