

## АНАЛОГОВЫЕ И КВАЗИАНАЛОГОВЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ СРЕДЫ

Г.Е. Пухов, Б.А. Борковский  
(Киев)

1. Твердые вычислительные среды, несомненно, являются наиболее перспективной конструктивной формой как цифровых, так и аналоговых вычислительных машин будущего. Многие из тех функций, которые выполняются в настоящее время схемами, построенными из отдельных элементов, в будущем будут выполняться монолитными твердыми схемами. Твердые схемы, изготовленные в виде одной сплошной платы или объемного тела, имеют целый ряд хорошо известных преимуществ [1]. Ниже излагаются некоторые возможные пути развития моделирующих математических машин, связанные с применением твердых аналоговых и квазианалоговых вычислительных сред.

2. Аналоговой вычислительной средой будем называть такое тело, которое является решающей частью моделирующего устройства, построенного на основе принципа подобия. В качестве примеров аналоговых вычислительных сред, применяемых при моделировании уравнения Лапласа, можно привести электропроводящую бумагу, пластины из проводящей резины, проводящие ткани, проводящие пластмассы [2]. При моделировании уравнения Фурье в качестве аналоговой решающей среды применяется электропроводящая бумага с распределенной емкостью [3]. Находят применение и другие вычислительные среды.

Квазианалоговой вычислительной средой будем называть такое тело или совокупность объединенных и жестко соединенных между собой твердых схем, которые могут быть использованы в качестве решающей части моделирующего устройства, построенного на основе принципа эквивалентности [4]. Состояние квазианалоговых вычислительных сред описывается уравнениями, по-

добными не уравнениям объекта, а некоторым другим уравнениям, эквивалентным первым в отношении получаемых результатов. Необходимость в применении квазианалоговых вычислительных сред возникает тогда, когда не могут быть построены устройства прямой аналогии, содержащие аналоговую вычислительную среду.

Квазианалоговые вычислительные среды можно подразделить на две группы.

В первую группу входят вычислительные среды, позволяющие построить для заданных уравнений моделирующее устройство без обратных связей. Ввод в них известной информации позволяет непосредственно получить искомые величины, причем последние будут состоять в общем случае из основных, соответствующих исходным уравнениям моделируемого объекта, и вспомогательных, получающихся вследствие того, что в них, согласно общему определению квазианалоговых вычислительных сред, моделируются не заданные, а расширенные эквивалентные уравнения.

Во вторую группу входят такие квазианалоговые вычислительные среды, которые являются решающей частью моделирующих устройств, имеющих обратные связи, и служат для отработки необходимых управляющих величин с тем, чтобы выполнялись условия эквивалентности уравнений объекта и уравнений, описывающих состояние квазианалоговой вычислительной среды.

Процесс подбора управляющих величин называется уравниванием вычислительной среды. В связи с этим вычислительные среды первой группы можно назвать неуравновешиваемыми, а второй — уравниваемыми, или управляемыми.

Квазианалоговая модель, построенная на основе уравниваемой решающей среды, структурно подразделяется на две основные части: квазианалог, являющийся собственно моделью, в качестве которого служит уравниваемая квазианалоговая вычислительная среда, и устройство управления, служащее для уравнивания квазианалога. Устройство управления квазианалогом может быть выполнено в виде преобразователя, являющегося некоторой средой направленного действия, пропускающей сигналы лишь в определенных направлениях. Однако в некоторых случаях его удобнее выполнить в виде обычной схемы.

3. Моделирующие устройства и их отдельные звенья представляют, по существу, системы, предназначенные для преобразования информации по заданным математическим законам.

При рассмотрении квазианалоговых вычислительных сред ограничимся случаем, когда математические связи между векторами

$$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)' \quad (I)$$

M

$$\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_n)'. \quad (2)$$

(знак ' означает транспортирование) имеют вид

$$\begin{aligned} & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = f_1 , \\ & a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = f_2 , \\ & . . . . . \\ & a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = f_m , \end{aligned} \quad (3)$$

или короче

$$Ax = f, \quad (4)$$

где  $a_i$ , вообще говоря, могут быть нелинейными дифференциальными операторами, то есть

$$a_{11} = a_{11}(x_1, x_2, \dots, x_n, p), \quad (5)$$

где  $p = \frac{d}{dt}$ . Правые части (3) являются заданными функциями времени.

