АНАЛИЗ ОДНОГО КЛАССА СИСТЕМ С УПРАВЛЯЕМОЙ (ПЕРЕМЕННОЙ) СТРУКТУРОЙ

Б.Г. Матиенко

(Новосибирск)

Введем понятие p - функционального автомата S^*. Пусть задано конечное множество отдельных устройств $S = \{S_1, \ldots, S_p\}$, $p \geq 2$, отличающихся между собой лишь определенными функциональными связями и (незначительно) - составом и числом элементов, используемых для их реализации.

Множество устройств S требуется заменить одним автоматическим p - функциональным устройством S^* с управляемой (переменной) структурой (СПС), позволяющим с помощью предусмотренного внешнего управления U^* последовательно промоделировать любое $S_j \in S$ $(j = 1, \ldots, p)$.

Ниже сравнивается сложность СПС - $L(S^*)$ с суммарной сложностью заменяемых S^* устройств из S - $L(S)$. Естественно потребовать, чтобы

$$L(S^*) \leq L(S). \qquad (I)$$

Если проектируемая система S^* удовлетворяет неравенству (I), то будем называть такую СПС правильно спроектированной. В связи с тем, что неравенство (I) представляет из себя только запись критерия введем ряд понятий, которые позволяют более полно раскрыть смысл $L(S)$ и $L(S^*)$.

Будем считать, что для множества S задано его разбиение на типы функциональных элементов (ФЭ) $F = \{f_1, \ldots, f_i, \ldots f_k\}$ где $k \neq p$ в общем случае. Выделим из F два типа ФЭ: элемент памяти - f_1 и элемент типа "коммутатор" - f_2.

Множеству F поставим в изоморфное соответствие множество упорядоченных троек чисел Γ $\{\gamma_1,\rho_1,c_1;\ldots;\gamma_i,\rho_i,c_i;\ldots;\gamma_k,\rho_k,c_k\}$ где γ_i и ρ_i - соответственно число входных и выходных полюсов ФЭ i -го типа, а c_i - коэффициент, характеризующий для проектировщика стоимость одного ФЭ i -го типа, его весовые или объемные характеристики.

I) Оценка $L(S)$. Для подсчета $L(S)$ удобно воспользоваться следующими двумя понятиями.

Определение I. Подструктурой $S_j \in S$ будем называть непустое конечное множество φ_{ij} мощности $n(\varphi_{ij})$, составленное из всех элементов i -го типа, имеющихся в $S_j \in S$.

Определение 2. Расслоенной структурой $S_j \in S$ назовем конечное множество $\bigcup_{i=1}^{k} \varphi_{ij}$ мощности $n(S_j)$, где φ_{ij} - непересекающиеся подмножества в силу определения I.

Очевидно, что для S всего возможно $k\cdot p$ подструктур. Удобно представить их в виде одной матрицы:

$$M(\varphi_{ij}) = (n(\varphi_{ij})), \tag{2}$$

где i - номера строк, а j - номера столбцов.

Из матрицы (2) получим, что

$$L(S) = \sum_{j=1}^{p} \sum_{i=1}^{k} c_i \cdot n(\varphi_{ij}). \tag{3}$$

2) Оценка $L(S^*)$. Зададимся следующей содержательной моделью СПС S^* (рис. I). В соответствии с блок-схемой,

$$L(S^*) = L(S_v) + L(T), \tag{4}$$

где $L(S_v)$ - сложность управляемой структуры, а $L(T)$ - сложность устройства управления структурой.

Для оценки $L(S_v)$ воспользуемся следующими определениями:

Определение 3. Подструктурой S_v назовем непустое конечное множество $\underset{[j]}{\mathrm{Max}}(\varphi)_i$ мощности $n[\underset{[j]}{\mathrm{Max}}(\varphi)_i]$, где $n[\underset{[j]}{\mathrm{Max}}(\varphi)_i]$ - наибольший (по j) элемент в каждой из i строк матрицы (2).

