О ПОСТРОЕНИИ МАТРИЧНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СТРУКТУР

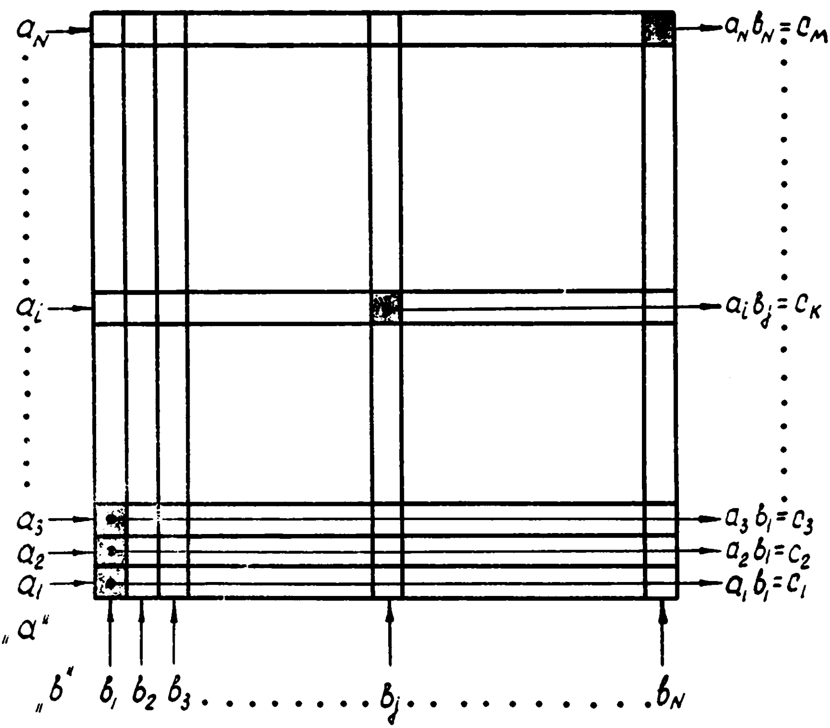
О.В. Улин, М.П. Цапенко

(Новосибирск)

В измерительной и вычислительной технике широкое применение находят дискретные устройства обработки информации, предназначенные для выполнения комплекса вычислительных операций, необходимых при определении функции двух и более переменных, заданных числами.

К подобным устройствам относятся устройства с матричными структурами, являющимися разновидностью специализированных вычислительных сред. Первые матричные вычислительные устройства были предназначены для получения результатов косвенных измерений и для статистической обработки измерительной информации [I,2,3,4,6] . В настоящей работе рассматриваются некоторые особенности построения двухмерных матричных структур и способы их реализации с помощью матричных сеток.

Принцип построения и действия матричных структур состоит в следующем. Предварительно вычисленные (для различных комбинаций значений переменных a и b) значения функции c располагаются в виде таблицы-матрицы. Входные величины задаются в виде сигналов обычно импульсного характера, каждый из которых подается на строку или столбец матрицы, соответствующие заданному числу из множества натуральных чисел I,2,3,...N . Определение результата сводится к выборке из числового поля матрицы выходного значения c_k , соответствующего нужному сочетанию значений пары a_i и b_j и расположенного на пересечении i-ой строки и j -ой колонки матрицы (рис.I). Общее количество дискретных значений выходной величины (количество возможных состояний выходной величины),определяется числом $M_o = N_a \cdot N_b$ (при квадратной матрице $M_o = N^2$),где N_a -число строк,N_b -



$$N_a = N_b = N,$$
$$M = M_0 = N^2,$$

Рис. I.

колонок. Нумерация выходных значений (адресов) может быть любой, например множеством натуральных чисел I,2,3..., M. При реализации структуры в виде матричной сетки или устройства памяти в места пересечения строк и колонок включаются ячейки совпадения, отмечающие факт встречи входных сигналов a_i и b_j и формирующие выходной сигнал c_k. Логическая структура матрицы определяется в этом случае системой:

$$\begin{aligned} c_1 &= a_1 b_1 \\ c_2 &= a_2 b_2 \\ &\cdots\cdots \\ c_k &= a_i b_j \\ &\cdots\cdots \\ c_M &= a_N b_N \end{aligned} \tag{I}$$

Матричную структуру такого типа можно уподобить элементарной вычислительной машине с ограниченным набором операций [5].Эта структура обеспечивает получение максимально возможного числа значений выходной величины, равного произведению числа строк и колонок ($M=M_0 = N_a N_b$). В ряде случаев количество выходных значений (M) может быть принято меньшим максимально возможного числа M_0. В общем случае количество выходных значений (число уровней квантования выходной величины) может находиться в пределах $1 \le M \le M_0$.