Рассмотрим некоторые из известных методов построения квазианалоговых вычислительных устройств для случаев, когда в качестве квазианалога и устройства уравнивания используется вычислительная среда.

4. Алфа-аналоговый метод состоит в том, что сначала составляется модель заданных уравнений (4) с невязками  $\epsilon$ , то есть уравнений

$$Ax = f + \varepsilon, \quad (6)$$

а затем вектор  $\epsilon$  обращается в нулевой путем пропорционального преобразования его в вектор  $x$  согласно уравнению

$$x = -k_{\text{f}} \quad (7)$$

При  $k \rightarrow \infty$  уравнения (6) и (7) эквиваленты (4).

Схема альфа-аналоговой моделирующей среды, используемой в качестве квазиобратимого преобразователя, приведена на рис. I (вектор  $\epsilon$  на рисунке не показан).

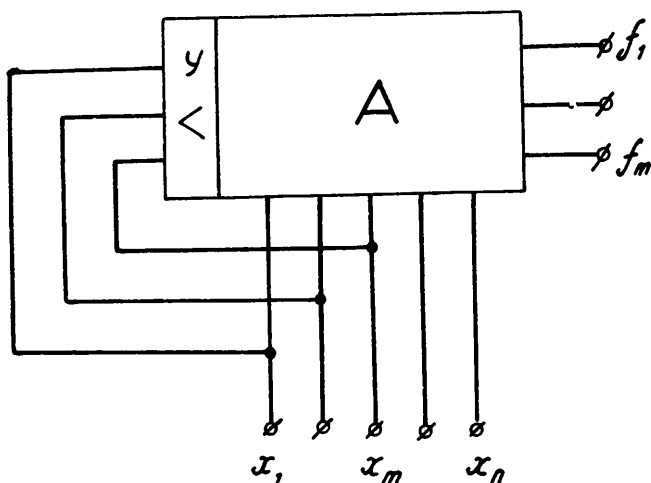


Рис. I.

Часть А вычислительной среды представляет собой реализацию на твердом теле матричной схемы, изображенной на рис. 2а. В простейших случаях звенья  $a_{ij}$  этой схемы могут быть линейными двухполюсниками или диодными схемами. Часть вычислительной среды обладает направленными свойствами и реализует на твердом теле устройство уравнивания, представляющее собой в данном случае группу из  $m$  обрабатывающих усилителей (рис. 2б) с большим по модулю отрицательным коэффициентом усиления.

5. Ро-аналоговый метод основан на применении обратимых решающих устройств [5]. Изображенная на рис. 3 обратимая ро-аналоговая вычислительная среда состоит из трех областей, две из которых представляют собой интегральные схемы, соответствующие матричной схеме (рис. 2а). Третья область является направленной и служит для уравнивания. Она должна быть эквивалентна  $m$  обрабатывающим усилителям. Внешние полюсы матричных схем А соединяются между собой и служат для задания и получения напряжений, моделирующих компоненты вектора  $x$ . При задании напряжений на  $n$ -м полюсах на  $m$  свободных полюсах получаются напряжения, соответствующие уравнению (4).

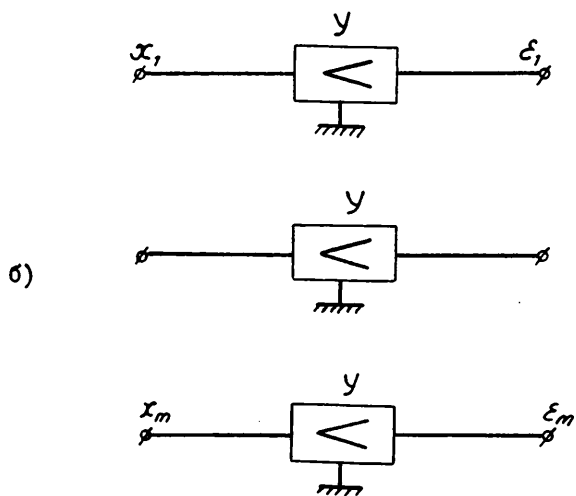
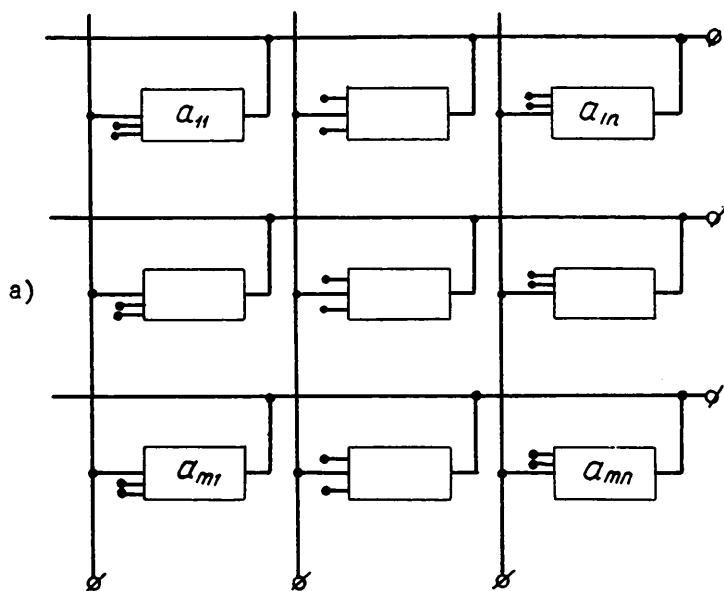