Определение 4. Расслоенной структурой S_v назовем конечное множество $\bigcup_{i=1}^{k} \underset{[j]}{\mathrm{Max}}(\varphi)_i$ мощности

$$n(S_v) = \sum_{i=1}^{k} n[\underset{[j]}{\mathrm{Max}}(\varphi)_i].$$

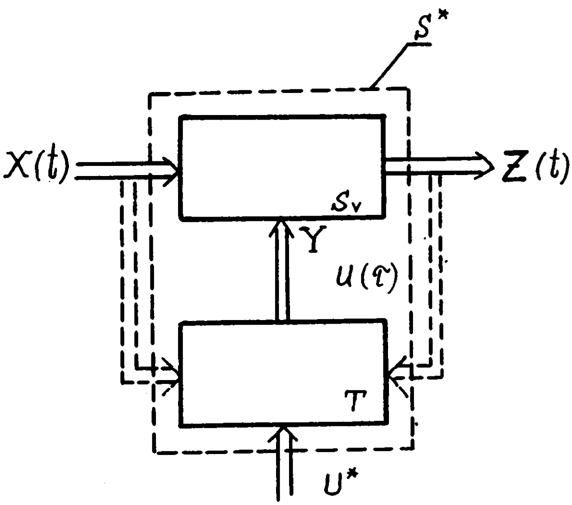

Рис. I. Блок-схема системы с переменной структурой S^* .

S_V - управляемая структура. T - конечный автомат, управляющий организацией S_V под воздействием внешнего управления U^* . В ряде случаев исходной информацией о перестройке структуры может служить входная информация или информация обратной связи (отмечено пунктиром). X, Z - соответственно множества входных и выходных информационных полюсов S_V . Y - управляющие полюса S_V . t - такты поступления информации на входы (выходы) S_V . τ - такты перестройки S_V под воздействием управлений $u(\tau)$, выработанных в T .

Таким образом,

$$L(S_V) = \sum_{i=1}^{k} c_i \; n\,[\underset{[j]}{\mathrm{Max}}\,(\varphi)_i] \; . \tag{5}$$

Будем понимать под T инициальный конечный автомат, в котором выделено p+1 состояние. Будем считать, что T переходит в одно из p состояний однозначно реагируя на подачу соответствующего управляющего слова U^* . Следует заметить,

что тип автомата T, конкретный вид его функций переходов и выходов зависят от решаемой S^* задачи и типа моделируемых устройств.

Однако будем предполагать, что каждому из j состояний T, кроме $p+1$- го начального, поставлена в соответствие функция мгновенного возбуждения всех коммутаторов в S_v, связывающих ФЭ S_v в определенную сеть S_j^*, эквивалентную с функциональной точки зрения устройству $S_j \in S$.

Сложность $L(T)$ будем оценивать по формуле :

$$L(T) = c_1 \cdot n(f_1) + c_2 \cdot n(f_2) + \Delta \qquad (6)$$

где $n(f_1) = \log_2]p+1[$ - число бит памяти в T, Δ - сложность устройств обрамления памяти в T, а $n(f_2)$ - суммарное число коммутаторов, требующихся для управления структурой S_v путем ее коммутирования при моделировании устройств $S_1^*, \ldots, S_p^*$.

Анализ формул (4) - (6) показывает, что единственным фактором, позволяющим усилить неравенство (I), является многократное использование ФЭ в S_v путем их коммутирования.

Оценим получаемый при этом выигрыш в числе элементов каждого из i типов. Упорядочим каждую из i подструктур S_v с мощностной точки зрения таким образом, чтобы

$$n(\varphi_{ij_1}) \leq n(\varphi_{ij_2}) \leq \ldots \leq n(\varphi_{ij_{p-1}}) \leq n[\max_{[j]}(\varphi)_i]. \qquad (7)$$

В этом случае выигрыш в числе элементов i-го типа равен $n(\cap\varphi)_i$, где

$$n(\cap\varphi)_i = (p-1)n(\varphi_{ij_1}) + (p-2)n(\varphi_{ij_2} \cap \bar{\varphi}_{ij_1}) + \ldots$$
$$+ \ldots + n(\varphi_{ij_{p-1}} \cap \bar{\varphi}_{ij_{p-2}}) \qquad (8)$$

