Управляемые системы, ИМ СО АН СССР 1978 г., выпуск 17.
УДК.519.1

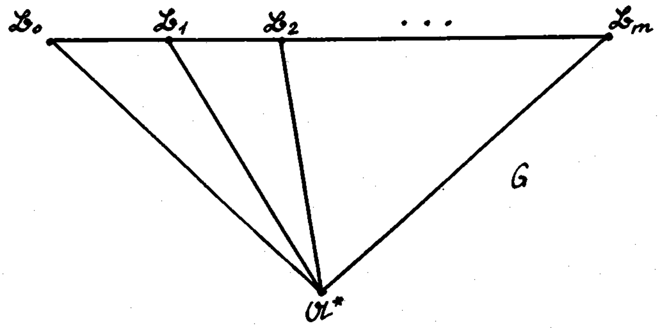
ОПТИМИЗАЦИЯ ОБСЛУЖИВАНИЯ СТРОИТЕЛЬСТВА ЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ

С.В.Севастьянов

В настоящей работе исследуется оптимизационная задача, которую можно рассматривать как обобщение транспортной задачи на сети специального вида. Задача возникла в связи с исследованием проблемы оптимизации транспортного обслуживания строительства БАМ. Первая попытка моделирования подобного процесса была предпринята в работе [1] . Предлагаемая в настоящей работе модель обслуживания строительства является очередным приближением к реальной ситуации. Есть основание полагать, что описанный ниже метод решения данной задачи в целом применим для решения аналогичных задач оптимизации обслуживания строительства линейных объектов.

§ 1. Постановка задачи

В рассматриваемой транспортной задаче /1/ имеется один пункт производства $\mathcal{A}^*$ и множество пунктов потребления, образующее на плоскости с метрикой непрерывный однопараметрический (линейный)объект $\mathcal{O}$, называемый в дальнейшем магистралью. Некоторые точки магистрали $\mathcal{L}_i$ являются вершинами транспортной сети G . Последняя представлена на рисунке (магистраль изображается цепью $\mathcal{L}_0, \mathcal{L}_1, \ldots, \mathcal{L}_m$) .



На множестве точек магистрали $\{\mathcal{L}\}$ задан параметр $X(\mathcal{L})$, равный длине отрезка магистрали от точки $\mathcal{L}_0$ до точки $\mathcal{L}$. Задана также функция плотности потребления $\rho(x)$.

В задачу введен параметр-время, так что весь поток грузов (притекающий к вершинам $\mathcal{L}_i$ из пункта $\mathcal{A}^*$ и распределяемый затем вдоль магистрали с плотностью $\rho(x)$)разбивается на T последовательных потоков, технологически увязанных друг с другом. Для каждого шага $t=\overline{1,T}$ транспортная сеть имеет свои параметры, которые мы можем выбирать из некоторого допустимого (конечного) множества. Более конкретно, каждое ребро $(\mathcal{U}^*, \mathcal{L}_i)$ может иметь одну из β_i категорий, j-я категория ребра $(\mathcal{U}^*, \mathcal{L}_i)$ характеризуется тремя параметрами:

C_j^i – (шаговая) пропускная способность,

$Э_j^i$ – стоимость единичного потока,

S_j^i – стоимость категории.

Каждое ребро $(\mathcal{L}_{i-1}, \mathcal{L}_i)$ также может иметь несколько различных категорий, изменяющихся по шагам; но в отличие от ребер $(\mathcal{U}^*, \mathcal{L}_i)$ это изменение строго детерминировано, так что на шаге t ребро $(\mathcal{L}_{i-1}, \mathcal{L}_i)$ характеризуется заранее известными параметрами:

$\bar{C}_t^i$ – пропускной способностью и

$\bar{Э}_t^i$ – стоимостью единичного потока на единичном расстоянии.

Грузопоток должен удовлетворять следующим технологическим ограничениям:

I. Поток, протекающий по какому-либо ребру $(\mathcal{U}^*, \mathcal{L}_i)$, распределяется в течение всего периода времени вдоль некоторого отрезка магистрали $\mathcal{O}_i = (\mathcal{L}_i^1, \mathcal{L}_i^2)$ такого, что если $\mathcal{O}_i \neq \phi$, то $\mathcal{L}_i \in \mathcal{O}_i$.

