УДК 519.95

МЕТОД АНАЛИЗА КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ РЕАЛИЗОВАННЫХ НА ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ С ИНДИВИДУАЛЬНОЙ НАСТРОЙКОЙ ЭЛЕМЕНТОВ

В.Г. Лазарев, Е.И. Пийль, И.Д. Сейфулла
(Москва)

Однородная среда с индивидуальной настройкой элементов представляет собой итеративную решетку. В узлах решетки находятся элементы, каждый из которых может быть связан со своими ближайшими соседями. Элементы среды с внешним управлением настраиваются на выполнении одной из функций $f_1, \ldots, f_\alpha$.

В работе [I] показано, что любой конечный автомат реализуется на среде, каждый элемент которой может быть либо соединительным элементом, либо элементом с задержкой, выполняющим одну из функций $f_1, \ldots, f_\alpha$, образующих полный набор.

Одной из важнейших задач в области однородных сред является задача синтеза (программирования) автомата на среде. Однако, в настоящее время эта задача далека от своего полного решения, так как существующие методы не учитывают в полной мере следующих особенностей реализации автоматов на среде.

I. Жесткое соединение элементов среды со своими непосредственными соседями ограничивает число входов и выходов для каждого элемента среды.

2. Элементы среды настраиваются либо на выполнение логической функции, либо на выполнение роли соединительного элемента. Распространение сигналов по среде может быть осущест-

влено только через элементы среды, вследствие чего сложность реализации автомата зависит от общего числа как соединительных, так и функциональных элементов.

3. Элементы среды обладают задержкой, т.е. автомат, реализованный на среде, является автоматом с распределенной памятью, в котором элементы памяти не могут быть представлены в явном виде.

Заметим, что автомат, построенный на однородной среде, содержит обычно достаточно большое число элементов, что представляет определенные трудности не только для синтеза, но и анализа таких автоматов.

Поэтому использование известных методов, пригодных для анализа схем из функциональных элементов (например, [2]), в данном случае затруднено.

Появившиеся в последнее время работы по анализу функций, реализуемых в однородных структурах, либо требуют очень большого перебора, так как необходимо перебирать все возможные состояния элементов структуры [3], либо существенно зависят от вида структуры [4], что ограничивает их применение.

В настоящей работе рассматривается одна из задач анализа, состоящая в получении канонических уравнений, определяющих функционирование автомата, реализованного на однородной среде. При этом предполагается, что сигналы на входах автомата не меняются до тех пор, пока не закончится переходный процесс, возникающий в автомате из-за наличия задержек в элементах среды. Тогда при анализе можно не учитывать время распространения сигнала и связанное с этим поведение автомата в течение переходного процесса.

Рассмотрим участок среды, на котором построена схема анализируемого автомата. Будем считать, что определены места ввода и вывода переменных и осуществлена настройка элементов среды. Для простоты вначале примем, что все входные сигналы подаются с края структуры, и все функции $f_1, \ldots, f_\alpha$, реализуемые элементами среды, являются симметрическими.

Отдельными номерами от I до n обозначим входные полюса, вынесенные за пределы среды. Затем в произвольном порядке пронумеруем остальные элементы среды, через которые передаются сигналы (рис. I).

Для пронумерованных узлов составляется квадратная матрица M, аналогичная той, которая используется в работе [4]. Элемент a_{ij} матрицы M равен единице, если выход j-го

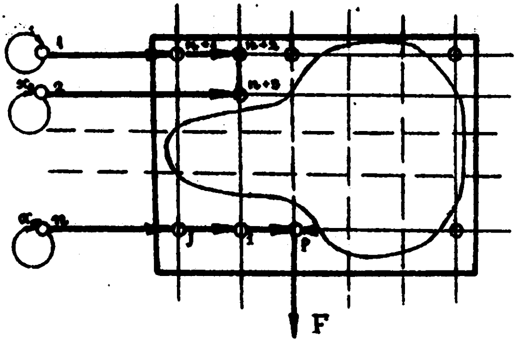

Рис. I.

элемента среды соединен со входом i -го элемента.