(для случая монотонно возрастающей последовательности в (7)). В целом по всем i подструктурам разность между суммарным запасом ФЭ в S и S_v найдется из

$$L(\cap S) = \sum_{i=1}^{k} c_i \cdot n(\cap\varphi)_i . \qquad (9)$$

Нетрудно показать, что неравенство (I) сводится к следующему

$$L(T) \leq L(\cap S), \qquad (10)$$

где

$$L(T) = c_2^* \sum_{i=1}^{k} n(f_2)_i \; . \qquad (II)$$

Выше через c_2^* обозначена цена одного коммутирования в S_v, равная $c_2 + \lambda$, где

$$\lambda = \frac{c_1 \log_2]p+1[+ \Delta}{n(f_2)} \qquad (I2)$$

и

$$n(f_2) = \sum_{i=1}^{k} n(f_2)_i \; . \qquad (I3)$$

В (I3) $n(f_2)_i$ - суммарное число коммутаторов, приходящихся на подструктуру i-го типа в S_v.

Из (8) - (I3) получим,что S^* всегда будет правильно спроектированной, если для всех i подструктур справедливо, что

$$c_2^* \leq c_1 \frac{n(\cap\varphi)_i}{n(f_2)_i} \; . \qquad (I4)$$

Однако на практике можно избежать точного подсчета c_2^* и $n(f_2)_i$, если завысить число коммутаторов до максимального. В этом случае неравенство (I4) примет вид (I5) или (I6):

$$c_2^* \leq \frac{c_1}{\gamma_1 + \rho_1} \; , \qquad (I5)$$

$$c_2^* \leq \frac{c_1}{\gamma_1 + \rho_1} \cdot \frac{n(\cap\varphi)_i}{\{n(\cap\varphi)_i + n\,[\underset{[j]}{\mathrm{Max}}\,(\varphi)_i]\}} \; . \qquad (I6)$$

В последних двух неравенствах вместо c_2^* можно принять c_2.

Если придать $n(\cap\varphi)_i$ смысл аргумента, ограниченного областью значений: $1 \leq n(\cap\varphi)_i \leq N(\varphi)_i - 1$, где

$$N(\varphi)_i = \sum_{j=1}^{p} n(\varphi_{ij}) \; , \qquad (i=\mathrm{Const}), \qquad (I7)$$

то суммарную сложность реализации i-ой подструктуры S_v с учетом затрат на коммутирование можно описать с помощью функции

$$L(\varphi)_i = [N(\varphi)_i - n(\cap\varphi)_i] \times$$

$$\times \left[c_1 + c_2^* (\gamma_1 + \rho_1) \cdot \frac{n(\cap\varphi)_i}{N(\varphi)_i - n(\cap\varphi)_i} \right] \; . \qquad (I8)$$

Вид этой функции представлен на рис. 2, где $\theta_i = \gamma_i + \rho_i$.

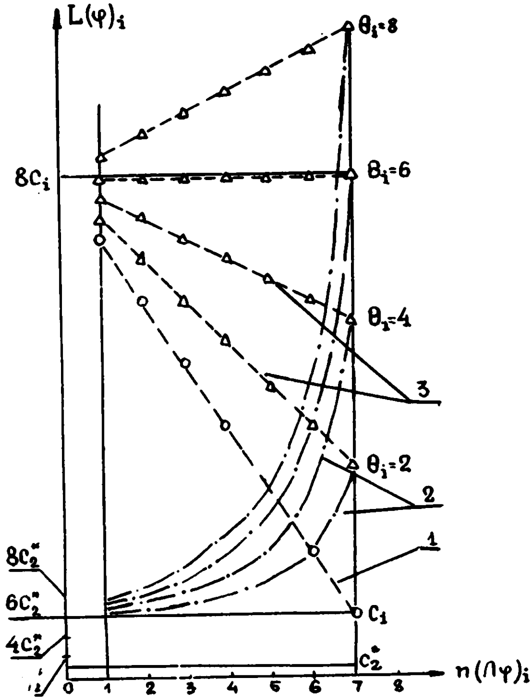

Рис. 2. График функции $L(\varphi)_i$, характеризующей сложность реализации подструктуры S_V с учетом затрат на управление.