II. Для любых i,j $(i \neq j)$ имеет место $\mathcal{O} = \bigcup_{i=0}^{m} \bar{\mathcal{O}}_i$ и $\mathcal{O}_i \cap \mathcal{O}_j = \phi$, где $\bar{\mathcal{O}}_i$ – замыкание отрезка $\mathcal{O}_i$;

III. Для любых $i=\overline{0,m}$, $t=\overline{1,T}$ поток t-го шага ребра $(\mathcal{U}^*, \mathcal{L}_i)$ распределяется вдоль отрезков магистрали $\mathcal{O}_{it}^1 = (\mathcal{L}_{it}^1, \mathcal{L}_{i,t-1}^1)$ и $\mathcal{O}_{it}^2 = (\mathcal{L}_{i,t-1}^2, \mathcal{L}_{it}^2)$, где $\mathcal{L}_{i0}^1 = \mathcal{L}_{i0}^2 = \mathcal{L}_i$, $\mathcal{L}_{iT}^1 = \mathcal{L}_i^1$, $\mathcal{L}_{iT}^2 = \mathcal{L}_i^2$,
$X(\mathcal{L}_{iT}^1) \leq X(\mathcal{L}_{i,T-1}^1) \leq \ldots \leq X(\mathcal{L}_{i0}^1) = X(\mathcal{L}_{i0}^2) \leq \ldots \leq X(\mathcal{L}_{iT}^2)$;

IV. Для любых $i=\overline{0,m}$, $t=\overline{1,T}$ и любой точки $\mathcal{L} \in (\mathcal{L}_{it}^1, \mathcal{L}_i]$ должно выполняться ограничение на пропускную способность ребра $(\mathcal{L}_{k-1}, \mathcal{L}_k)$, если $\mathcal{L} \in (\mathcal{L}_{k-1}, \mathcal{L}_k]$:

$$\int\limits_{X(\mathcal{L}_{it}^1)}^{\min(X(\mathcal{L}_{i,t-1}^1),\, X(\mathcal{L}))} \rho(x)dx \leq \bar{C}_t^k .$$

Аналогично для любой точки $\mathcal{L} \in [\mathcal{L}_i, \mathcal{L}_{it}^2)$, если $\mathcal{L} \in [\mathcal{L}_{k-1}, \mathcal{L}_k)$, то

$$\int\limits_{\max(X(\mathcal{L}_{i,t-1}^2),\, X(\mathcal{L}))}^{X(\mathcal{L}_{it}^2)} \rho(x)dx \leq \bar{C}_t^k .$$

Наконец, если ребро $(\mathcal{U}^*, \mathcal{L}_i)$ на шаге t имело категорию $\pi(i,t)$, то

$$\int\limits_{X(\mathcal{L}^1_{it})}^{X(\mathcal{L}^1_{i,t-1})} \rho(x)dx + \int\limits_{X(\mathcal{L}^2_{i,t-1})}^{X(\mathcal{L}^2_{it})} \rho(x)dx \leqslant C^i_{\pi(i,t)} .$$

У. Для каждого ребра $(\mathcal{L}_{k-1}, \mathcal{L}_k)$, $k=\overline{1,m}$, указан директивный срок $T_k \in \{1,2,\ldots,T\}$ такой, что если

$$k \leqslant i \ \& \ X(\mathcal{L}^1_i) < X(\mathcal{L}_k),$$

то необходимо

$$X(\mathcal{L}^1_{i,T_k}) \leqslant max\,(X(\mathcal{L}^1_i), X(\mathcal{L}_{k-1})),$$

а если $k > i \ \& \ X(\mathcal{L}^2_i) > X(\mathcal{L}_k)$, то должно выполняться

$$X(\mathcal{L}^2_{i,T_k}) \geqslant min\,(X(\mathcal{L}^2_i), X(\mathcal{L}_{k+1})).$$

Изменение категорий ребер $(\mathfrak{A}^*, \mathcal{L}_i)$ должно удовлетворять следующему ограничению:

УI. Если на шаге t ребро $(\mathfrak{A}^*, \mathcal{L}_i)$ имело категорию j, то на шаге $(t+1)$ оно может иметь категорию j либо $(j+1)$. На шаге I каждое ребро имеет I-ю категорию.