Рис. 2.

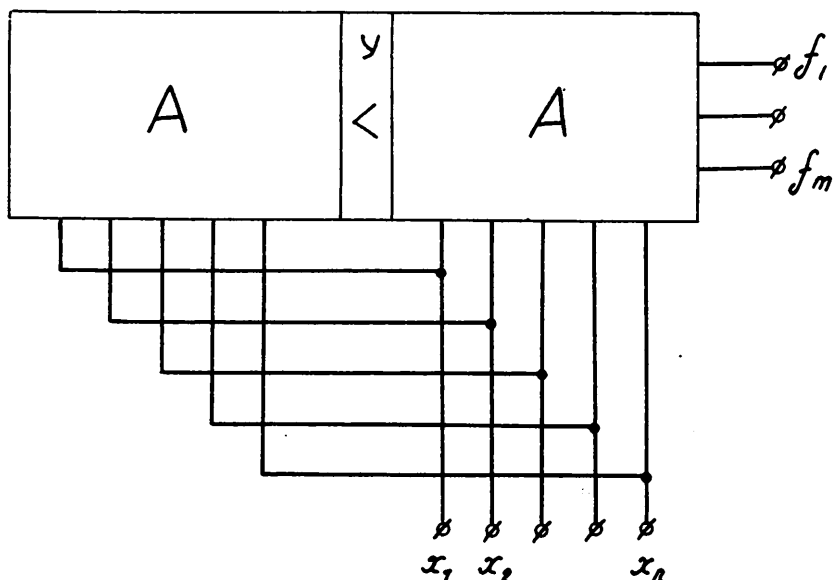


Рис. 3.

6. На рис. 4 изображена модель плоской задачи теории упругости, состоящая из жестко соединенных между собой интегральных схем двух типов I и II. Этим интегральным схемам соответствуют принципиальные схемы, изображенные на рис. 5 и 6. Для уравнивания модели между соответственными узлами  $\epsilon_1 - u_1$  и  $\eta_1 - v_1$  включаются обрабатывающие усилители, которые рационально выполнять тоже в виде интегральных схем.

Напряжения  $u_1$  и  $v_1$  моделируют перемещения, а токи  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yx}$  - нормальные и касательные напряжения. Эти величины в предельном случае, когда шаг  $h \rightarrow 0$ , будут связаны следующей системой дифференциальных уравнений в частных производных [6]

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0,$$

$$\sigma_x = (\lambda + 2\nu) \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \frac{\partial v}{\partial y} ,$$

$$\sigma_y = (\lambda + 2\nu) \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \frac{\partial u}{\partial x} , \quad (8)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \nu \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} .$$

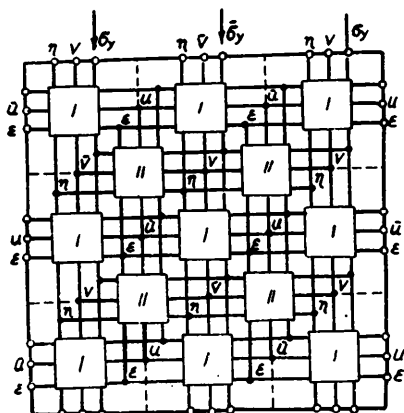


Рис. 4.