Будем считать, что каждый входной полюс замкнут сам на себя, поэтому $a_{ii} = I$, $i = I, \ldots, n$.

$$\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccccccccc} 1 & 2 & \ldots & n & n+1 & n+2 & \ldots & j & \ldots & p \end{array} \\
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ \cdot \\ n \\ n+1 \\ n+2 \\ \cdot \\ i \\ \cdot \\ p \end{array} &
\begin{pmatrix}
1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 1 & \ldots & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & 0 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
0 & 0 & \ldots & 1 & 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & 0 \\
1 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & 0 \\
0 & 0 & \ldots & 0 & 1 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & 0 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & \ldots & 1 & \ldots & 0 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
0 & 0 & \ldots & 0 & 0 & 0 & \ldots & 0 & \ldots & 0
\end{pmatrix}
\end{array} = M$$

Таким образом, матрица M отображает все связи между элементами среды, занятыми в реализации схемы данного автомата.

Для задания состояния элементов среды введем вектор V, который назовем функциональным вектором настройки. Вектор V содержит p элементов. Элемент i вектора V равен I, ес-

ли 1-ый элемент схемы является либо входным полюсом, либо соединительным элементом среды. Элемент j вектора V равен f_{ij}, если j-ый элемент среды реализует функцию f_i где $i = 1,2,\dots,\alpha$.

$$V = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ \cdot\ \cdot \\ n \\ n+1 \\ n+2 \\ \cdot\ \cdot \\ \cdot\ \cdot \\ p \end{array} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot\ \cdot \\ 1 \\ f_{i(n+1)} \\ f_{i(n+2)} \\ \cdot\ \cdot \\ \cdot\ \cdot \\ f_{ip} \end{pmatrix}$$

Начальное значение сигналов на элементах среды зададим вектором V^0. Вектор V^0 так же, как и вектор V, содержит p элементов и определяет сигналы на выходах всех элементов среды. Очевидно, в начальный момент времени известны сигналы лишь на входных полюсах схемы, поэтому определены только первые n элементов вектора V^0: j-ый элемент вектора V' равен x_{ij}, если на j-ый входной полюс схемы подается входной сигнал x_i ($j = 1,2,\dots,n$; $i = 1,2,\dots,m$).

Выходные сигналы элементов среды в начальный момент времени не определены, что отметим в векторе V^0 прочерками.

$$V^0 = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ \cdot \\ n \\ n+1 \\ n+2 \\ \cdot\ \cdot \\ \cdot\ \cdot \\ p \end{array} \begin{pmatrix} x_{i1} \\ x_{i2} \\ \cdot \\ x_{in} \\ - \\ - \\ \cdot\ \cdot \\ \cdot\ \cdot \\ - \end{pmatrix}$$

В результате анализа схем должны быть определены выходные сигналы на всех элементах среды.

Предлагаемый метод анализа состоит в построении системы векторов V^1, V^2, ..., V^k, где V^k первый из векторов, все элементы которого определены.

Вектор V^1 отличается от вектора V^0 тем, что в нем, кроме сигналов на входных полюсах, могут быть определены сигналы на выходах тех элементов среды, входы которых соединены только с входными полюсами.

Для того, чтобы перейти от вектора V^0 к вектору V^1, умножим матрицу M на вектор V^0, введя следующие правила умножения.

Каждый элемент матрицы M может принимать только два значения – 0, либо I. Каждый элемент q_j^l $(j = 1,2,..p)$ вектора V^l $(l = 0,1,..k)$ может принимать одно из четырех возможных значений: 0, I, A, –, где 0 и I – константы, A – выражение алгебры логики, а прочерк соответствует тому, что значение сигнала на выходе j-го элемента среды не определено, т.е.

$$q_j^l \in \{0, 1, A, -\}$$

При умножении элемента a_{ij} матрицы M на элемент q_j^l вектора V^l получим аргумент q_j^{l+1} функции f_{ij}, определяющей q_j^{l+1}-ый элемент вектора V^{l+1}. При этом $q_j^{l+1} = a_{ij} \cdot q_j^l$ определим следующим образом:

$$q_j^{l+1} = \begin{cases} q_j^l, & \text{если } a_{ij} = I \\ \theta, & \text{если } a_{ij} = 0. \end{cases}$$

Очевидно, в результате умножения j-ой строки матрицы M на вектор V^0 определяются сигналы, воздействующие на входы j-го элемента среды. Если теперь найти функцию f_{ij}, заданную вектором V от полученных входных переменных, то мы определим сигнал на выходе j-го элемента среды.