Решение задачи состоит в выборе допустимого разбиения магистрали $P=\{\mathcal{L}^z_{it} \,/\, i=\overline{0,m};\ t=\overline{0,T};\ z\in\{1,2\}\}$ и допустимого набора категорий ребер $(\mathfrak{A}^*, \mathcal{L}_i)$: $\Pi=\{\pi(i,t)\,/\,i=\overline{0,m};\ t=\overline{1,T}\}$, минимизирующих целевой функционал:

$$f(P,\Pi) = \sum_{i=0}^{m}\sum_{t=2}^{T}\alpha^{t-2}(S^i_{\pi(i,t)} - S^i_{\pi(i,t-1)})+$$

$$+\sum_{i=0}^{m}\sum_{t=1}^{T}\alpha^{t-1}\Big(\int\limits_{X(\mathcal{L}^1_{it})}^{X(\mathcal{L}^1_{i,t-1})}\rho(x)\int\limits_{X}^{X(\mathcal{L}_i)}\bar{\mathfrak{Z}}_t(Y)dydx + \int\limits_{X(\mathcal{L}^2_{i,t-1})}^{X(\mathcal{L}^2_{it})}\rho(x)\int\limits_{X(\mathcal{L}_i)}^{X}\bar{\mathfrak{Z}}_t(y)dydx+$$

$$+ (\mathfrak{Z}^i_{\pi(i,t)}+\mathfrak{Z}^*(X(\mathcal{L}_i)-X(\mathcal{L}^1_{it})))\int\limits_{X(\mathcal{L}^1_{it})}^{X(\mathcal{L}^1_{i,t-1})}\rho(x)dx +$$

$$+ (\mathfrak{Z}^i_{\pi(i,t)}+\mathfrak{Z}^*(X(\mathcal{L}^2_{it})-X(\mathcal{L}_i)))\int\limits_{X(\mathcal{L}^2_{i,t-1})}^{X(\mathcal{L}^2_{it})}\rho(x)dx\Big), \qquad /I/$$

где $\bar{\mathfrak{Z}}_t(y)$ - функция, определенная на отрезке $[0, X(\mathcal{L}_m)]$:

$$\bar{\mathfrak{Z}}_t(y) = \begin{cases} \bar{\mathfrak{Z}}^i_t & \text{при } y\in(X(\mathcal{L}_{i-1}), X(\mathcal{L}_i)] , \\ \bar{\mathfrak{Z}}^1_t & \text{при } y=0, \end{cases}$$

α - константа (коэффициент дисконтирования, $\alpha<1$),

$\mathfrak{Z}^*$ - константа (коэффициент удельных капитальных затрат на подвижной состав).

Ввиду того, что задача I, изложенная выше, представляет определенные трудности для решения, сделаем дополнительные упрощающие предположения.

УП. Для любого $i=\overline{1,m}$

$$\int\limits_{X(\mathcal{B}_{i-1})}^{X(\mathcal{B}_i)} \rho(x)dx = hl_i,$$

где h - константа, а l_i - целое неотрицательное число.

УШ. На магистрали $\mathcal{O}$ введем ε-сеть $Z_h=\{\xi_i\}_{i=\overline{0,N}}$, такую что:

а) $X(\xi_i) < X(\xi_j)$ при $i<j$;

б) $\{\mathcal{B}_i\}_{i=\overline{0,m}} \subset Z_h$;

в) для любого $i=\overline{1,N}$

$$\int\limits_{X(\xi_{i-1})}^{X(\xi_i)} \rho(x)dx = \begin{cases} 0, & \text{если для некоторого } K \text{ верно} \\ & \xi_{i-1}=\mathcal{B}_{K-1} \,\&\, \xi_i=\mathcal{B}_K \,\&\, l_K=0; \\ h & \text{- в противном случае.} \end{cases}$$

Тогда для любых $i=\overline{0,m}$, $t=\overline{1,T}$, $z\in\{1,2\}$ выполняется

$$\mathcal{B}_{it}^z \in Z_h,$$

что эквивалентно условию $P\subset Z_h$

Дополнительные предположения УП,УШ позволяют делать множество допустимых разбиений P конечным и,таким образом,решать поставленную задачу /2/ методами дискретной математики.

