Управляемые системы, ИМ, ИК СО АН СССР 1969 г. выпуск 3.
УДК.519.3:51:62-50

К ВОПРОСУ ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРУКТУРЕ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ МОНОТОННО СТАБИЛИЗИРОВАННОЙ ИМПУЛЬСНОЙ СИСТЕМЫ

И.Е.Зубер /Ленинград/

В импульсной системе регулирования

$$x_{n+1}=Ax_n+Ru_n,\quad u_n=S^*x_n, \qquad /1/$$

заданы матрицы A, R.

Выводятся необходимые и достаточные условия того, что существует такая матрица $S=S(R)$, что пара матриц R и S обеспечивает монотонное убывание заданной положительно определенной квадратичной формы $Q(x)$ на любом решении системы /1/. Для матрицы R, удовлетворяющей полученным условиям, определяется общий вид парной ей матрицы S и оптимальный вид парной матрицы S^o, обеспечивающей максимальную скорость убывания формы $Q(x)$. Те же условия определяются для матрицы S и находится общий вид парной ей матрицы $R=R(S)$.

§ 1. Рассмотрим линейную импульсную систему регулирования, описываемую уравнениями:

$$x_{n+1}=Ax_n+Ru_n,\quad u_n=S^*x_n, \qquad /1.1/$$

где x - k - мерный вектор состояния системы, A - заданная $k\times k$ матрица с постоянными коэффициентами, u - p - мерный вектор управления, S -вещественная $k\times p$ матрица обратных связей; R - вещественная $k\times p$ матрица, характеризующая распределение управляющего воздействия в объекте.

Пусть $Q(x)$ - заданная, положительно определенная квадратичная форма от вектора состояния системы /1.1/:

$$Q(x)=x^*Hx. \qquad /1.2/$$

Согласно [1] будем говорить, что система /1.1/ - /1.2/ монотонно стабилизирована или что пара матриц S и R монотонно стабилизирует систему /1.1/ относительно формы /1.2/, если значения формы /1.2/ монотонно убывают на любом решении системы /1.1/.

Пусть p - минимальная размерность вектора управления, при которой система /1.1/ - /1.2/ может быть монотонно стабилизирована.[x/] Согласно [2], будем называть заданную $k\times p$ матрицу распределения управления R допустимой, если существует такая $k\times p$ матрица обратных связей S, что пара матриц S и R монотонно стабилизирует систему /1.1/ относительно формы /1.2/. Матрица $S=S(R)$ называется парной матрицей допустимой матрицы R. Аналогично определяется до-

---

x/ p - число неотрицательных собственных значений матрицы $C=A^*HA-H$ /см. [1] /.

пустимость матрицы обратных связей S и парность матрицы R .

В [2] выводились некоторые необходимые условия допустимости матриц S и R и необходимые и достаточные условия допустимости векторов s и r , соответствующих матрицам S и R для случая p = I, там же определялся частный вид отвечающих им парных векторов $r(s)$ и $s(r)$.

В настоящей статье формулируются необходимые и достаточные условия допустимости матриц R и S , определяется общий вид соответствующих парных матриц $S(R)$ и $R(S)$ и оптимальный вид парной матрицы $S(R)$, обеспечивающий /при заданной допустимой матрице R / максимальную скорость убывания квадратичной формы /I.2/.

Введем некоторые обозначения. Обозначим через C матрицу, определяемую равенством

$$C = A^*HA - H. \qquad /I.4/$$

Обозначим через P матрицу оператора проектирования на нуль-пространство матрицы $H^{1/2}R$.

$$P = J - H^{1/2}R(R^*HR)^{-1}R^*H^{1/2}. \qquad /I.5/$$

Тогда имеют место следующие теоремы, доказательства которых приведены в приложении.

