ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РЕАЛИЗАЦИИ АВТОМАТОВ В ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СРЕДЕ

Б.А. Сидристый, А.И. Мишин

(Новосибирск)

В работе рассматривается один из возможных подходов к решению вопроса о реализации автоматов в вычислительных средах [I]. Процесс реализации автомата в среде, если он вообще поддаётся формализации, можно представить некоторым алгоритмом А перерабатывающим исходную информацию об автомате в схему автомата в среде. Вид алгоритма А и его сложность будут определяться, во-первых, входным языком, на котором описывается исходная информация об автомате, и, во-вторых, выходным языком, на котором описывается схема в среде. Здесь рассматривается подход, при котором в качестве входного языка взят язык временных логических функций [2]. В этом языке любая логическая сеть описывается системой временных логических функций, имеющей вид:

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_n, \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m)$$

$$\varphi_j = D^{l_j} f_i, \qquad i = 1,2,\dots,m, \quad j = 1,2,\dots,k \qquad (I)$$

где f_i представляют из себя функции логики от $n + m$ переменных, а D^{l_j} - оператор временной задержки на l_j тактов.

Выходной язык определяется типом среды. Для разных сред наиболее простые и удобные в тех или иных отношениях языки могут быть разными, поэтому алгоритм А для разных типов сред будет выглядеть по-разному.

Очевидно, что представление автомата системой временных

логический функций (I) позволяет свести задачу о реализации автомата в среде к двум задачам: реализации функций f_i и φ_j в среде и оптимальному (в определенном смысле) "склеиванию" схем для f_i и φ_j между собой, т.е. обеспечению нужных информационных связей. Эти две задачи могут решаться самостоятельно.

В качестве иллюстрации рассмотрим реализацию автомата, описываемого системой (I), в среде со следующими свойствами:

а) среда - прямоугольная, двумерная;

б) внешние полюсы Y среды расположены только с одной стороны (рис. I);

в) к внешним полюсам среды присоединен коммутатор, который может отождествить любые внешние полюсы среды и соединить любой свой входной полюс из X с любыми внешними полюсами среды;

г) операции в среде выполняются синхронно;

д) любое отождествление полюсов коммутатор производит с одинаковой задержкой;

е) все элементы среды при выполнении любых функций (как логических, так и соединительных) задерживают сигнал на одинаковую величину времени.

<u>I. Реализация f_i</u> . Сначала рассмотрим реализацию логических функций, которые записываются следующим образом:

$$f = x_1 \odot x_2 \odot x_3 \odot \ldots \odot x_n , \qquad (2)$$

где x_i - двоичная переменная, а знак $\odot$ обозначает операцию, обладающую свойством ассоциативности.

В дальнейшем логическую функцию вида (2) мы будем называть ассоциативной строкой из n элементов. Очевидно,что реализация в среде любой логической функции, которую можно представить в виде ассоциативной строки (2), не будет зависеть от того, какая операция скрывается под знаком $\odot$ лишь бы она была ассоциативной операцией.

Введем некоторые понятия, которые относятся к схемам,реализующим логические функции. Элементы схемы, к которым подводятся независимые переменные логической функции,реализуемой данной схемой, будем называть в х о д н ы м и э л е м е н т а м и. В ы х о д н ы м э л е м е н т о м схемы будем называть элемент, на котором формируется результат f.

На рис. 2 прямоугольником обозначена область среды,занимаемая схемой для f; $p_1, p_2, \ldots, p_n$ - входные элементы

