УДК.681.142.1

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ АЛГОРИТМОВ ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ НА СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛНЫХ СИСТЕМАХ

Л А Рудзиш
(Москва)

I. При подготовке алгоритмов для реализации на специализированных вычислительных системах (СВС)одной из основных задач является преобразование последовательной структуры алгоритма в ярусную и оценка качества преобразования.

Пусть задан последовательный машинный алгоритм (программа) решаемой задачи. Из множества операторов (операций)заданного алгоритма выделим некоторые подмножества,представляющие в той или иной степени логически завершенные этапы вычислений.Содержательно выделенными подмножествами для рассматриваемого класса специализированных задач являются вычисление тригонометрических функций, элементов матриц, координат точек в пространстве и др. Назовем эти подмножества обобщенными вычислительными утверждениями (ОВУ). Множество входных переменных алгоритма назовем обобщенным входным утверждением, а множество результатов реализации алгоритма - обобщенным выходным утверждением. Заметим, что ограничений на количество обобщенных выходных утверждений в пределах алгоритма не накладывается.

2. Присвоим в естественной последовательности каждому обобщенному утверждению (ОУ) число из натурального ряда (номер ОУ).

Припишем к невходному ОУ множество чисел, соответствующих номерам ОУ, хотя бы один результат выполнения которых является аргументом данного невходного ОУ. Осуществим данную операцию для всех невходных ОУ рассматриваемого алгоритма.Назовем эти числа числами сопряжения.

Организованную таким образом последовательность ОУ назовем сопряженной вычислительной цепью (СВЦ).

Пусть s_i - невыходное ОУ, а s_j - неисходное ОУ СВЦ. Тогда s_i есть прообраз s_j по отношению к K -ому числу сопряжения ОУ s_j в том и только в том случае, если:

а) s_i расположено в СВЦ раньше s_j ;

б) K_k-число сопряжения s_j и номер s_i .

Если s_i - прообраз s_j , то s_j -образ s_i . Отношения образа и прообраза есть бинарные отношения ближайшего родства.

СВЦ может быть представлена в виде информационного графа , вершинам которого соотнесены ОУ, а дугам - бинарные отношения ближайшего родства соответствующих ОУ, формально определяемые числами сопряжения и номерами ОУ. Графическое представление СВЦ, очевидно, с точки зрения машинной реализации преобразования последовательной СВЦ в ярусную, нецелесообразно.

Рассмотрим эквивалентную графу форму представления информашинных связей СВЦ - матричную.

Составим квадратную матрицу М по следующему алгоритму:

а. Каждому номеру ОУ соотнесем одну строку i и один столбец j.

б. Последовательности строк соотнесем прообразы, а последовательности столбцов - образы ОУ СВЦ.

в. Элемент матрицы

$$m_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } i\text{-ое ОУ является прообразом } j\text{-го ОУ} \\ 0, & \text{если между } i \text{ и } j \text{ не существует бинарного отношения ближайшего родства.} \end{cases}$$

Очевидно,матрицу типа М можно составить для любой СВЦ.Назовем матрицу М матрицей отношений.

3. Сформулируем задачу выделения ярусов в СВЦ как разновидность задачи нахождения в графе переходов путей длины m , рассматриваемой в теории конечных автоматов [I]. В целях сокращения трудоемких вычислений и учитывая, что нас интересуют только пути, начинающиеся с обобщенного входного утверждения, вместо квадратных матриц будем оперировать с матрицами - строками.

Доказано [I], что количество путей длины $m + 1$ от i-го в соответствующее состояние может быть определено по формуле

$$[\tilde{M}]_i^{m+1} = [\tilde{M}]_i^m \, [M] \,, \qquad (I)$$

где $[\tilde{M}]_i^m$ – матрица-строка m-го порядка, полученная из i-ой строки $[M]$;

m – порядок матрицы – строки.

Естественно соотнести подмножеству ОУ начального (первого) яруса $\{\sigma\}_1$ только обобщенное входное утверждение.

Опишем формализацию указанной выше задачи последовательностью операций:

А. Из $[M]$ выделяем матрицу-строку, соответствующую обобщенному входному утверждению ($[\tilde{M}]_{нач}$).

Б. Последовательно применяем формулу (I) пока все элементы ($\tilde{e}_j$) матрицы-строки $[\tilde{M}]^{k+1}_{нач}$ окажутся равными нулю.

$\tilde{e}_j > 0$ из $[\tilde{M}]^k_{нач}$ указывает количество путей длины k от обобщенного входного утверждения к j-ому ОУ.

В. Из $[\tilde{M}]^m_{нач}$ формируем $[\tilde{M}']^m_{нач}$, элемент которой

$$\dot{\tilde{e}}_j = \begin{cases} I, \text{ если } \tilde{e}_j \geq I \\ I, \text{ если } \tilde{e}_j = 0 \end{cases},$$

(так как нас интересует не количество путей, а только информация об их наличии).

Г. Преобразуем $[\tilde{M}']^m_{нач}$ в $[\bar{M}]^m_{нач}$.

Элемент матрицы $[\bar{M}]^m_{нач}$

$$\bar{e}_j = \begin{cases} I, \text{ если } \tilde{e}_j \text{ из } [\tilde{M}']^m_{нач} \text{ равен } I\text{, а во всех } [\tilde{M}']^{m+i}_{нач} \text{ равен нулю } (i = I, 2, \ldots k-m), \\ 0, \text{ если } \tilde{e}_j \text{ из } [\tilde{M}']^m_{нач} \text{ равен } 0 \text{ или хотя бы один } \tilde{e}'_j \text{ из } [\tilde{M}']^{m+i}_{нач} \text{ отличен от нуля.} \end{cases}$$

Д. Позиции (j) $\bar{e}_j = 1$ в $[\bar{M}]^m_{нач}$ указывают номера ОУ, образующих m -ый ярус преобразуемой СВЦ.