Большой практический интерес для целей математической обработки измерительной информации представляют матричные структуры с числом уровней квантования выходной величины, соизмеримым с количеством принятых дискретных значений входных величин. Количество уровней квантования часто может быть выбрано из условия равенства относительной погрешности ($\delta_{вх}$) задания входных величин и погрешности (δ_c) получения итога,т.е. $\delta_{вх} = \delta_c$. Здесь $\delta_{вх} = \frac{a_i - a_{i-1}}{a_{max}}$ (аналогично для b), а δ_c принимается равной:

I. $\delta_c = \frac{c_k - c_{k-1}}{c_{max}}$ - предельная относительная погрешность (равномерная шкала квантования выходной величины).

2. $\delta_c = \frac{c_k - c_{k-1}}{c_k}$ - погрешность относительно текущего значения итога (неравномерная шкала).

В первом случае число уровней квантования (M) выходной величины оказывается равным числу(N), а во втором - находится в пределах $N < M < N^2$.

Рассмотрим способ построения матричной структуры с $M = N$. Набор числовых значений выходной величины c (матричное поле) разбивается (квантуется) на ряд примыкающих друг к другу зон. Каждой зоной ограничиваются приблизительно равные с учетом допускаемой относительной погрешности значения итога. Все значения выходной величины, попавшие в данную зону, приравниваются некоторому значению c_k, находящемуся внутри зоны и являющемуся значением-представителем данной зоны. Значение-представитель при равномерной шкале квантования выходной величины может определяться по зависимости

$$c_k = k\Delta_c , \tag{2}$$

где $k = 1,2,3,\ldots, M$ – номер зоны,

$\Delta_c = c_k - c_{k-1} = c_{max}\delta_c$ –шаг квантования выходной величины,

$c_{max} = f(a_{max}, b_{max})$ – максимальное значение функции в диапазоне,

δ_c – предельная относительная погрешность, допускаемая при получении итога.

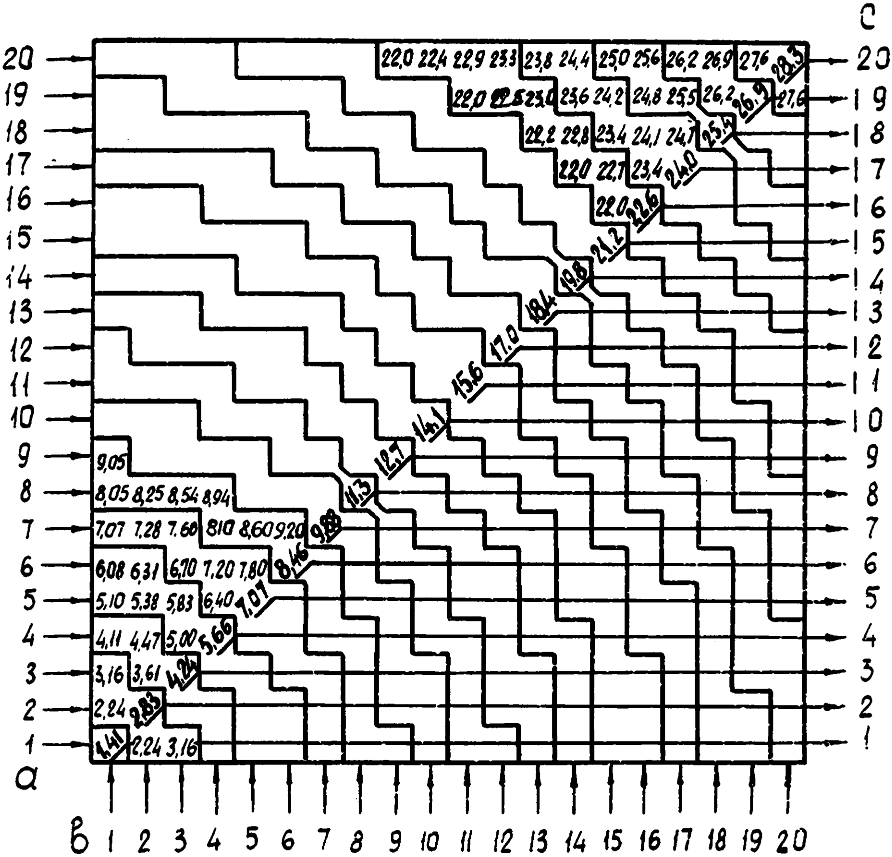
Границы каждой из зон определяются значениями, лежащими в пределах от $(k-\frac{1}{2})\Delta_c$ до $(k+\frac{1}{2})\Delta_c$.