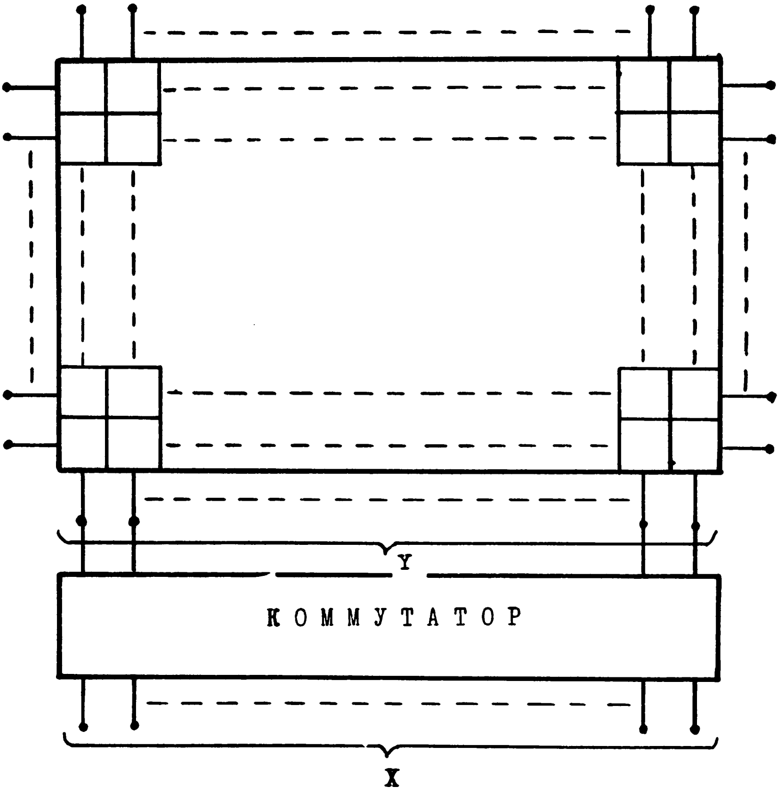

Рис. I.

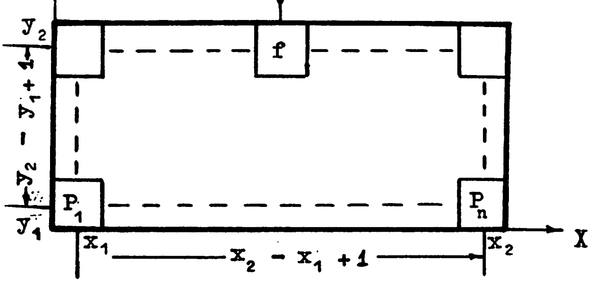

Рис. 2.

схемы, f –выходной элемент. Величину $g = y_2 - y_1 + 1$ назовем глубиной схемы, а величину $h = x_2 - x_1 + 1$ – шириной. Под длиной пути $l(p_1, \alpha_1, \ldots, p_2)$ между элементами p_1 и p_2 будем понимать число элементов, лежащих на этом пути, включая и элементы p_1 и p_2. Наименьшую из глубин возможных схем, реализующих ассоциативную строку из n элементов, будем обозначать $g^0(n)$, соответственно, наименьшую ширину – $h^0(n)$.

В дальнейшем будем предполагать, что все аргументы реализуемой логической функции поступают на полюсы входных элементов схемы в один момент времени, поэтому, в силу свойств г) и е), схемы для логических функций нужно строить так, чтобы пути от входных элементов схемы до выходного били одинаковой длины:

$$l(p_1, f) = l(p_2, f) = \ldots = l(p_n, f).$$

Это условие должно выполняться для каждой подсхемы данной схемы.

При построении в среде логических схем существенно используются следующие предложения.

<u>Предложение I</u>. Пусть элемент p_1 имеет координаты x_1, y_1, а элемент p_2 – координаты x_2, y_2. Тогда для того, чтобы в среде существовали два таких пути $(p_1, \alpha_1, \ldots, p)$ и $(p_2, \beta_1, \ldots, p)$, для которых $l(p_1, p) = l(p_2, p)$, необходимо и достаточно, чтобы сумма координат $x_1 + y_1 + x_2 + y_2$ была четной.

<u>Предложение 2</u>. Наименьшая глубина $g^0(n)$ является монотонно возрастающей функцией от n, то есть $g^0(n) \le g^0(n+1)$.

<u>Предложение 3</u>. Схемы с наименьшей глубиной, равной $g^0(n)$, и с наименьшей шириной, равной $h^0(n)$, обладают следующими свойствами:

I) ширина схемы равна $2n - 1$,

2) длина пути от входного элемента схемы к выходному равна $n - 1 + \lceil \log_2 n \rceil$ где операция x обозначает ближайшее целое большее число x, а если x целое, то $[x] = x$;

3) координата x' для выходного полюча схемы, реализующей (2), равна $x_1 + n - 1$, где x_1 – координата крайнего элемента схемы;

4) глубина схемы равна $\lceil \log_2 n \rceil$.