ТЕОРЕМА I. Для того чтобы $k \times p$ матрица распределения управления R была допустимой, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие:

$$H - A^*H^{1/2}PH^{1/2}A > 0. \qquad /I.6/$$

ТЕОРЕМА 2. Пусть $k \times p$ матрица R допустима. Тогда общий вид парной $k \times p$ матрицы S задается формулой:

$$S = -A^*HR(R^*HR)^{-1} + U(R^*HR)^{-1/2}, \qquad /I.7/$$

где U - произвольная $k \times p$ матрица, удовлетворяющая неравенству:

$$C + UU^* - A^*H^{1/2}PH^{1/2}A < 0. \qquad /I.8/$$

ТЕОРЕМА 3. Пусть $\det C \neq 0$ Для того чтобы $k \times p$ матрица обратных связей S была допустимой, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие

$$S^*C^{-1}S > 0. \qquad /I.9/$$

ТЕОРЕМА 4. Пусть $k \times p$ матрица обратных связей S допустима. Тогда общий вид парной ей матрицы $R(S)$ задается равенством

$$R = (J + \lambda SS^* + SU)^{-1}(H^{1/2}DH^{-1/2} - A)(\lambda S + U), \qquad /I.10/$$

где λ - число, удовлетворяющее неравенству $\lambda \geqslant \lambda_0$ такому, что

$$-C + \lambda^0 SS^* > 0; \qquad /I.11/$$

U - произвольная $k \times p$ матрица, удовлетворяющая неравенству

$$-C + \lambda^0 SS^* - \frac{1}{\lambda^0} UU^* > 0; \qquad /I.12/$$

D - произвольная ортогональная $p \times p$ матрица.

Существование числа λ^0 , удовлетворяющего неравенству /I.II/, если имеет место неравенство /I.9/, показано в [3] .

Введем понятие оптимальности парной матрицы. Как было показано в [2], допустимость матрицы распределения управления R^0 означает, что матричное неравенство

$$K(R,S) = -C - SR^*HA - A^*HRS^* - SR^*HRS^* > 0^{*)} \qquad /1.13/$$

имеет решение $S(R^0)$ при $R = R^0$.

Обозначим множество таких решений через Γ

$$\Gamma(R_0) = \{S : K(R^0, S) > 0\}. \qquad /1.14/$$

Будем говорить, что $S^0 \in \Gamma(R^0)$ оптимальна, если для любого вектора x из пространства состояний выполняется условие

$$x^* K(R^0, S^0)x \leqslant x^* K(R^0, S)x.$$

ТЕОРЕМА 5. Пусть $k \times p$ матрица распределения управления R^0 допустима. Тогда оптимальная матрица обратных связей $S^0(R^0)$ задается формулой:

$$S^0 = -A^* HR^0 (R^{0*} HR^0)^{-1}. \qquad /1.15/$$

ЗАМЕЧАНИЕ. Для случая $p = 1$ результаты теорем 1 - 4, записанные в специальном базисе, совпадают с результатами работы [2].

§ 2. Примеры

Пример 1. Рассматривается одноконтурная схема /рис.1/,

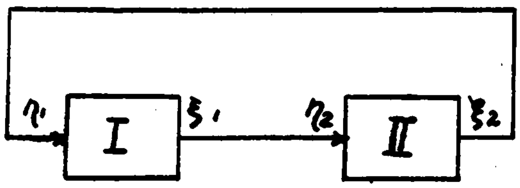

Рис. 1

описываемая уравнениями

$$T_i \xi_i^{n+1} + \alpha_i \xi_i^{(n)} = \eta_i^{(n)}, \quad i = 1, 2, \dots,$$

$$T_i^2 > \alpha_i^2,$$

$$\eta_1 = \xi_2, \quad \eta_2 = \xi_1.$$

Предположим, что система /2.1/ - /2.2/ не является монотонно стабилизированной относительно квадратичной формы выходных переменных

$$V = \sum_{i=1}^{2} \xi_i^2. \qquad /2.3/$$

Задача формулируется следующим образом: можно ли сделать систему /2.1/ - /2.3/ монотонно стабилизированной введением обратной связи /рис.2/

---

x/ K - матрица квадратичной формы $\Delta Q = Q(x_n) - Q(x_{n+1})$, где $Q(x)$ - форма, определяемая соотношением /1.2/.