Конфигурация зон матричного поля и их количество зависят от комплекса математических операций, выполняемых над входными величинами и допускаемой относительной погрешности δ_c определения итога.

На рис.2 показана матрица вычисления $c = \sqrt{a^2 + b^2}$ с выделенными в числовом поле зонами равновеликих значений функции с учетом $\delta_c = \delta_{вх} = 0,05$ (5%).

Принято, что входные величины a и b заданы набором дискретных значений в диапазоне 1-20 с шагом шкалы, равным 1. Число дискретных значений входных величин $N_a = N_b = 20$. Строки и колонки матрицы пронумерованы числами 1,2,3,... 20, одновременно являющимися в данном случае и действительными значениями входных величин. Количество выходных зон $M = \frac{1}{\delta_c} = 20$. Зоны также пронумерованы числами 1,2, 3,... 20. Значения - представители зон, вычисленные по зависимости (2) с точностью до трех знаков, будут: $c_1 = 1,41$; $c_2 = 2,83$; $c_3 = 4,24$ и т.д. до $c_{20} = c_{max} = 28,3$. (В матрице они выделены жирным шрифтом).

Подобным же образом строятся двухмерные матричные структуры для выполнения любых других комплексов операций над дву-



$$c = \sqrt{a^2 + b^2},$$

$$\delta_c = 0{,}05\ (5\%),\quad (\delta_c)_{cp} = 0{,}025\ (2{,}5\%)$$

$$\Delta_a = \Delta_b = 1;\qquad \Delta_c = \sqrt{2}$$

$$N_a = N_b = 20;\quad M = 20,\quad M_0 = 400$$

Рис. 2.

мя входными величинами. При необходимости определения функций более чем двух переменных могут быть применены объемные структуры или использовано соединение в определенной последовательности нескольких двухмерных матриц.

Приведенная на рис.2 матрица (матричная карта), может служить графическим вычислительным устройством (дискретной номограммой) для определения функции с относительной погрешностью, не превышающей 5% от максимального значения выходной величины в заданном диапазоне. Среднее же значение относительной погрешности итога составляет примерно 2,5% $(\delta_c)_{cp} \approx 0{,}5\,\delta_c$.

Как отмечалось выше, число уровней квантования выходной величины (число зон) М может быть принято находящимся в пределах от N до N^2 , а шкала выходной величины неравномерной. В этом случае шаг выходной шкалы $\Delta_c = c_k - c_{k-1} = \delta_c' \, c_k$ является величиной переменной, зависящей от текущего значения получаемого итога. Выходные значения - представители зон - находятся в пределах от с до $c_M = c_{max}$, причем условимся считать $c_1 \approx \delta_c' \, c_{max}$. Промежуточные выходные значения определяются из системы:

$$
\begin{aligned}
c_{M-1} &= c_M \; (1 - \delta_c') \\
c_{M-2} &= c_M \; (1 - \delta_c')^2 \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
c_{M-k} &= c_M \; (1 - \delta_c')^k \qquad\qquad (3) \\
&\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\
c_1 &= c_M \; (1 - \delta_c')^{M-1}
\end{aligned}
$$

Так как по условию $c_1 = \delta_c' \, c_M$, то $\delta_c' = (1 - \delta_c')^{M-1}$, откуда можно определить число уровней квантования (М) выходной величины. Для рассмотренного ранее примера при $\delta_c' = \delta_c = 0{,}05$ $M = 60$.

На основе матричной карты (рис.2) может быть выполнено матричное вычислительное устройство в виде матричной сетки.При построении матричной сетки для реализации необходимого комплекса операций в узлы матрицы (пересечения строк и колонок)включаются элементы И и ИЛИ в соответствии с количеством и конфигурацией зон, имеющихся на матричной карте. Логическая схема соединений элементов И и ИЛИ должна обеспечить получение объеди - ненных выходных сигналов, соответствующих значениям-представителям зон матрицы.

