УДК 681.142.004.67

СИНТЕЗ ДИАГНОСТИЧЕСКИХ ТЕСТОВ ЛОГИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

А.Б. Непомнящий
(Минск)

Под правильной логической сетью [S] будем понимать схему, для которой заданы:

1) входной алфавит $A = \{a_1, \ldots, a_n\}$,

где $a_i = \mathop{\Gamma}\limits_{j=1}^{\alpha} x_j \quad (i = \overline{1,n}), \quad \alpha = \log_2 n;$

2) выходной алфавит $E = \{e_1, \ldots, e_m\}$,

где $e_i = \mathop{\Gamma}\limits_{j=1}^{\beta} y_j \quad (i = \overline{1,m}), \quad \beta = \log_2 m;$

3) алфавит состояний $B = \{b_1, \ldots, b_k\}$,

где $b_i = \mathop{\Gamma}\limits_{j=1}^{\gamma} q_j \quad (i = \overline{1,k}), \quad \gamma = \log_2 k;$

4) система временных булевых функций, описывающих работу сети

$$y_j(t) \sim \varphi_j[x_1(t), \ldots, x_\alpha(t), q_1(t-1), \ldots, q_\gamma(t-1)]$$
$$j = \overline{1, \beta},$$
$$q_j(t) \sim \psi_j[x_1(t), \ldots, x_\alpha(t), q_1(t-1), \ldots, q_\gamma(t-1)]$$
$$j = \overline{1, \gamma}.$$

Исходной информацией при синтезе диагностического теста логической сети S_0 является множество логических ошибок,

локализацию которых должен обеспечить тест:

$$V_0 = \{ v_1, \ldots, v_\delta \}.$$

Каждая ошибка $v_i \in V$ модифицирует сеть S_0 в правильную логическую сеть $v_i [S_0]$ (ошибки, модифицирующие сеть S_0 в неправильные сети, из рассмотрения исключаются).

Таким образом, множеству ошибок V можно однозначно сопоставить множество модификации сети S_0 :

$$C = \{ S_1, \ldots, S_\delta \} .$$

Диагностический эксперимент с сетью $S_\mu \in C$ заключается в подаче на неё некоторой входной последовательности (диагностического теста) и наблюдении выходной последовательности сети S_μ. Результатом эксперимента должен быть ответ на вопрос: какой сетью является сеть S_μ.

Построение диагностического теста сети S_0 при множестве ошибок V может быть сведено к следующей процедуре [6] : для каждой пары сетей $\langle S_i, S_j \rangle \in C \times C$ при $i \neq j$ находится входная последовательность, различающая эти сети (назовем эту входную последовательность взаимным тестом сетей S_i и S_j и обозначим T_{ij}). Если такие последовательности будут найдены для всех пар из $C \times C$, то их совокупность будет являться искомым диагностическим тестом.

Для отыскания взаимных тестов T_{ij} можно поступить следующим образом: представить сети S_i и S_j как конечные автоматы, т.е. описать их работу таблицами, матрицами или графами переходов и затем использовать для нахождения взаимного теста алгоритм Гилла [2] . Однако переход от системы функций, описывающих логическую сеть, к таблицам, матрицам или графам переходов трудоемок и сложен. Может быть предложен ряд алгоритмов, позволяющих найти взаимный тест двух сетей непосредственно по системам функций, описывающих эти сети [4,5] . Ниже приводится алгоритм, доказательство которого дано в [4].

Будем искать взаимный тест сетей $S_1 \in C$ и $S_2 \in C$, для которых заданы множества допустимых начальных состояний B_0^1 и B_0^2 .

Алгоритм I.

I. Образуем функцию

$$y_b(t) \sim \bigvee_{j=1}^{\beta} [y_j^1(t) + y_j^2(t)] \quad , \qquad (I)$$

где y_j^1 и y_j^2 - j- ые выходные переменные сетей S_1 и S_2, соответственно.

Подставим в (I) вместо всех переменных $y_j^1(t)$ и $y_j^2(t)$ формулы, эквивалентные им, из систем булевых функций, описывающих работу сетей S_1 и S_2. Приведем результат к виду

$$y_b(t) \sim \bigvee d_j(t)\, B_j(t-1) \quad , \qquad (2)$$

где $d_j(t)$ - произведение всех входных переменных, отнесенных к моменту t (каждая из переменных $x_i(t)$ может входить в $d_j(t)$ с инверсией или без инверсии), а $B_j(t-1)$-функция внутренних переменных сетей S_1 и S_2 (q_i^1 и q_i^2, соответственно), отнесенных к моменту времени t -I.

Примем номер цикла алгоритма $r = I$ и ограничивающее множество функций $Q = \Phi$.