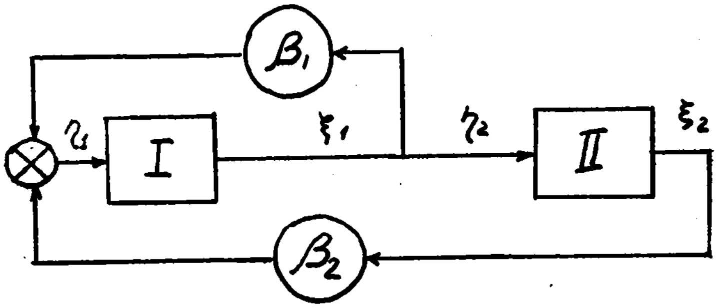

Рис. 2

следующего вида:

$$\eta_1 = \xi_2, \quad \eta_2 = \beta_1^{\prime}\xi_1 + \beta_2^{\prime}\xi_2, \qquad /2.4а/$$

или

$$\eta_1 = \beta_1^2\xi_1 + \beta_2^2\xi_2 . \qquad /2.4б/$$

Формулы /2.4/ показывают, что уравнения системы /2.I/ и /2.3/ остаются неизменными, изменяется только одно из уравнений входов /2.2/. Перепишем систему /2.I; 2.3; 2.4/ в матричном виде:

$$x_{n+1} = Ax_n , \qquad /2.5/$$

$$Q(x) = x^* H x . \qquad /2.6/$$

Уравнение искомой монотонной стабилизированной системы получается заменой в уравнении /2.5/ матрицы A на матрицу $B = A + RS^*$.

Условия совпадения одного из уравнений входов /2.2/ с новым уравнением входов /2.4а/ или /2.4б/ сводится к совпадению одной из строк у матриц A и B ; матрица RS^* имеет одну нулевую строку, и, следовательно, ее ранг не превосходит единицу.

Таким образом, поставленная задача свелась к задаче о допустимости вектора $R^* = |1 \ 0|$ для монотонной стабилизации системы /2.I; 2.3; 2.4а/ или допустимости вектора $R'^* = |0 \ 1|$ для монотонной стабилизации системы /2.I; 2.3; 2.4б/

Обратимся к теореме I и выпишем матрицу $M = J - A^*PA$, где P - матрица оператора проектирования на нуль-пространство вектора $R' = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}$

$$P = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} , \qquad M = \begin{vmatrix} 1 - \dfrac{\alpha_1^2}{T_1^2} & \dfrac{\alpha_1}{T_1^2} \\ \dfrac{\alpha_1}{T_1^2} & 1 - \dfrac{1}{T_1^2} \end{vmatrix} .$$

Согласно лемме 5 статьи [I] для положительной определенности матрицы M необходимо и достаточно выполнения двух условий:

$$1 - \frac{\alpha_1^2}{T_1^2} > 0, \qquad /2.7/$$

$$1-\frac{1}{T_1^2}-\left(\frac{\alpha_1}{T_1}\right)^2\cdot\left(1-\frac{\alpha_1^2}{T_1^2}\right)^{-1}>0. \qquad /2.8/$$

Условие /2.7/ выполняется в силу ограничений на параметры системы /2.I/.