§ 2. Алгоритм решения задачи 2

Введя новые функционалы f_{it}, запишем функционал f в виде

$$f(P,\Pi) = \sum_{i=0}^{m}\sum_{t=1}^{T} f_{it}(P,\Pi) \qquad /2/$$

(содержание функционалов f_{it} нетрудно установить из формулы /I/). Кроме того, будем обозначать

$$P_{it} = \{\mathcal{B}_{is}^z \mid s=\overline{0,t};\ z\in\{1,2\}\},$$

$$\Pi_{it} = \{\pi(i,s) \mid s=\overline{1,t}\},$$

$$f_i^t(P_{it},\Pi_{it}) = \sum_{s=1}^{t} f_{is}(P,\Pi). \qquad /3/$$

Поскольку при любых i, s функционал f_{is} зависит только от параметров подрасписаний P_{is}, Π_{is}, то

$$f_i^t(P_{it},\Pi_{it}) = f_i^{t-1}(P_{i,t-1},\Pi_{i,t-1}) + f_{it}(P_{it},\Pi_{it}). \qquad /4/$$

Кроме того, из /2/ и /3/ следует

$$f(P,\Pi) = \sum_{i=0}^{m} f_i^T(P_{iT},\Pi_{iT}). \qquad /5/$$

Подрасписание (P_{it},Π_{it}) расписания (P,Π) при фиксированных значениях параметров

$$\mathcal{L}_{it}^1 = \xi_\ell,\quad \mathcal{L}_{it}^2 = \xi_r,\quad \pi(i,t)=\kappa \qquad /6/$$

будем обозначать $(P_{it}^{\ell r},\Pi_{it}^{\kappa})$.

Нетрудно видеть, что при фиксации параметров /6/ переменные подрасписания (P_{it},Π_{it}) не связаны ни одним из ограничений I–УШ с остальными переменными расписания (P,Π) (это свойство независимости будем обозначать $(*)$). Таким образом, используя соотношения /4/, /5/, мы можем получить следующие рекуррентные соотношения для вычисления оптимального значения функционала f (признак оптимальности расписания будет фиксироваться волной сверху) :

$$f(\tilde P,\tilde\Pi) = \min_{Y\in\mathcal{D}} \sum_{i=0}^{m} f_i^T(\tilde P_{iT}^{\ell_i r_i},\tilde\Pi_{iT}^{\kappa_i}), \qquad /7/$$

где $Y=\left\{y_i \,/\, i=\overline{0,m},\ y=\{\ell,r,\kappa\}\right\}$, а принадлежность множеству $\mathcal{D}$ означает выполнение ограничений I,П,УI при условии

$$\mathcal{L}_{iT}^1 = \xi_{\ell_i},\quad \mathcal{L}_{iT}^2 = \xi_{r_i},\quad \pi(i,T)=\kappa_i \qquad (i=\overline{0,m});$$

$$f_i^t(\tilde P_{it}^{\ell r},\tilde\Pi_{it}^{\kappa}) = \min_{\substack{\varkappa\in\{\ell,\ell+1,\dots,\nu(i)\}\\ q\in\{\nu(i),\nu(i)+1,\dots,r\}\\ \delta\in\{\kappa,\max(1,\kappa-1)\}}} \left(f_i^{t+1}(\tilde P_{i,t-1}^{\varkappa q},\tilde\Pi_{i,t-1}^{\delta}) + f_{it}(P_{it}^{\ell r\varkappa q},\Pi_{it}^{\kappa\delta})\right),$$

$$i=\overline{0,m};\quad t=\overline{2,T};\quad \ell=\overline{0,\nu(i)};\quad r=\overline{\nu(i),N};\quad \kappa=\overline{1,\min(t,\beta_i)}, \qquad /8/$$