При этом будем считать, что соединительный элемент имеет один вход, а единица в векторе V означает, что функция на его выходах равна функции на его единственном входе. В том же случае, когда соединительный элемент имеет несколько входов, то, очевидно, он реализует некоторую функцию от таких входных переменных (например, дизъюнкцию) и поэтому в векторе V будет указана не I, а реализуемая этим элементом функция.

В результате умножения матрицы M на вектор получим, что каждый из аргументов функции f_{ij} может принимать одно из следующих пяти значений: 0, I, A, –, θ и

$$f_i(q_1^{l+1},\dots,q_p^{l+1}) = \begin{cases} f_i(q_1^{l+1},\dots,q_p^{l+1}), \text{ если } \\ \qquad q_j^{l+1} \in \{0,1,A\}, \\ \qquad j = 1,2,\dots,p; \\ f_i(q_{\zeta_1}^{l+1},\dots, q_{\zeta_r}^{l+1}), \text{ если } \\ \qquad q_{\zeta_{r+1}}^{l+1} = \dots = q_p^{l+1} = \theta; \\ \qquad 0 \le r \le p \\ -, \text{ если найдется, хотя бы один аргумент } \\ \qquad q_j^{l+1} = -; \end{cases}$$

т.е. аргументами функции f_i являются только те q_j^{l+1}, которые сопоставлены с входами рассматриваемого элемента, имеющими соединения с другими элементами среды.

Если же не определен хотя бы один входной сигнал элемента среды, то и сигнал на его выходе считается неопределенным.

Элемент q_j^{l+1} вектора V^{l+1} принимается равным функции

$$f_{ij}(q_1^{l+1},\dots, q_p^{l+1}).$$

Умножая, таким образом, каждую строку матрицы M на вектор V^0 и определяя соответствующую функцию от найденных входных переменных, получим вектор V^1.

Аналогично, зная вектор V^l можно получить вектор V^{l+1}.

Очевидно, что если построенный на однородной среде автомат является автоматом без памяти, то полученный по введенным правилам конечный вектор V^k определяет сигнал на выходах всех элементов среды, а значит, и функцию, реализуемую данной схемой.

Пример I. Задана схема, построенная на однородной среде (рис. 2).

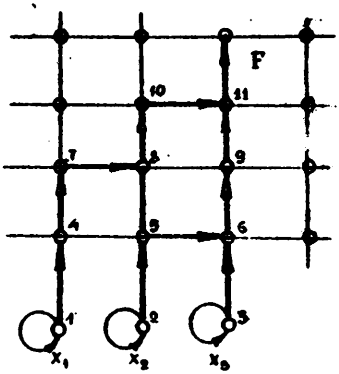

Рис. 2.

Функции, выполняемые элементами среды, заданы функциональным вектором настройки

$$V = \begin{array}{c} \mathrm{I} \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ \mathrm{I0} \\ \mathrm{II} \end{array} \begin{pmatrix} \mathrm{I} \\ \mathrm{I} \\ \mathrm{I} \\ f_1 \\ f_1 \\ f_2 \\ f_1 \\ f_3 \\ \mathrm{I} \\ f_1 \\ f_4 \end{pmatrix}$$

f_1 – отрицание
f_2 – дизъюнкция
f_3 – конъюнкция
f_4 – штрих Шеффера

По схеме составим матрицу M.

$$M = \begin{array}{c} \\ \mathrm{I} \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ \mathrm{I0} \\ \mathrm{II} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccccccc} \mathrm{I} & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & \mathrm{I0} & \mathrm{II} \end{array} \\ \begin{pmatrix} \mathrm{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \mathrm{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathrm{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{I} & 0 & \mathrm{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathrm{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathrm{I} & 0 & \mathrm{I} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathrm{I} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathrm{I} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathrm{I} & \mathrm{I} & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

Задав вектор V^0 и умножив его на матрицу M, получим вектор V^1, затем V^2 и т.д. Для удобства систему векторов $V^0, V^1, \ldots, V^k$ сведем в таблицу.