Рассмотрим, какие ограничения следует наложить на параметры системы /2.I/, чтобы выполнялось условие /2.8/, т.е. чтобы вектор $R'=\begin{vmatrix}0\\1\end{vmatrix}$ был допустим. Очевидно, неравенство /2.8/ эквивалентно неравенству

$$T_1^2-1-\alpha_1^2>0. \qquad /2.9/$$

Следовательно, для того, чтобы система /2.I/ могла быть монотонно стабилизирована обратной связью вида /2.4б/, необходимо и достаточно, чтобы параметры системы удовлетворяли неравенству;

$$T_1^2-1>\alpha_1^2. \qquad /2.10/$$

Аналогично, для того, чтобы система могла быть монотонно стабилизирована обратной связью вида /2.4а/, необходимо и достаточно, чтобы параметры системы удовлетворяли неравенству:

$$T_2^2-1>\alpha_2^2. \qquad /2.11/$$

Пусть условие /2.IO/ выполнено. Определим коэффициенты β_1^2 и β_2^2. В силу теоремы I

$$S^*=\left|1-\beta_1^{(2)},\ \beta_2^{(2)}\right|$$

определяется соотношением

$$S=-A^*R=\begin{vmatrix}-\frac{1}{T_2}\\ \frac{\alpha_2}{T_2}\end{vmatrix}$$

Откуда следует $\beta_1^{(2)}=1+\frac{1}{T_2}$,

$$\beta_2^{(2)}=\frac{\alpha_2}{T_2}.$$

Если выполнено условие /2.II/, коэффициенты обратной связи $\beta_1^{(1)}$ и $\beta_2^{(1)}$ определяются аналогично.

Пример 2. Рассмотрим систему регулирования /рис.3/,

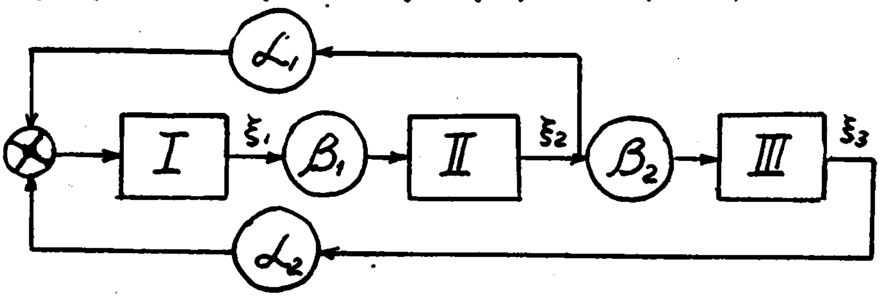

Рис. 3

описываемую разностными уравнениями

$$\xi_1^{(n+1)} = \eta_1,$$
$$\xi_2^{(n+1)} = \eta_2,$$
$$\xi_3^{(n+1)} = \eta_3, \qquad /2.12/$$

где

$$\eta_1 = \alpha_1 \xi_2^{(n)} + \alpha_2 \xi_3^{(n)},$$
$$\eta_2 = \beta_1 \xi_1^{(n)},$$
$$\eta_3 = \beta_2 \xi_2^{(n)}, \qquad /2.13/$$

$$\beta_1 > 1, \quad \alpha_1 > 1, \quad \alpha_1^2 + \beta_1^2 < 1. \qquad /2.14/$$

Предположим, что система /2.12/ - /2.14/ асимптотически устойчива, но не монотонно стабилизирована относительно квадратичной формы выходных переменных

$$V = \sum_{i=1}^{3} \xi_i^2 . \qquad /2.15/$$

Очевидно, сделанное предположение не противоречит условию/2.14/.

Определим обратные связи, монотонно стабилизирующие систему относительно формы /2.15/.

Перепишем систему /2.12/ - /2.15/ в матричном виде, положив

$$x = \begin{vmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{vmatrix}, \quad A = \begin{vmatrix} 0 & \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_1 & 0 & 0 \\ 0 & \beta_2 & 0 \end{vmatrix}, \quad H = \mathcal{I}_3 = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix},$$

$$x_{n+1} = A x_n \qquad V = x^* \mathcal{I}_3 x .$$

Выпишем матрицу $C = A^*A - \mathcal{I}_3$. В силу ограничений на параметры системы /2.14/, матрица C имеет 2 положительных собственных значения. Следовательно, матрица распределения управления R должна иметь ранг не меньше чем 2.