Проводимости  $a$ ,  $b$  и  $c$  на рис. 5 и 6 следующим образом связаны с коэффициентами системы (8)

$$a = \frac{\lambda + 2\nu}{h}, \quad b = \frac{\lambda}{h}, \quad c = \frac{\nu}{h} ,$$

если масштабные коэффициенты считать равными единице.

Применительно к различным задачам будут изменяться лишь форма области и краевые условия.

Остановимся на одном весьма перспективном варианте метода квазианалогий, названном методом динамического моделирования.

Динамическими электронными моделями в [ 7-9 ] называются устройства, в которых желаемое распределение напряжений и токов получается путем циклического переключения какого-либо элемента с постоянными или переменными параметрами, в общем случае многополюсного. Динамическая модель должна состоять из двух частей, из которых одна может иметь переменные, а другая постоянные параметры. Эти две части циклически пересоединяются между собой при помощи специального коммутатора. Таким образом, динамическая модель представляет собой цепь пе-

ременной структуры, в которой напряжения с допустимой для практики методической погрешностью моделируют неизвестные заданной системы уравнений.

Можно надеяться, что динамические моделирующие устройства в недалеком будущем смогут быть построены на базе твердых интегральных схем. Это означает, что можно будет создать динамическую квазианалоговую вычислительную среду и на ее основе различные моделирующие математические машины, обладающие малыми габаритами и малой потребляемой энергией, большой надежностью и механической прочностью.

Схема динамической альфа-аналоговой вычислительной среды изображена на рис. 7. Она состоит из собственно моделирующей части  $A$ , являющейся квазианалогом моделируемой системы уравнений и переключаемой при помощи автоматически работающих коммутаторов  $K$  уравнивающей части  $Y$ , которая в данном случае является интегральной схемой обрабатывающего усилителя.

Ро-аналоговая обратимая динамическая вычислительная среда (рис. 8) отличается от только что рассмотренной наличием двух моделирующих областей  $A$ . Это необходимо для того, чтобы устройство обладало свойством обратимости, т.е. при задании на любых  $n$ -м его внешних полюсах некоторых величин, на остальных  $m$  полюсах будут отработаны величины, удовлетворяющие заданной системе уравнений. Кроме того, при наличии двух моделирующих областей  $A$  в случае конечных уравнений моделирующее устройство будет обладать абсолютной устойчивостью.

Динамические вычислительные среды нуждаются в устройствах для запоминания величин, обрабатываемых в процессе циклического изменения структуры среды. Таким устройством может быть система емкостных элементов, выполненных на твердом теле. На рис. 7 и 8 она обозначена буквой  $C$ .

8. Недостатком аналоговых и квазианалоговых вычислительных сред является трудность изменения их параметров в зависимости от коэффициентов моделируемых уравнений. Метод динамического моделирования даёт возможность преодолеть этот недостаток и даже автоматизировать ввод исходных данных в модель. С этой целью циклически переключаемая двухполюсная или многополюсная интегральная схема должна быть выполнена со ступенчато-переменными кодоуправляемыми параметрами, а в соответствующих точках неизменяемой части вычислительной среды должны быть элементы, запоминающие напряжение. В качестве примера на рис. 9 изображена схема модели, предназначенной для моде-



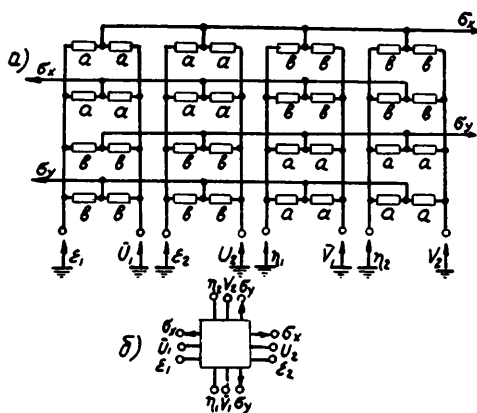


Рис. 5.

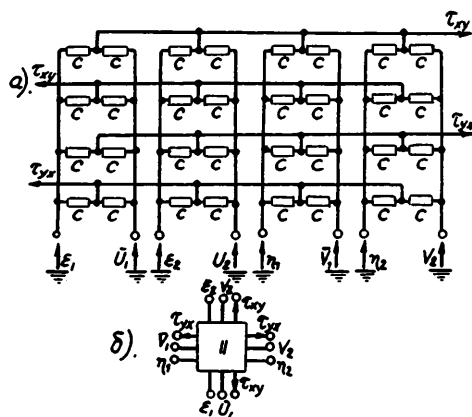


Рис. 6.