Для реализации задачи выделения ярусов в СВЦ был разработан и отлажен алгоритм, логическая схема которого в принципе тождественна описанной выше (п.п. А - Д) последовательности операций. Результатом реализации алгоритма является k подмножеств (ярусов) ОУ исходной СВЦ. Все ОУ m-го яруса могут выполняться одновременно на СВС. Графически результат реализации алгоритма представляет собой ярусно-упорядоченный информационный граф - назовем его ярусным графом СВЦ.

4. Параллельные свойства заложены в выбранном численном методе решения задачи. Отыскание ярусного графа СВЦ адекватно выявлению параллельных свойств алгоритма, а степень эффективности их использования в основном определяется выбранным методом ярусного преобразования и рациональным выбором длин ОВУ. Взвесим каждую вершину ярусного графа СВЦ величиной, равной времени реализации ОУ, соответствующего данной вершине, на элементарной машине ВС.

Определим параллельные свойства алгоритма и эффективность ярусного преобразования СВЦ системой следующих параметров [2]:

l_{ij} - длина i -го ОУ j-го яруса

$i = 1,2, ..., p$; $j = 1,2,..., q$,

n_j - ширина j-го яруса (число ОУ в ярусе)

$l_{срj}$ - средняя длина j-го яруса

$$l_{срj} = \frac{\sum_{i=1}^{p} l_{ij}}{n_j} ,$$

$l_{ср}$ - средняя длина ярусного графа СВЦ

$$l_{ср} = \sum_{j=1}^{q} l_{срj} ,$$

l_0 - исходная длина последовательной СВЦ

L - относительная средняя длина ярусного графа СВЦ

$$L = \frac{l_{ср}}{l_0} ,$$

De – характеристика разброса длины ОУ в ярусах

$$De = \frac{1}{2l_0}\sqrt{\sum_{j=1}^{q}\sum_{i=1}^{p}(l_{cp} - l_{ij})^2} ,$$

N – сердняя ширина ярусного графа СВЦ

$$N = \frac{1}{q}\sum_{j=1}^{q} n_j ,$$

Dn – характеристика разброса ширины ярусов СВЦ

$$Dn = \frac{1}{q}\sqrt{\sum_{j=1}^{q}(N - n_j)^2} ,$$

S – связность ярусного графа СВЦ (число единиц в матрице M или число дуг в ярусном графе СВЦ)

$$S = \sum_{m=1}^{r} s_m ,$$

где r – число строк матрицы M,

s_m – число единиц в строке матрицы M.

Очевидно, ярусное преобразование СВЦ тем эффективней, чем меньше L, De, Dn и S. Параметры L, De, Dn и N образуют класс параметров "формы" алгоритма. Характеристики "формы" алгоритма и эффективность ярусного преобразования СВЦ могут быть оценены единым показателем, например,

$$R = \frac{L}{N}(De + Dn) . \qquad (2)$$

Нетрудно видеть, что $0 \le R \le 1$. Чем меньше R, тем выше качество "формы" алгоритма и ярусного преобразования СВЦ.

С учетом связности возможна следующая формула комплексного показателя качества ярусного графа СВЦ и параллельных свойств алгоритма

$$Q = R + \lambda_s S \qquad (3)$$

где λ_s - коэффициент или функция веса показателя связности.

Из (3) видно, что уменьшение Q может быть достигнуто как за счет уменьшения R , так и за счет уменьшения S . Одним из методов уменьшения S является нормализация СВЦ [2], сущность которого заключается в следующем. Перед ОВУ записывается входное утверждение-прообраз данного ОВУ. В состав входного утверждения могут входить как исходные переменные, так и результаты (выходные утверждения) предыдущих ОВУ. Выходное утверждение - образ данного ОВУ-записывается за ОВУ. Указанная процедура выполняется для каждого ОВУ СВЦ. При этом в общем случае образуется некоторая избыточность утверждений . Кроме уменьшения Q , нормализация СВЦ позволяет получать максимально автономные этапы вычислений.

5. Преобразованная таким образом последовательная СВЦ в ярусный граф может рассматриваться как фундаментальная параллельно-последовательная программа путем организации циклов, разветвлений, модификаций адресов и т.д.

Заметим, что указанные выше операции в общем случае лишь сокращают конечный объем программы, не изменяя последовательности реализаций этапов вычислений (ярусного графа СВЦ),поэтому на этапе ярусного преобразования СВЦ могут не рассматриваться.

6. Моделирование програмы заданного набора задач, наряду с ярусным преобразованием, является составной частью общего процесса автоматизации подготовки задач (по заданным последовательным программам) для реализации на СВС. В результате моделирования определяются следующие характеристики ОУ:

- время реализации;
- объем;
- количество кодов входной информации;
- количество кодов выходной информации;
- частота повторения ОУ при реализации алгоритма.

Разработанный моделирующий алгоритм, кроме определения указанных выше характеристик, вычисляет показатели R и Q и оптимизирует их путем варьирования выбором ОУ.

Л И Т Е Р А Т У Р А

I. А. Гилл. Введение в теорию конечных автоматов. Изд. "Наука", М., 1966.

2. С.Д. Пашкеев. О параллельно-последовательных преобразованиях алгоритмов для вычислительных систем. Труды ВИА им. Можайского, т. 48, 1966.