Матрица

$$R = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix}$$

является допустимой, согласно теореме 1, так как матрица

$$\mathcal{I} - A^*DA = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1-\beta_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

положительна в силу условий /2.14/.

Здесь

$$D = \mathcal{I} - R(R^*R)^{-1}R^* = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}.$$

Определим для матрицы R оптимальную парную матрицу $S^{\sigma}(R)$. Согласно теореме 5,

$$S^0 = -A^* R = -\begin{vmatrix} 0 & \beta_1 \\ \alpha_1 & 0 \\ \alpha_2 & 0 \end{vmatrix}$$

Пример 3. Пусть импульсная линейная система регулирования записана в матричном виде

$$x_{n+1} = A x_n , \qquad /2.16/$$

где

$$x = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n+3} \end{vmatrix} ,$$

а матрица A имеет вид:

$$A = \begin{vmatrix} 0 & \alpha_1 & \alpha_2 & \gamma_1 & \gamma_2 \ldots \gamma_k \\ \beta_1 & 0 & 0 & \delta_1 & \delta_2 \ldots \delta_k \\ 0 & \beta_2 & 0 & 0 & 0 \ldots 0 \\ & A_{k3} & & & A_{kk} \end{vmatrix} \qquad /2.17/$$

A_{k3}, A_{kk} - произвольные $k \times 3$ и $k \times k$ матрицы, соответственно, числа α_i и β_i удовлетворяют соотношению /2.14/, γ_i и δ_i произвольны.

Рассматривается система

$$x_{n+1} = A x_n + R u_n ,$$
$$u_n = S^* x_n , \qquad /2.18/$$

где матрица A определена равенством /2.17/, и ставится задача определения матриц R и S, обеспечивающих монотонное убывание квадратичной формы $V = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ на любом решении системы /2.18/.

Следует отметить, что в отличие от всех предыдущих примеров здесь рассматривается задача монотонной стабилизации системы относительно вырожденной квадратичной формы $Q(x) = x^* H x$:

$$H = \begin{vmatrix} I_3 & 0 \ldots 0 \\ 0 & \\ 0 & 0 \end{vmatrix} . \qquad /2.19/$$

Обозначим через B матрицу, определяемую соотношением:

$$B = A + R S^* . \qquad /2.20/$$

Как было показано в [I] при любом выборе матриц R и S матрица $D = B^* H B - H$, характеризующая убывание формы $Q(x)$, знакопеременна.

Запишем матрицы A, R, S, B в блочном виде, отвечающем разбиению /2.19/

$$A = \begin{vmatrix} A_{33} & A_{3k} \\ A_{k3} & A_{kk} \end{vmatrix} , \qquad R = \begin{vmatrix} R' \\ R'' \end{vmatrix} ,$$

$$S = \begin{vmatrix} S' \\ S'' \end{vmatrix} , \qquad B = \begin{vmatrix} B_{33} & B_{3k} \\ B_{k3} & B_{kk} \end{vmatrix} ,$$

где

$$B_{33} = A_{33} + R' S'^* ,$$
$$B_{3k} = A_{3k} + R' S''^* . \qquad /2.21/$$

Тогда соответствующие блочное разбиение матрицы D имеет вид:

$$D = \begin{vmatrix} B_{33}^* B_{33} - J_3 & B_{33}^* B_{3k} \\ B_{3k}^* B_{33} & B_{3k}^* B_{3k} \end{vmatrix} .$$

Очевидно, необходимым условием того, что матрица D положительна, является выполнение равенства $B_{3k} = 0$, что в силу /2.2I/ означает

$$A_{3k} = - R' S''^* . \qquad /2.22/$$

Предположим, что матрицы R' и S'' выбраны так, что имеет место /2.22/. Тогда матрица D квазидиагональна, и требование монотонного убывания формы $V(x)$ на любом решении системы /2.18/ сводится к требованию

$$B_{33}^* B_{33} - J_3 < 0. \qquad /2.23/$$

Распишем подробнее последнее неравенство

$$A_{33}^* A_{33} - J + S' R' A_{33}^* + A_{33}^* R' S'^* + S' R'^* R' S'^* < 0. \qquad /2.24/$$

Ранг матрицы A_{3k} равен 2.

