

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ТЕОРИИ УПРАВЛЯЕМЫХ МНОГОШАГОВЫХ ПРОЦЕССОВ

В.В.Леонов

Первые результаты сотрудников отделения теоретической кибернетики Института математики СО АН СССР по многошаговым процессам были связаны с аналитической и качественной теориями разностных систем. Подобная направленность наших исследований была вызвана тем, что до последнего времени основательному изучению управляемых многошаговых процессов препятствовало наличие больших пробелов в теории разностных уравнений, так как ранее основное внимание математиков уделялось использованию разностных схем для решения дифференциальных уравнений [1].

В работе [2] для системы функциональных уравнений

$$\bar{x}(a_1\eta + b_1) - Q\bar{x}(a_2\eta + b_2) = \bar{\varphi}(\eta)$$

при различных предположениях о задании параметров найдены аналитические зависимости от вида матрицы Q общего решения системы. В статье [3] используются для исследования систем нелинейных разностных уравнений аналоги первого и второго методов Ляпунова. Подобные же результаты относительно второго метода Ляпунова были в дальнейшем сформулированы А.Халанаем и Д.Векслером [4].

В дальнейшем мы смогли уже более детально исследовать одномерные многошаговые процессы [5], [6], [10 ÷ 12]. В.Т.Дементьев [7] установил ряд интересных закономерностей, связанных с изменением расположения оптимальных точек $u_i (i=1, \dots, N-1)$ и поведением минимума $x(N)$ при изменении числа шагов N в случае одномерных многошаговых процессов

$$x(n) = x(n-1) + [f(u_n) - f(u_{n-1})]g(u_n),$$

для которых минимизируется $x(N)$ при ограничениях на управление $\alpha = u_0 < u_1 < \dots < u_n = \beta$ и предполагается, что $f(u)$ и $g(u)$ - монотонные функции, способствовало развитию теории стандартизации и получению глубоких результатов в этом направлении (см [8 - 9]).

В то же время исследования отечественных и зарубежных авторов показали, что перенесение результатов, справедливых для одномерных многошаговых процессов, на многомерные в общем случае неправомерно. Возникла необходимость отыскания новых подходов к изучению многомерных импульсных задач управления. Для этого потребовалось создать для них качественную теорию.

Исследуя многомерные многошаговые процессы, сотрудники отделения кибернетики получили первые результаты в области линейных процессов $x(n) = A_n x(n-1) + B_n u(n)$. Автор [13, 14] изучал структуру многообразий управляемости и достижимости, задачу оптимального быстрогодействия, вопросы управляемости в точку. Структурой этих множеств при более упрощенных предположениях об области допустимых управлений занималась также И.Е.Зубер-Яникум [15].

В [13 - 14] найдена связь между множествами достижимости, управляемости и рангом матрицы $\mathcal{L}(n) = A_n^* \dots * A_1$, изучено, как изменяется размерность и вид этих многообразий с изменением числа шагов n , указана зависимость характера решения задачи оптимального быстрогодействия от поведения множеств достижимости и управляемости. Кроме того, в [14] установлено, как зависит управляемость и абсолютная управляемость системы от асимптотического поведения решений однородной системы $y(n) = A_n y(n-1)$ при неограниченном увеличении числа шагов n .

Интересные результаты относительно единственности оптимального управления для линейных процессов, доложенные в 1973г. на совместном семинаре Института математики и НГУ "Оптимальные процессы", были получены сотрудником отделения теоретической кибернетики Г.В.Шевченко [24].

При исследовании нелинейных многошаговых процессов уже сама формулировка необходимых условий оптимальности встречает большие трудности. Почти все попытки распространения в слегка модифицированной форме условий принципа максимума на многошаговые процессы приводили к неверным результатам [16]. Эти неудачи были вызваны тем, что при выводе условий принципа максимума существенную роль играет использование "игольчатых" вариаций, в то время как для многошаговых процессов подобные вариации не реализуемы, так как в данном случае время изменяется дискретно.

Наиболее интересный случай возможности перенесения условий принципа максимума на многошаговые процессы был найден А.И. Пропоем [17, 18]. В то же время предлагаемый автором [17] алгоритм, как справедливо было замечено В.М.Яковлевым и доказано в дипломной работе выпускника НГУ Д.А.Ландина, в общем случае не сходится даже при условиях, гарантирующих согласно [17] его сходимость. С другой стороны, в дипломной работе выпускника НГУ М.В.Ясенева было показано, что число решений разностной краевой задачи Л.С.Понтрягина, удовлетворяющих дискретному принципу максимума, может расти экспоненциально вместе с ростом числа шагов [25]. Все это указывает на трудности применения дискретного принципа максимума даже для тех случаев, когда он справедлив.