где $\nu(i)$ – целочисленная функция, определяемая соотношением $\xi_{\nu(i)} = \mathcal{L}_i$, а $(P_{it}^{\ell r\varkappa q},\Pi_{it}^{\kappa\delta})$ – подрасписание $(P_{it}^{\ell r},\Pi_{it}^{\kappa})$ при фиксированных значениях параметров:

$$\mathcal{L}_{i,t-1}^1 = \xi_\varkappa,\quad \mathcal{L}_{i,t-1}^2 = \xi_q,\quad \pi(i,t-1)=\delta.$$

При некоторых комбинациях параметров $(i,t,\ell,r,\kappa,\varkappa,q,\delta)$ в формуле /8/ могут появиться недопустимые подрасписания. В этом случае значения соответствующих функционалов от недопустимых подрасписаний полагаем равными бесконечности.

Покажем, что, используя свойство независимости $(*)$, можно также избежать полного перебора множества $\mathcal{D}$ при вычислении минимума в правой части соотношения /7/. В самом деле, для любого j в предположении $\mathcal{O}_j \neq \varnothing$ и при фиксированном значении параметра τ_j переменные $y_i \in Y_1(\tau_j) \doteq \{y_i \in Y / \nu(i) < \tau_j\}$ не связаны ограничениями с переменными $y_i \in Y_2(\tau_j) \doteq \{y_i \in Y / \nu(i) > \tau_j\}$, а функционал $\sum\limits_{i=0}^{m} f_i^T(\tilde{P}_{iT}^{\ell_i \tau_i}, \tilde{\Pi}_{iT}^{\kappa_i})$ также разделяется на слагаемые f^{Y_1} и f^{Y_2}, зависящие лишь от параметров множеств $Y_1(\tau_j)$ и $Y_2(\tau_j)$ соответственно. Это позволяет искать оптимум функционала f^{Y_1} по всем допустимым наборам множества $Y_1(\tau_j)$ независимо от выбора значений остальных параметров множества Y (сформулированное свойство обозначим (* *))

Следует лишь уточнить, что в случае выполнения для некоторого i равенства $\tau_j = \nu(i)$ необходимо дополнительно указать принадлежность параметров y_i одному из множеств $Y_1(\tau_j)$, $Y_2(\tau_j)$

На основании свойства (* *) и рекуррентных соотношений /7/, /8/ построим работу алгоритма, эффективно находящего оптимальное расписание $(\tilde{P}, \tilde{\Pi})$ задачи 2.

Алгоритм

Этап I. Организуем цикл по i от 0 до m, а внутри него – цикл по t от I до T, где для всевозможных значений параметров

$$\ell = \overline{0, \nu(i)}, \quad \tau = \overline{\nu(i), N}, \quad \kappa = \overline{1, \min(t, \beta_i)}$$

вычислим значения функционала $f_i^t(\tilde{P}_{it}^{\ell\tau}, \tilde{\Pi}_{it}^{\kappa})$ по формуле /8/.

При этом пользуемся множеством значений

$$F_i^{t-1} = \left\{ f_i^{t-1}(\tilde{P}_{i,t-1}^{\ell\tau}, \tilde{\Pi}_{i,t-1}^{\kappa}) / \ell = \overline{0, \nu(i)},\ \tau = \overline{\nu(i), N},\ \kappa = \overline{1, \min(t-1, \beta_i)} \right\};$$

подсчитанных на предыдущем шаге цикла по t. По окончании шага t множество F_i^{t-1} из памяти убираем. По вычислении множества F_i^T вычисляем величины

$$g_i(\ell, \tau) = \min_{\kappa} f_i^T(\tilde{P}_{iT}^{\ell\tau}, \tilde{\Pi}_{iT}^{\kappa})$$

и запоминаем значение $\kappa = \kappa_i(\ell, \tau)$, на котором минимум достигается. Далее для всех значений $\ell = \overline{0, N}$ и $\tau = \overline{\ell, N}$ вычисляем функции $\varphi^j(\ell, \tau)$, $j = \overline{1, 4}$, по формулам

$$\varphi^1(\ell, \tau) = \min_{\ell < \nu(i) < \tau} g_i(\ell, \tau), \qquad \varphi^3(\ell, \tau) = \min_{\ell \leq \nu(i) < \tau} g_i(\ell, \tau),$$

$$\varphi^2(\ell, \tau) = \min_{\ell < \nu(i) \leq \tau} g_i(\ell, \tau), \qquad \varphi^4(\ell, \tau) = \min_{\ell \leq \nu(i) \leq \tau} g_i(\ell, \tau),$$