Примем за образующую функцию $z_r \sim y_b(\nu)$. Здесь $y_b(\nu)$ - правая часть формулы (2), в которой принято $t = \nu$.

Выполним п.2.

2. Проверим, содержит ли z_r члены $d_j(\nu - r + 1)B_j(\nu - r)$ и $d_i(\nu - r + 1)B_i(\nu - r)$, такие, что $B_j \vee \bar{B}_i \sim 1$. Если да, то вычеркнем из z_r члены $d_i(\nu - r + 1)B_i(\nu - r)$.

Выполним п.3.

3. Проверим, содержит ли z_r члены $d_j(\nu - r + 1)B_j(\nu - r)$ такие, что $B_j \vee \overline{B_0^1 \cdot B_0^2} \sim 1$.

Здесь B_0^1 и B_0^2 -- функции внутренних переменных сетей S_1 и S_2 соответственно такие, что области истинности этих функций совпадают с множествами допустимых начальных состояний сетей S_1 и S_2 .

Если z_r содержит хотя бы один такой член $d_j(\nu - r + 1)\cdot B_j(\nu - r)$, то область истинности функции $d_j(\nu - r + 1)$ является искомым тестом. В этом случае остановим - алгоритм-

тест найден.

Если z_r не содержит указанных членов, выполним п.4.

4. Включим в множество Q все функции B_j из z_r . Выполним п.5.

5. По z_r найдем z_{r+1} . Для этого подставим в z_r вместо всех внутренних переменных q_j^1 и q_j^2 формулы, эквивалентные им, из систем, описывающих работу сетей S_1 и S_2. Результат подстановки будем обозначать z_{r+1} . Найдем дизъюнкцию z_{r+1} и первой части формулы (2), в которой принято $t = \nu - r$, т.е. $z_{r+1} \sim z_{r+1}\ y_b(\nu - r)$.

Представим z_{r+1} в формуле

$$z_{r+1} \sim \bigvee d_j(\nu - r)B_j(\nu - r - 1),$$

где $d_j(\nu - r)$ – произведение всех входных переменных, отнесенных к моментам $\nu, \nu - 1, \ldots, \nu - r$;

$B_j(\nu - r - 1)$ – функция внутренних переменных сетей и отнесенных к моменту $\nu - r - 1$.

Проверим, содержит ли z_r члены $d_j(\nu - r)B_j(\nu - r - 1)$ и $d_i(\nu - r)\ B_i(\nu - r - 1)$, такие, что $B_j \vee \overline{B}_i \sim 1$.

Если да, то вычеркнем из z_r члены $d_i(\nu - r)B_i(\nu - r - 1)$.

Выполним п.6.

6. Увеличим r на I. Проверим, содержатся ли в z_r члены $d_j(\nu - r + 1)\ B_j(\nu - r)$ такие, что $\overline{B}_j \vee U \sim 1$, где $U \in Q$. Если да, то вычеркнем эти члены. Выполним п.7.

7. Проверим $z_r \sim 0$. Если да, то остановим алгоритм. Сети S_1 и S_2 не различимы. Если нет, выполним п. 3.

Покажем работу алгоритма на примере.

<u>Пример</u>. Найдем тест, различающий сети, описываемые системами функций:

$$S_1 \begin{cases} q_1^1(t) \sim q_1^1(t-1)\ \overline{x}_1(t) \vee q_1^1(t-1)\ x_2(t) \\ q_2^1(t) \sim \overline{q}_2^1(t-1)\ x_2(t) \\ q_3^1(t) \sim x_2(t) \vee x_1(t)\ q_1^1(t-1) \\ y_1^1(t) \sim x_1(t)\ q_3^1(t-1) \\ y_2^1(t) \sim x_2(t)\ q_3^1(t-1) \vee q_3^1(t-1)\ q_1^1(t-1)\ x_1(t) \end{cases}$$

$$S_2 \begin{cases} q_1^2(t) \sim q_1^2(t-1)\,\overline{x}_1(t) \vee x_2(t) \\ q_2^2(t) \sim \overline{q}_2^2(t-1)\,x_2(t) \\ q_3^2(t) \sim x_2(t) \vee x_1(t)\,q_1^2(t-1) \\ y_1^2(t) \sim x_1(t)\,q_3^2(t-1) \\ y_2^2(t) \sim x_2(t)\,q_3^2(t-1) \vee q_3^2(t-1)\,q_1^2(t-1)\,x_1(t). \end{cases}$$

Допустимым начальным состоянием для сети S_1 является состояние $q_1^1 = 1$, $q_2^1 = 0$, $q_3^1 = 0$, т.е. функция $B_0^1 \sim q_1^1 \cdot \overline{q}_2^1 \cdot \overline{q}_3^1$. Сеть S_2 в начальный момент может находиться в произвольном начальном состоянии, т.е. функция $B_0^2 \sim 1$.