Впервые общие необходимые условия оптимальности для многошаговых процессов, основанные на идеях метода А.Я.Дубовицкого и А.А.Милутина, были получены автором [19] в 1970 г. Эти условия были также сформулированы независимо в 1971 г. Ф.М.Кирилловой, Р.Габасовым и А.Ащепковым [20] и переоткрыты вновь в 1972 г. В.Г. Волтянским [21]. Автором [19] была найдена связь данных условий оптимальности с принципом оптимальности Р.Беллмана.

Кроме указанных выше исследований, в отделении теоретической кибернетики ИМ СО АН СССР была проделана большая работа по внедрению в практику результатов теории (см., например, [8], [9], [22 - 23]).

Поступила в ред.-изд.отдел.

1.2.1974 г.

Л и т е р а т у р а

1. С.К.Годунов, В.С.Рябенский. Введение в теорию разностных схем. М., Физматгиз, 1962.
2. В.В.Леонов. Элементы аналитической теории функциональных и разностных уравнений. I. - В кн.: Дискретный анализ, Новосибирск, 1963. вып. 1.
3. В.В.Леонов. Элементы аналитической теории функциональных и разностных уравнений. II. - В кн.: Дискретный анализ, Новосибирск, 1965. вып.3.
4. А.Халанай, Д.Векслер. Качественная теория импульсных систем. М., "Мир", 1971.
5. В.В.Леонов. О задаче динамического программирования для многошаговых процессов.-В кн.: Дискретный анализ, Новосибирск, 1964. вып. 2.
6. В.В.Леонов. Задача динамического программирования для одномерных многошаговых процессов. - В кн.: Проблемы кибернетики, М., "Наука" 1966, вып. 17.
7. В.Т.Дементьев. Об одной задаче оптимального размещения точек на отрезке. - В кн.: Дискретный анализ, Новосибирск, 1965, вып.4.
8. Э.Х.Гимадулдинов. О свойствах решений одной задачи оптимального размещения точек на отрезке.- В кн.: Управляемые системы, Новосибирск, 1969, вып. 2.
9. Э.Х.Гимади, В.Т.Дементьев. Некоторые задачи выбора оптимальных параметрических рядов и методы их решения. Задачи стандартизации. - В кн.: Проблемы кибернетики, М., 1973, вып. 27.
10. В.В.Леонов. Асимптотическое программирование I. - В кн.: Дискретный анализ, Новосибирск, 1965, вып. 4.
11. В.В.Леонов, Н.А.Бочкова. Асимптотическое программирование. II. - В кн.: Управляемые системы, Новосибирск, "Наука", 1968, вып. 1.
12. В.В.Леонов, И.А.Красс. Условия периодичности максимума для многошаговых процессов. - В кн.: Управляемые системы, Новосибирск, 1969, вып. 3.
13. В.В.Леонов. Структура множеств управляемости и достижимости для линейных многошаговых процессов. I. - В кн.: Управляемые системы, Новосибирск, 1969, вып. 2.
14. В.В.Леонов. Структура множеств управляемости и достижимости для линейных многошаговых процессов. II., Новосибирск, 1970, вып. 4-5.
15. И.Е.Зубер. О монотонной стабилизации дискретных систем управления с заданными начальными состояниями. II. - В кн.: Всесоюзная конференция по проблемам теоретической кибернетики, 14-16 июня 1971 г. Тезисы докладов, Новосибирск, 1971.

16. Фан Лянь-Цэнь, Вань Чу-Сен. Дискретный принцип максимума. М., "Мир", 1967.
17. А.И.Пропой. Об одной задаче оптимального дискретного управления. - "Докл. АН СССР", 1964. т. 159, 6.
18. А.И.Пропой. Элементы теории оптимальных дискретных процессов. М., "Наука", 1973.
19. В.В.Леонов. О дискретных аналогах принципа максимума. - В кн.: Управляемые системы, Новосибирск, 1970, вып. 7.
20. Ф.М.Кириллова, Р.Ф.Габасов, А.Ащепков. Необходимые условия оптимальности равенств и неравенств в дискретных системах. - В кн.: Всесоюзная конференция по проблемам теоретической кибернетики, 14-16 июня 1971 г. Тезисы докладов, Новосибирск, 1971.
21. В.Г.Волтянский. Оптимальное управление дискретными системами. М., "Наука", 1973.
22. Н.С.Давидсон. Об одной задаче замены оборудования. - В кн.: Управляемые системы, Новосибирск, 1970, вып. 4-5.
23. А.В.Федотов, В.В.Леонов, В.И.Кузнецов. Определение оптимальной длительности циклов контактных аппаратов периодического действия с переменной активностью катализатора. - В кн.: Всесоюзная конференция по химическим реакторам (теория, моделирование, расчет), Новосибирск, 1965, т. П.
24. Г.В.Шевченко. Условия единственности оптимального управления в случае решения задачи оптимального быстрогодействия для линейных многошаговых процессов. - В кн.: Управляемые системы, Новосибирск, 1974, вып. 12.
25. Тезисы докладов X научной студенческой конференции. Математика. Новосибирск, 1972.