Логическая структура матрицы, показанной на рис.2, определяется уравнениями:

$$
\begin{aligned}
c_1 &= a_1\, b_1 \\
c_2 &= a_1\, b_2 \vee a_1\, b_3 \vee a_2\, b_1 \vee a_2\, b_2 \vee a_3\, b_1\,; \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
c_k &= (a_i b_j \vee a_i b_{j+1} \vee \ldots \vee a_i\, b_m\,) \vee \ldots \\
&\ldots \vee (a_{i+1} b_j \vee a_{i+1} b_{j+1} \vee \ldots \vee a_{i+1} b_n\,) \\
&\ldots \vee (a_l\, b_r \vee a_{l+1}\, b_r \vee \ldots \vee a_q\, b_r\,)\,; \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
c_{20} &= a_{20}\, b_{19} \vee a_{20}\, b_{20} \vee a_{19}\, b_{20};
\end{aligned}
\tag{4}
$$

или

$$
\begin{aligned}
c_1 &= a_1 b_1\,; \\
c_2 &= a_1 (b_2 \vee b_3\,) \vee a_2\,(b_1 \vee b_2\,) \vee a_3\, b_1\,; \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
c_k &= a_i (b_j \vee b_{j+1} \vee \ldots \vee b_m\,) \vee \ldots \\
&\ldots \vee a_{i+1} (b_j \vee b_{j+1} \vee \ldots \vee b_n\,) \vee \ldots \\
&\ldots \vee b_r\,(a_l \vee a_{l+1} \vee \ldots \vee a_q\,)\,; \\
&\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
c_{20} &= a_{20}\,(b_{19} \vee b_{20}\,) \vee a_{19}\, b_{80}
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Здесь $a_1, a_2, \ldots, a_{20}$ – значения, присвоенные строкам, b_1, $b_2, \ldots, b_{20}$ – колонкам, $a_i\, b_j$ и $(b_j \vee b_{j+1} \vee \ldots)$ – логические произведения и дизъюнкции, соответственно.

При реализации матричных структур в виде электрических матричных сеток в соответствии с зависимостями (4) и (5) применяются различные способы построения принципиальных схем с использованием разнообразных элементов, позволяющих выполнять элементарные логические операции.

Например, при построении матричной сетки по зависимости (4) в место каждого пересечения могут быть включены ферритовые кольца с прямоугольной петлей гисторезиса (ППГ), прошитые горизонтальными и вертикальными шинами – обмотками. Выборка сердечника " ij " в k-ой зоне осуществляется совпадением полутоков по шинам i и j . Выходные обмотки сердечников соединяются между собой в соответствии с конфигурацией зон на матричной карте. На рис.3а показана часть принципиальной схемы (верхняя половина зоны "I6", затемненная на матричной карте рис.2) матричного устройства. На рис. 3б изображена та же часть принципиальной схемы, реализующая зависимость (5). Применены многообмоточные импульсные трансформаторы с диодными развязками. Выходной сигнал зоны "I6" формируется с помощью одного I0 обмото-

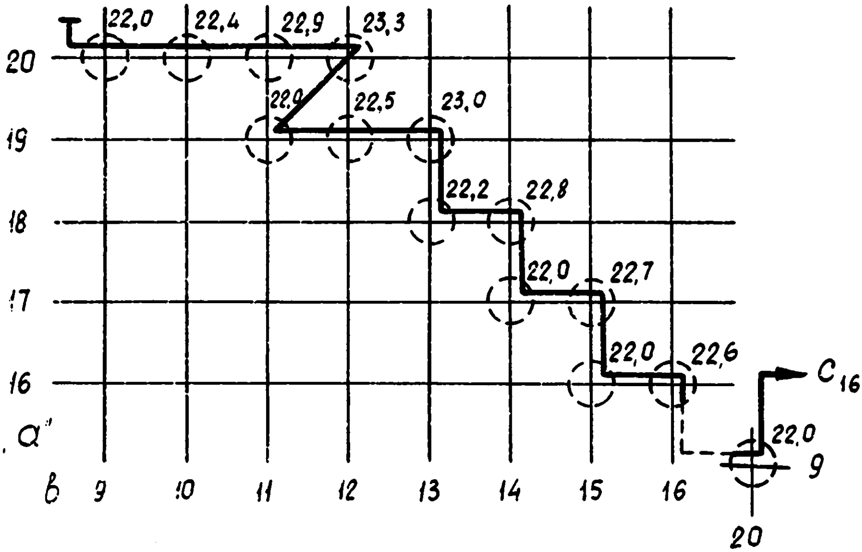

22,0
22,4
22,9
23,3
22,0
22,5
23,0
22,2
22,8
22,0
22,7
22,0
22,6
C_{16}
22,0
20
19
18
17
16
a
b
9
10
11
12
13
14
15
16
9
20