Таким образом, функция $\overline{B_0^1 B_0^2} \sim q_1^1 \vee q_2^1 \vee q_3^1$.

I-й пункт.

Образуем функцию

$$y_b(t) \sim [y_1^1(t) + y_1^2(t)] \vee [y_2^1(t) + y_2^2(t)].$$

Сделаем в эту функцию подставки выходных переменных из систем, описывающих сети S_1 и S_2. Получим

$$\begin{aligned} y_b(t) \sim\ & \overline{x}_1(t)\cdot x_2(t)\,[q_3^1(t-1)q_3^2(t-1) \vee \overline{q}_3^1(t-1)q_3^2(t-1)] \vee \\ & \vee x_1(t)\overline{x}_2(t)\,[q_3^1(t-1)\overline{q}_3^2(t-1) \vee \overline{q}_3^1(t-1)q_3^2(t-1) \vee \\ & \vee q_1^1(t-1)q_3^1(t-1)\overline{q}_1^2(t-1) \vee \overline{q}_1^1(t-1)q_1^2(t-1)\cdot q_3^2(t-1)] \vee \\ & \vee x_1(t)x_2(t)\,[q_3^1(t-1)\overline{q}_3^2(t-1) \vee \overline{q}_3^1(t-1)q_3^2(t-1)] \sim \\ \sim\ & \overline{x}_1(t)x_2(t)B_1(t-1) \vee x_1(t)\overline{x}_2(t)B_2(t-1) \vee \\ & \vee x_1(t)x_2(t)B_3(t-1). \end{aligned}$$

Принимаем номер цикла $r = I$ и множество $Q = \emptyset$.

$$z_1 \sim y_b(\nu) \sim \bar{x}_1(\nu)x_2(\nu)B_1(\nu - 1) \vee x_1(\nu)\bar{x}_2(\nu)B_2(\nu - 1) \vee x_1(\nu)\cdot x_2(\nu)B_3(\nu - 1).$$

2-ой пункт.

Очевидно, $B_2 \vee \bar{B}_1 \sim 1$ и $B_2 \vee \bar{B}_3 \sim 1$, т.е.

$$z_1 \sim x_1(\nu)\bar{x}_2(\nu)B_2(\nu - 1).$$

3-й пункт.

Очевидно, $B_2 \vee \overline{B_0^1 B_0^2} \not\sim 1$ . .

4-й пункт.

$$Q = \{ B_2 \}.$$

5-й пункт. Делаем в z_1 , подстановку значений $q_j^1(t)$ и $q_j^2(t)$ из систем, описывающих работу сетей S_1 и S_2 . Получаем

$$z_2' \sim x_1(\nu)\bar{x}_2(\nu)x_1(\nu - 1)\bar{x}_2(\nu - 1)\cdot$$
$$\cdot [q_1^1(\nu - 2)\bar{q}_1^2(\nu - 2) \vee \bar{q}_1^1(\nu - 2)q_1^2(\nu - 2)] \vee$$
$$\vee x_1(\nu)\bar{x}_2(\nu)x_1(\nu - 1)x_2(\nu - 1)q_1^1(\nu - 2).$$

И окончательно

$$z_2 \sim z_2' \vee y_b(\nu - 1) \sim x_1(\nu)\bar{x}_2(\nu)x_1(\nu - 1)\bar{x}_2(\nu - 1)\cdot$$
$$\cdot [q_1^1(\nu - 2)\bar{q}_1^2(\nu - 2) \vee \bar{q}_1^1(\nu - 2)q_1^2(\nu - 2) \vee q_3^1(\nu - 2)\bar{q}_3^2(\nu - 2)$$
$$\vee \bar{q}_3^1(\nu - 2)q_3^2(\nu - 2)] \vee x_1(\nu)\bar{x}_2(\nu)x_1(\nu - 1)x_2(\nu - 1)\cdot$$
$$\cdot [q_1^1(\nu - 2) \vee \bar{q}_3^1(\nu - 2)q_3^2(\nu - 2) \vee q_3^1(\nu - 2)\bar{q}_3^2(\nu - 2)] \sim$$
$$\sim x_1(\nu)\bar{x}_2(\nu)x_1(\nu - 1)\bar{x}_2(\nu - 1)B_4(\nu - 2) \vee$$
$$\vee x_1(\nu)\bar{x}_2(\nu)x_1(\nu - 1)x_2(\nu - 1)B_5(\nu - 2).$$

6-й пункт. Полагаем номер цикла алгоритма $r=2$.