и запоминаем значения $i = i^j(\ell, \tau)$, $j = \overline{1, 4}$, на которых достигаются перечисленные минимумы, а также запоминаем соответствующие им значения оптимальных категорий $K_i(\ell,\tau)$ (которые обозначим $K^j(\ell,\tau)$). На каждом шаге цикла по i происходит пересчет текущих значений функций $\varphi^j(\ell,\tau)$, $i^j(\ell,\tau)$ и $K^j(\ell,\tau)$, после чего всю память шага i стираем.

Таким образом, память этапа I составляет

$$O(|F_i^t|)+O(N^2)\leqslant O(N^2T)$$

(поскольку $\beta_i\leqslant T$ для любого $i=\overline{0,m}$).

Трудоемкость этапа I составляет

$$O(AT\sum_{i=0}^{m}\beta_i\,\nu^2(i)(N-\nu(i))^2)=O(AT^2N^4m),$$

где A - величина, ограничивающая сверху трудоемкость вычисления каждого из значений какого-либо функционала $f_{it}(P_{it}^{\ell\tau\varkappa q},\Pi_{it}^{k\delta})$ по формулам /I/, /2/.

Этап 2. Вычисляем величины $\psi^j(\tau)$, $\tau=\overline{0,N}$, $j=\overline{1,2}$, из соотношений $\psi^j(0)=0$; при $\tau\geqslant 1$ имеем

$$\psi^1(\tau)=\min_{\ell=\overline{0,\tau-1}}\min\left\{\psi^1(\ell)+\varphi^2(\ell,\tau),\ \psi^2(\ell)+\varphi^1(\ell,\tau)\right\},$$

$$\psi^2(\tau)=\min_{\ell=\overline{0,\tau-1}}\min\left\{\psi^1(\ell)+\varphi^4(\ell,\tau),\ \psi^2(\ell)+\varphi^3(\ell,\tau)\right\}$$

и запоминаем значения $\ell=\ell(j,\tau)$ и верхнего индекса $\lambda(j,\tau)$, такие что

$$\psi^j(\tau)=\psi^{1+2j-\lambda(j,\tau)}(\ell(j,\tau))+\varphi^{\lambda(j,\tau)}(\ell(j,\tau),\tau),$$

а также запоминаем значения номера $i=i^{\lambda(j,\tau)}(\ell(j,\tau),\tau)$ ребра $(\mathfrak{A}^*,\mathcal{L}_i)$ и его оптимальную категорию $K^{\lambda(j,\tau)}(\ell(j,\tau),\tau)$.

Трудоемкость этапа 2 составляет $O(N^2)$, память $O(N)$.

Этап 3 (обратный ход). Полагаем $\tau_0=N$, $j_0=2$;

для $s=1,2,\ \ldots$ полагаем

$$\begin{aligned}
\tau_s &= \ell(j_{s-1},\tau_{s-1}),\\
i_s &= i^{\lambda(j_{s-1},\tau_{s-1})}(\tau_s,\tau_{s-1}),\\
K_s &= K^{\lambda(j_{s-1},\tau_{s-1})}(\tau_s,\tau_{s-1}),\\
j_s &= 1+2j_{s-1}-\lambda(j_{s-1},\tau_{s-1})
\end{aligned}$$

до тех пор, пока на некотором шаге s^* не возникнет равенство $\tau_{s^*}=1$. Конечность процесса гарантируется соотношением

$$\tau_{s+1}\leqslant\tau_s-1.$$

Трудоемкость этапа 3 есть $O(N)$, память также $O(N)$ (при незначительном уточнении алгоритма можно добиться оценки $s^*\leqslant m+1$, а следовательно, оценок $O(m)$ на трудоемкость и память этапа 3).