Равенство /2.22/ определяет матрицу R' ранга 2 вида

$$R' = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \sigma$$

где σ - 2×2 произвольная невырожденная матрица.

Очевидно, что выбор матрицы σ не влияет на допустимость матрицы R' относительно неравенства /2.24/. Согласно примеру 2, матрица R' допустима для неравенства /2.24/ и ей отвечает парная оптимальная матрица

$$S' = - \begin{vmatrix} 0 & \beta_1 \\ \alpha_1 & 0 \\ \alpha_2 & 0 \end{vmatrix}$$

Матрица S'' при $\sigma = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ определяется равенством:

$$S''^* = \begin{vmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 & \dots & \gamma_k \\ \delta_1 & \delta_2 & \dots & \delta_k \end{vmatrix} .$$

Матрица R'' произвольна.

Отметим, что рассматриваемая система после введения управления разбивается на 2 изолированные системы /см. рис. 4/:

$$\xi_1^{(n+1)} = \eta_1 , \quad \xi_2^{(n+1)} = \eta_2 ; \quad \frac{1}{\beta_2} \cdot \xi_3^{(n+1)} = \eta_3 ,$$

$$\eta_1 = 0 ; \qquad \eta_2 = 0 ; \qquad \eta_3 = \xi_2^{(n)} .$$

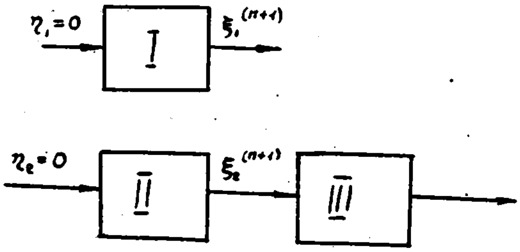

Рис. 4

Приложение. Доказательства теорем I - 5

Доказательства теоремы I и теоремы 2 проводим одновременно.

Перепишем неравенство /I.13/ в виде:

$$-C-(S\Lambda^{\frac{1}{2}}+F\Lambda^{-\frac{1}{2}})(S\Lambda^{\frac{1}{2}}+F\Lambda^{-\frac{1}{2}})^*+F\Lambda^{-1}F^*>0, \qquad /1/$$

где

$$\Lambda=R^*HR, \quad F=A^*HR. \qquad /2/$$

Необходимость. Пусть неравенство /I/ выполнено, тогда в силу /2/ справедливо соотношение

$$-C+F\Lambda^{-1}F^*>0.$$

Последнее неравенство с учетом обозначений /2/ может быть записано в виде

$$H-A^*H^{\frac{1}{2}}(J-H^{\frac{1}{2}}R(R^*HR)^{-1}R^*H^{\frac{1}{2}})H^{\frac{1}{2}}A>0, \qquad /3/$$

что эквивалентно неравенству /I.6/.

Покажем, что $P=J-H^{\frac{1}{2}}R(R^*HR)^{-1}R^*H^{\frac{1}{2}}$ есть матрица оператора проектирования на нуль-пространство матрицы $H^{\frac{1}{2}}R$. Вводя обозначение $H^{\frac{1}{2}}R=Z$, рассмотрим $k\times k$ матрицу $N=Z(Z^*Z)^{-1}Z^*$ ранга, очевидно, равного p. Непосредственной проверкой убеждаемся, что матрица N имеет p собственных значений, равных единице, которым отвечают собственные векторы вида Zb, где b - произвольный p-мерный вектор, остальные $k-p$ собственных значений матрицы N равны нулю. Следовательно, равенство $(J-N)x=x$ имеет место тогда и только тогда, когда x принадлежит нуль-пространству матрицы Z.