<u>Предложение 4.</u> Схема для ассоциативной строки с наименьшими шириной и глубиной занимает в среде наименьшую площадь и обладает максимальным быстродействием.

В виду ограниченного объёма статьи доказательство приведенных предложений опускается.

Рассмотрим реализацию в среде логических функций вида

$$f = y_1 \oplus y_2 \oplus \dots \oplus y_m \quad , \tag{3}$$

где y_i - ассоциативные строки, а операция $\oplus$ обладает свойствами ассоциативности и коммутативности.

Примером может служить дизъюнктивная запись логической функции.

Предлагается следующий метод реализации:
Каждая из ассоциативных строк реализуется описанным выше способом. Далее, пользуясь свойством ассоциативности и коммутативности операции $\oplus$, выбираются такие y_{i_1} и y_{i_2}, что $g_{i_1} \leq g_i$ и $g_{i_2} \leq g_i$ для любых $i \neq i_1, i_2$ (g_i - глубина схемы для функции y_i). В строке (3) элементы y_{i_1} и y_{i_2} заменяются одним элементом $y = y_{i_1} \oplus y_{i_2}$, для которого в среде строится схема C, состоящая из двух подсхем C_1 и C_2, где C_1 и C_2 - схемы, соответственно, для y_{i_1} и y_{i_2}. Точно такое же преобразование производится над новой строкой и т.д. пока не получится строка, состоящая из одного элемента. Схема, соответствующая этой строке, будет выполнять функцию (3).

<u>Предложение 5</u>. Описанный способ реализации логических функций вида (3) в среде с рассматриваемыми свойствами даёт оптимальные схемы с точки зрения быстродействия и занимаемой площади.

Предложение доказывается индукцией по m.

<u>2. Реализация φ_j</u>. Одним из возможных способов реализации φ_j является представление φ_j в среде в виде управляемого генератора, который, запомнив значение f_i в первом такте работы автомата будет выдавать его на выходной полюс с периодом $\beta\delta$, где δ - задержка элемента среды, а β - число элементов среды в цикле. Такой генератор реализует функцию $\varphi = D' f_i$. Для реализации φ_j с $l_j > 1$ можно использовать регистры, составленные из генераторов. При этом содержимое регистра в каждом такте будет сдвигаться на один разряд, обеспечивая таким образом выполнение функции $\varphi_j = D^{l_j} f_i$.

3. Соединение схем, реализующих функции f_i и φ_j

В силу свойств в) и г) задача соединения схем функций f_i и φ_j осуществляется с помощью коммутатора. Все схемы f_i и φ_j располагают в среде так, чтобы их входные и

выходные полюса совпадали с внешними полюсами среды. Коммутатор отождествляет полюса из Y согласно системе (I).

Следует заметить, что отождествление полюсов схем для f_i и φ_j можно производить и с помощью вычислительной среды. В этом случае отпадает потребность в специальном коммутаторе.

4. В среде рассматриваемого типа возникает дополнительная задача - определение длительности такта для автомата, реализованного в среде. Нетрудно показать, что период T автомата должен быть не меньше каждой из величин $t_k^1 + t_k^2 + \beta\delta + t_0$, где k - номер петли обратной связи, t_k^1 - время распространения сигналов от входного полюса схемы для f_i до выходного полюса этой схемы у k -ой петли, t_k^2 - время распространения сигналов от выходного полюса схемы для f_i до входного полюса схемы для $\varphi_j = D f_i$, t_0 - задержка сигналов в коммутаторе.

В связи с тем, что операции в среде выполняются синхронно, необходимо, чтобы все значения входных переменных функции f_i поступали на входные полюса схемы f_i в один момент времени, следовательно, в общем случае равенства $T = t_k^1 + t_k^2 + \beta\delta + t_0$ должны выполняться для всех k, т.е. для всех петель обратной связи.

Очевидно, что чем большую сложность имеет автомат, тем большие значения имеют величины t_k^1, t_k^2 и t_0, а следовательно, и T. Таким образом, оказывается, что быстродействие автомата в среде зависит от его сложности. С увеличением сложности быстродействие падает.

Литература

I. Э.В. Евреинов. Теоретические основы построения универсальных сред. Вычислительные системы, Новосибирск, 1965, вып. 16.

2. Ю.Я. Базилевский. Логика конечных автоматов. Вопросы теории математических машин. М., вып. 2, 1962, стр. 5.