Этап 4. Для каждого $s=\overline{1,s^*}$ вычисляем множества

$$F_{i_s}^t=\{f_{i_s}^t(\tilde{P}_{i_st}^{\ell r},\ \tilde{\Pi}_{i_st}^{\kappa})\,/\,\ell=\overline{r_s,\nu(i_s)},\quad r=\overline{\nu(i_s),r_{s-1}},\quad \kappa=\overline{1,\min(t,\kappa_s)}\},\ t=\overline{1,T},$$

и затем обратным ходом по t от T до I полностью восстанавливаем оптимальное расписание, полагая

$$\tilde{\mathcal{L}}_{i_sT}^1=\xi_{r_s},\quad \tilde{\mathcal{L}}_{i_sT}^2=\xi_{r_{s-1}},\quad \tilde{\pi}(i_s,T)=\kappa_s,$$

а для $t=\overline{1,T-1}$ получая параметры $\tilde{\mathcal{L}}_{i_st}^j$, $\tilde{\pi}(i_s,t)$ из рекуррентных соотношений:

$\tilde{\mathcal{L}}_{i_st}^1=\xi_{\varkappa^*}$, $\tilde{\mathcal{L}}_{i_st}^2=\xi_{q^*}$, $\tilde{\pi}(i_s,t)=\delta^*$, где $\varkappa^*, q^*, \delta^*$ такие что при $\xi_\ell=\tilde{\mathcal{L}}_{i_s,t+1}^1$, $\xi_r=\tilde{\mathcal{L}}_{i_s,t+1}^2$, $\kappa=\tilde{\pi}(i_s,t+1)$ в формуле /8/ имеем

$$f_{i_s}^{t+1}(\tilde{P}_{i_s,t+1}^{\ell r},\ \tilde{\Pi}_{i_s,t+1}^{\kappa})=f_{i_s}^t(\tilde{P}_{i_st}^{\varkappa^* q^*},\ \tilde{\Pi}_{i_st}^{\delta^*})+f_{i_st}(P_{i_st}^{\ell r\varkappa^* q^*},\ \Pi_{i_st}^{\kappa\delta^*}).$$

Для номеров ребер $i\in\{0,1,\dots,m\}$, не совпадающих с i_s ни при каком s, полагаем

$$\tilde{\mathcal{L}}_{it}^j\equiv\mathcal{L}_i,\quad t=\overline{1,T},\quad j=\overline{1,2};$$
$$\tilde{\pi}(i,t)\equiv 1,\quad t=\overline{1,T}.$$

Этап 4 завершает работу всего алгоритма. Трудоемкость этапа 4 составляет

$$O(AT^2\sum_{s=1}^{s^*}(r_s-\nu(i_s))^2(r_{s-1}-\nu(i_s))^2)=O(AT^2N^4).$$

Память этапа 4 есть $O(T^2N^2)$.

Таким образом, трудоемкость всего алгоритма есть $O(AT^2N^4m)$, максимальная необходимая память $O(T^2N^2)$.

В заключение отметим, что поставленная в статье задача отражает лишь наиболее принципиальные стороны ее математико-экономической постановки (см. [2]). Однако экономическая модель процесса обслуживания может быть еще более расширена за счет введения

1) дополнительных количественных ограничений на поток при большей качественной его свободе;

2) потока дополнительного продукта со своими технологическими особенностями и увязанного по технологии с потоком первого продукта;

3) ненулевых объемов потоков обоих продуктов, уже распределенных каким-то образом по магистрали к начальному моменту времени.

Алгоритм, представленный в настоящей работе, является основой эвристического алгоритма, решающего такую расширенную задачу на примере оптимизации обслуживания строительства Байкало-Амурской железнодорожной магистрали. Последний запрограммирован в системе "Альфа-6" и работает на реальных данных.

Поступила в ред.-изд.отдел
13 июля 1977 г.

Литература

1. Перепелица В.А.,.Севастьянов С.В. Об одной задаче теории расписаний на сети. - В кн.: Управляемые системы.Вып.15. Новосибирск, 1976, с. 48-67.

2. Алексеев А.М., Журавель М.А., Перепелица В.А. Оптимизация транспортного обслуживания строительства БАМ. - В кн.: Экономика и математические методы, № 1, вып.13, 1977, М.,"Наука".