Достаточность. Пусть $k\times p$ матрица R удовлетворяет условию /I.6/. В силу правой части неравенства /I/, матрица R удовлетворяет неравенству /I/, если выполнено соотношение $S\Lambda^{\frac{1}{2}}+F\Lambda^{-\frac{1}{2}}=U$, где U удовлетворяет неравенству /I.8/. Возвращаясь к исходным обозначениям, получаем формулу /I.7/.

Таким образом, теоремы I и 2 доказаны.

Доказательство теоремы 3 и теоремы 4 проводим одновременно.

Необходимость. Пусть имеет место неравенство /I.13/. Тогда необходимо выполняется условие

$$-C - SF^{*} - FS^{*} > 0. \qquad /4/$$

Как показано в [3], для выполнения неравенства /4/ необходимо и достаточно, чтобы имело место условие

$$S^{*}C^{-1}S > 0. \qquad /5/$$

ДОСТАТОЧНОСТЬ. Как показано в [I] взаимно однозначное соответствие между парой матриц (S, R), удовлетворяющих неравенству /I.I3/, и парой матриц (S_1, R_1), удовлетворяющих неравенству:

$$C + S_1 R_1^{*} + R_1 S_1^{*} < 0, \qquad /6/$$

задается следующими равенствами:

$$S = S_1, \qquad /7/$$

$$R = (J + S_1 R_1^{*})^{-1}(H^{-\frac{1}{2}} D H^{\frac{1}{2}} - A^{*}) R_1. \qquad /8/$$

Следовательно, матрица S_1 удовлетворяет неравенству $S_1^{*}C^{-1}S_1 > 0$, а парная ей матрица R_1 имеет вид:

$$R_1 = -\lambda S_1 + U, \qquad /9/$$

где условия на число λ и матрицу U сформулированы теоремой 4.

В силу равенства /7/ выполнение неравенства /5/ является достаточным условием для допустимости матрицы S. Подставляя выражение для матрицы R_1 из равенства /9/ в равенство /8/, получаем общий вид парной матрицы R, совпадающей с формулой /I.I0/.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ 5. Пусть R^{0} - допустимая $k \times p$ матрица и $S \in \Gamma(R^{0})$. Перепишем неравенство /I/ в виде:

$$K(R^{0}, S) = -C - (S\Lambda^{\frac{1}{2}} + F^{0}\Lambda^{-\frac{1}{2}})(S\Lambda^{\frac{1}{2}} + F^{0}\Lambda^{-\frac{1}{2}})^{*} + F^{0}\Lambda^{-1}F^{0*} > 0.$$

Пусть S^{0} удовлетворяет условию $S^{0} = -F^{0}\Lambda^{-1}$.

Тогда $K(R^{0}, S^{0}) = -C + F^{0}\Lambda^{-1}F^{0*} > K(R^{0}, S)$ для всех $S \in \Gamma(R^{0})$.

Поступила в редакцию 23.6.I969г.

Л и т е р а т у р а

I. И.Е.Зубер, О монотонной стабилизации линейных импульсных систем регулирования, Автоматика и Телемеханика, № 3, I968.

2. И.Е.Зубер, О структуре обратных связей монотонно стабилизированной импульсной системы, Автоматика и Телемеханика, № 2, I969.

3. И.Е.Зубер, Е.Д.Якубович, Об одной математической задаче линейной теории управления. Математические заметки, I969 /в печати/

4. Ф.Р.Гантмахер, Теория матриц. Изд-во "Наука", I9[illegible].

Работа доложена на Всесоюзной конференции по теоретической кибернетике /Новосибирск, I969/.