Рис. 3а

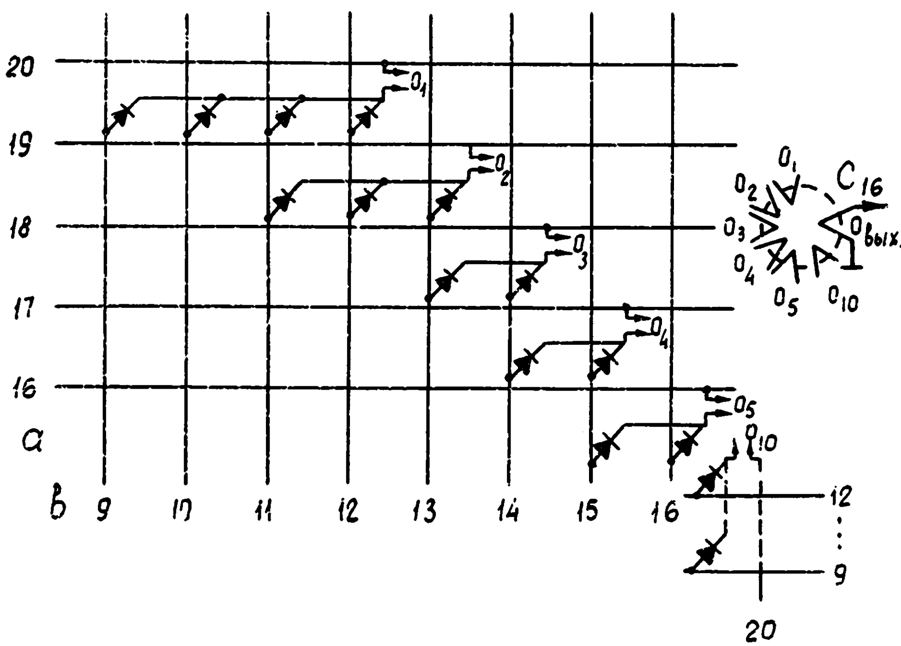

20
19
18
17
16
a
b
9
10
11
12
13
14
15
16
0_1
0_2
0_3
0_4
0_5
0_{10}
12
9
20
C_{16}
$0_{вых.}$

Рис. 3б.

точного трансформатора на ферритовом сердечнике и нескольких диодных схем.

В заключение отметим, что устройства с матричными структурами отличаются схемной простотой и однородностью. В этих структурах используются простейшие однотипные логические элементы, что позволяет применять схемы и элементы микроэлектроники.

За счет параллельной организации процесса получения результата матричные структуры обеспечивают большое быстродействие.

Недостатки матричных структур, присущие многим специализированным вычислительным устройствам, компенсируются возможностью выполнять относительно простыми средствами сложные комплексы вычислительных операций с большой скоростью и достаточной для многих практических применений точностью.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. М.П. Цапенко, Л.Б. Талалай. Матричная схема для определения суммы и разности двух дискретных чисел. -Авторское свидетельство № 120037, 10.Ш. 1958.
2. М.П. Цапенко, О.В. Улин. Счетно-решающее устройство на матричных сетках.-Авторское свидетельство №127074, 23.УI. 1959.
3. М.П. Цапенко, О.В. Улин. Применение матричных сеток для выполнения математических операций. Сб. трудов I-ой Всесоюзной конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений, 1959. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1961.
4. О.В. Улин. Счетно-решающее устройство на декадных матричных сетках. - Сб. трудов 2-й Всесоюзной конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений, 1960. Новосибирск,Изд-во СО АН СССР, 1962.
5. Э.В. Евреинов. О микроструктуре элементарных машин вычислительной системы. - Вычислительные системы, Новосибирск, 1962, вып. 4.
6. О.В. Улин, В.К. Петунин. Матричное счетно-решающее устройство для вычисления корреляционной функции. Сб. трудов 4-й Всесоюзной конференции по автоматическому контролю и методам электрических измерений, 1962. Новосибирск, Изд-во СО АН СССР, 1964.