Так как $\overline{B}_4 \vee B_2 \not\sim 1$ и $\overline{B}_5 \vee B_2 \not\sim 1$, то после этого шага z_2 не изменяется.

7-й пункт. Очевидно, $z_2 \not\sim 0$.

Начинается 2-й цикл алгоритма.

3-й пункт.

$$B_4 \vee \overline{B_0^1 B_0^2} \not\sim 1,$$

но

$$B_5 \vee \overline{B_0^1 B_0^2} \sim 1$$

и, следовательно, область истинности функции

$x_1(\nu)\overline{x}_2(\nu)x_1(\nu-1)x_2(\nu-1)$ является искомым тестом. Выпишем этот тест

	ν	$\nu-1$
x_1	1	1
x_2	0	1

Нетрудно показать, что если сеть S_1 перед подачей теста может находиться в произвольном начальном состоянии, т.е. $B_0^1 \sim 1$, то в 3-ем цикле алгоритма будет получен тест

	ν	$\nu-1$	$\nu-2$
x_1	1	1	0
x_2	0	1	1

В обоих случаях после подачи теста сети S_1 и S_2 различаются по наблюдению выхода y_2 в момент ν (у сети S_1 - $y_2^1(\nu)=0$, а сети S_2 - $y_2^2(\nu)=1$).

При построении тестов сложных сетей представляется целесообразным для реализации приведенного выше алгоритма применять вычислительные машины. При этом с успехом может быть использован аппарат производящих полиномов [I].

Заметим, что в случае, если сети S_1 и S_2 имеют в множествах допустимых начальных состояний B_0^i и B_0^j хотя бы по одному эквивалентному состоянию[2], то теста T_{ij} не существует. Будем писать в этом случае $T_{ij}=0$, а сети S_i и S_j называть квазиэквивалентными. Отношение квазиэквивалетности

рефлексивно, симметрично, но не транзитивно, поэтому оно устанавливает разбиение множества C на δ в общем случае пересекающихся подмножеств

$$W = \{\omega_1, \ldots, \omega_\delta\}.$$

В силу этого диагностический тест дает, вообще говоря, ответ о принадлежности сети S_μ, с которой проводится эксперимент, некоторому классу $\omega_i \in W$.

Диагностический эксперимент может быть условным или безусловным. При безусловном эксперименте на сеть S_μ последовательно один за другим подаются все не равные нулю взаимные тесты, определенные для множества C. При условном эксперименте перед подачей на сеть S_μ очередного взаимного теста анализируется результат прохождения предыдущих тестов. При этом можно руководствоваться следующим положением. Обозначим множество выходных последовательностей сети S_i при подаче на неё теста T_{ij} через Π_i. Подача на сеть S_μ взаимного теста T_{ij} позволяет сделать один из трех выводов относительно сети S_μ:

I. Если выходная последовательность сети S_μ принадлежит Π_i, то $S_\mu \neq S_j$.

2. Если выходная последовательность сети S_μ принадлежит Π_j, то $S_\mu \neq S_i$.

3. Если выходная последовательность сети S_μ не принадлежит ни Π_i, ни Π_j, то $S_\mu \neq S_i \cup S_j$.

Очевидно, число взаимных тестов, поданных на сеть в ходе условного эксперимента, не превышает δ -I.

Заметим, что даже в случае, когда $T_{ij} = 0$, может быть получен точный ответ о том, что сеть $S_\mu = S_i$. Это произойдет в случае, когда подача теста T_{jr} на сеть S_μ дает информацию вида $S_\mu \neq S_j$. Можно построить диагностический тест на базе взаимных тестов, различающих сети S_i и S_j с вероятностью меньшей I. Нахождение таких тестов значительно сокращает объем выкладок. Однако рассмотрение вопроса синтеза вероятностных тестов выходит за рамки данной статьи.

Л И Т Е Р А Т У Р А

I. Ю.Я.Базилевский. Вопросы теории временных логических функций. - Сб.: "Вопросы теории математических машин", I, М.-Л.,Физматгиз,1958.

2. А.Гилл. Введение в теорию конечных автоматов. М.,"Наука", 1966.

3. Н.Е.Кобринский, Б.А.Трахтенброт. Введение в теорию конечных автоматов. М.-Л.,Физматгиз,1962.

4. А.Б.Непомнящий. К вопросу о различимости логических сетей. Материалы республиканской научно-технической конференции НТО им. А.С.Попова. Минск,1967 г.

5. А.Б.Непомнящий. Синтез взаимных тестов логических сетей . Труды училища,вып.46, МВИРТУ,1967 г.

6. И.А.Чегис, С.А.Яблонский. Логические способы контроля работы электрических схем. Труды математического института им. В.А.Стеклова, т.51,М.,1958 г.