$n(\cap\varphi)_i$ – выигрыш в числе элементов i -го типа, получаемый за счет многократного использования элементов путем их коммутирования. c_i - коэффициент, характеризующий стоимость реализации одного элемента i -го типа (или вес элемента, его объем), c_2^* - цена одного коммутирования (стоимость, вес или объем). $2c_2^*$,..., $8 c_2^*$ - цена коммутирования 2-полюсного элемента, ..., 8-полюсного элемента ($\theta_i = 2,\ldots, 8$). Исходное количество некоммутированных элементов $N(\varphi)_i = 8$ ($8c_i$).

I. - уменьшение затрат на элементы по мере роста $n(\cap\varphi)_i$,

2. - затраты на управление в пересчете на один элемент по мере роста $n(\cap\varphi)_i$ для различных значений θ_i ($\theta_i = 2, 4,6,8$).

3. - графики $L(\varphi)_i$ для различных значений θ_i .

Итак, для описания p - функциональных устройств с индивидуальной настройкой ($p \geq 2$) предложена простая и достаточно общая модель. Последняя удобна для описания некоторых типов элементов вычислительной среды с индивидуальной настройкой, многофункциональных логических элементов, алгоритмических систем управления, измерительных систем и аналоговых машин со структурой, управляемой коммутированием.

Введение универсальной модели позволяет рассчитывать различные по своей конструкции и назначению устройства одним методом.

Сложность таких систем $L(S^*)$ (см. (4) - (6)) объективно оценивается относительно суммарной сложности p отдельных, заменяемых системой S^* устройств $S = \{S_1, \ldots, S_p\}$ (см. (3)). Система S^* считается правильно спроектированной, если $L(S^*) \leq L(S)$.

Единственным фактором, позволяющим усилить последнее неравенство, является многократное использование функциональных элементов путем их коммутирования. Выведена формула (8), позволяющая оценивать выигрыш в числе элементов, получающийся благодаря коммутированию.

Платой за такой выигрыш является увеличение сложности системы управления $L(T)$ (см. (6), (II)).

Введены понятия: цена коммутирования в управляемой структуре c_2^* (см. (I2)) и максимальное число коммутаторов. С помощью этих понятий получены условия (I4) - (I6), которые требуется выдерживать при проектировании.

Полученные условия отличаются между собой по точности. Самым точным является неравенство (I4), менее точным - (I5), наконец, в качестве самой грубой оценки может быть использовано неравенство (I6). Например, неравенство (I5) содержательно означает, что если стоимость реализации одного элемента некоторого типа, деленная на число его входных и выходных полюсов, меньше цены одного коммутирования, то для всех элементов этого типа сложность системы управления будет превышать тот выигрыш, который может быть получен за счет их многократного использования путем коммутирования. Однако это еще не означает, что в целом вся проектируемая система будет построена неправильно, так как в сумме затраты могут быть скомпенсированы за счет элементов других типов (см. (I0)).

Отмеченные выше факты особенно важны при микроминиатюризации элементов, когда стоимость коммутатора и его объем сравнимы со стоимостью самого функционального элемента, управляемого коммутированием.

Таким образом, даже без учета ненадежности коммутаторов и самих функциональных элементов оказывается, что класс систем, которые можно реализовать в виде правильно спроектированных p -функциональных устройств, ограничен.

Другая область применения полученных выше условий связана с выбором уровня разбиения s при синтезе минимального по числу элементов устройства, управляемого коммутированием. В силу соотношений между c_1 и c_2^* (с учетом $n(\Pi\varphi)_1$ и $n(f_2)_1$ для одних типов элементов (блоков) этот уровень наступает раньше, для других - позже (случай равенства в (I4) - (I6)). А от этого, в свою очередь, зависит тот реальный выигрыш в оборудовании, который можно получить за счет хорошо организованного управления.