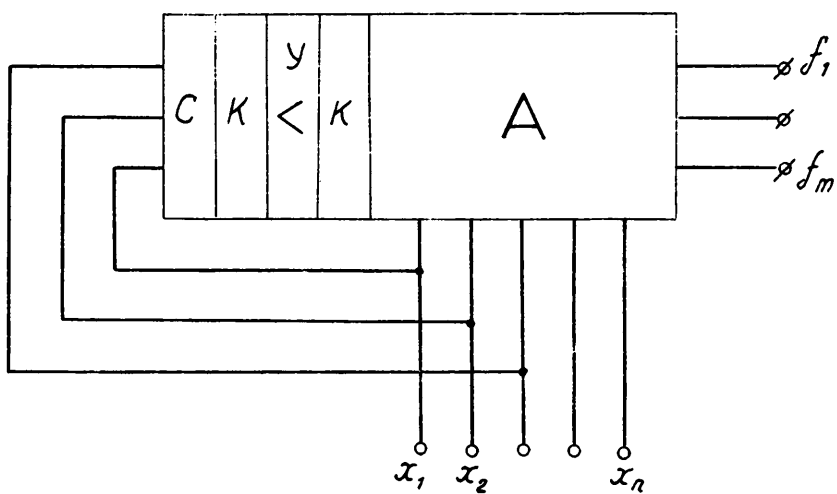


Рис. 7.

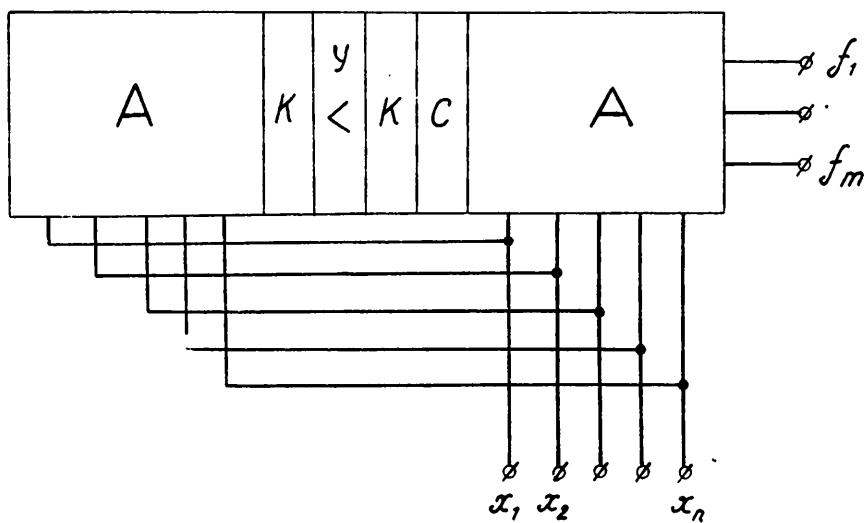


Рис. 8.

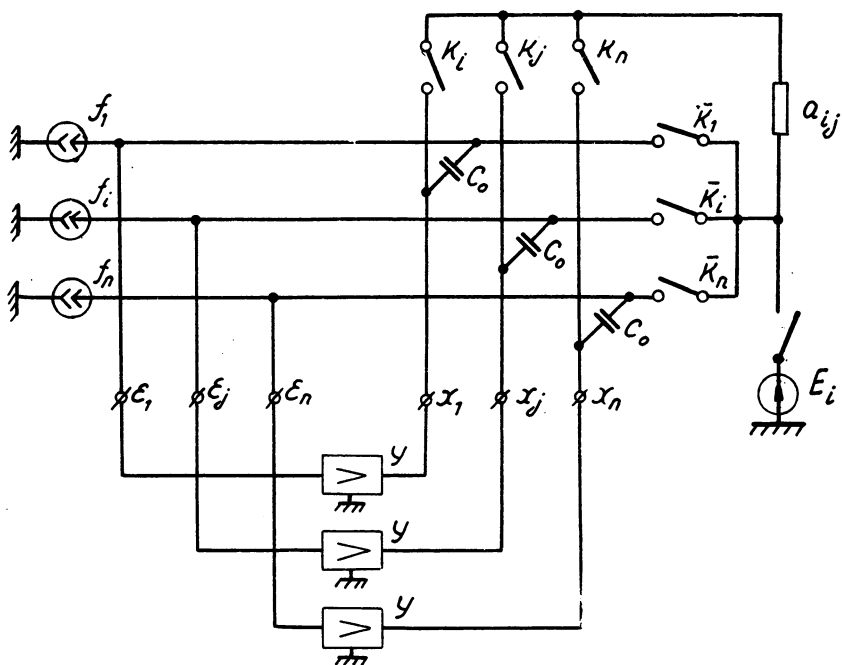


Рис. 9.

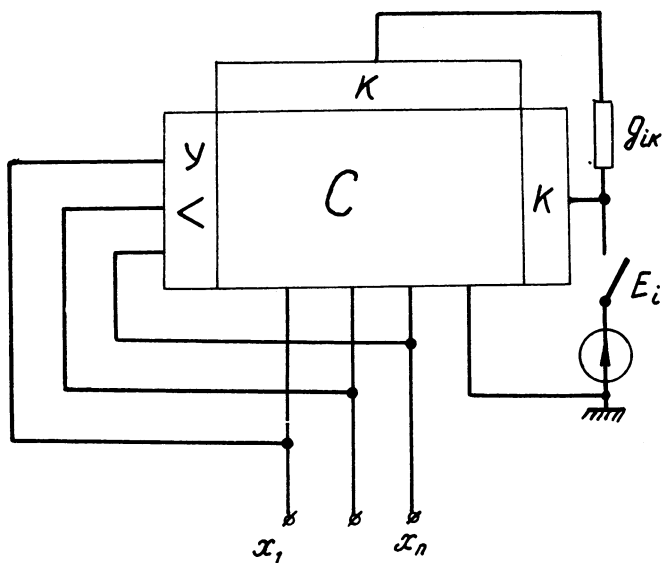


Рис. 10.

лирования безынерционных объектов с переключаемым кодоуправляемым активным двухполюсником. Её аналог на твердом теле изображен на рис. 10.

9. На основании сказанного можно сделать заключение, что аналоговые и динамические квазианалоговые вычислительные среды в ближайшее время смогут быть положены в основу построения различных специализированных моделирующих математических машин и устройств. Сюда можно отнести машины для решения дифференциальных уравнений в обыкновенных и частных производных, задач математического программирования и теории игр, сетевого планирования и управления и ряда других задач.

### Л и т е р а т у р а

1. Дж. У.А. Даммер, Дж. У. Грэнвилл. Миниатюризация и микроминиатюризация радиоэлектронной аппаратуры. Мссква, Издательство "Мир", 1965.
2. У. Карплюс. Моделирующие устройства для решения задач теории поля. ИИЛ, 1962.
3. А.Г. Тарапон, М.Н. Уласович, Интегратор ЭИМП I/64 для моделирования двумерных нестационарных полей на электропроводящей бумаге с распределенной емкостью. - Некоторые вопросы прикладной математики и аналоговой вычислительной техники, Киев, Изд-во "Наукова думка", 1966, вып. 2.
4. Г.Е. Пухов. Избранные вопросы теории математических машин. Киев, Изд. АН УССР, 1964.
5. Г.Е. Пухов, Б.А. Борковский. Методы построения обратимых и квазиобратимых электронных моделей. - Математическое моделирование и электрические цепи, Киев, Изд. "Наукова думка", 1964, вып. П.
6. Г.Е. Пухов, В.В. Васильев, А.Е. Степанов, О.Н. Токарева. Электрическое моделирование задач строительной механики. Киев, Изд-во АН УССР, 1963.
7. Г.Е. Пухов. Один метод получения потенциально-нулевых и эквипотенциальных точек в электронных моделях. - Кибернетика, 1965, № 2.
8. Б.А. Борковский. Метод динамического моделирования безынерционных объектов. - Кибернетика, 1965, № 3.

9. Б.А. Борковский, Г.Е. Пухов. Метод сокращения числа обрабатывающих усилителей в электронных моделях. - Математическое моделирование и электрические цепи, Киев, Изд-во "Наукова думка", 1966, вып. IV,