	V^0	V^1	V^2	V^3	V^4	V^5
I	x_1	x_1	x_1	x_1	x_1	x_1
2	x_2	x_2	x_2	x_2	x_2	x_2
3	x_3	x_3	x_3	x_3	x_3	x_3
4	-	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_1$
5	-	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_2$
6	-	-	$\bar{x}_2 \vee x_3$	$\bar{x}_2 \vee x_3$	$\bar{x}_2 \vee x_3$	$\bar{x}_2 \vee x_3$
7	-	-	x_1	x_1	x_1	x_1
8	-	-	-	$x_1\bar{x}_2$	$x_1\bar{x}_2$	$x_1\bar{x}_2$
9	-	-	-	$\bar{x}_2 \vee x_3$	$\bar{x}_2 \vee x_3$	$\bar{x}_2 \vee x_3$
IO	-	-	-	-	$\bar{x}_1 \vee x_2$	$\bar{x}_1 \vee x_2$
II	-	-	-	-	-	$x_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2$

Выходной сигнал одиннадцатого элемента среды и определяет функцию, реализуемую данной схемой.

Очевидно, что элементам среды, выполняющим функцию соединительных элементов, можно не присваивать отдельных номеров при анализе схемы, это позволит уменьшить порядок матрицы M и размерность векторов $V, V^0, \ldots, V^k$.

Ранее мы условились, что все функции $f_1, \ldots, f_\alpha$, реализуемые элементами среды, являются симметрическими.

Покажем, что предлагаемый метод анализа применим и в том случае, когда эти функции не являются симметрическими. Для этого осуществим расщепление каждого из элементов, в котором реализуется несимметрическая функция, на несколько элементов так, чтобы в каждом из них реализовалась симметрическая функция, т.е. каждую несимметрическую функцию представим в виде суперпозиции симметрических функций.

Например, если двухвходовой элемент среды реализует функцию $f_1 = a\bar{b}$ (рис. 3а), то можно представить реализацию этой функции с помощью двух элементов, один из которых реализует отрицание, а другой - конъюнкцию, т.е. $f_1 = f_k[a, f_1(b)]$ (рис.3б).

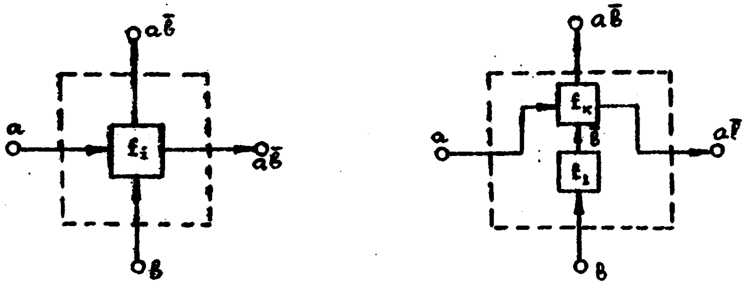

Рис. 3.

Разумеется, такое расщепление узлов является условным и необходимо лишь для применения изложенного метода анализа к схемам, элементы которых могут реализовать несимметрические функции.

При этом каждому элементу, полученному при расщеплении, присваивается свой номер, и далее полностью может быть использован рассмотренный метод анализа.

Пример 2.

Задана схема, построенная на однородной среде (рис. 4а) и вектор V.

$$V = \begin{array}{c} I \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \begin{pmatrix} I \\ I \\ f_1 \\ f_2 \\ f_1 \\ f_3 \end{pmatrix}$$

f_1 – отрицание,

f_2 – запрет: выходной сигнал третьего элемента запрещается выходным сигналом второго элемента,

f_3 – дизъюнкция.

Функция f_2 является несимметрической, поэтому произведем расщепление элемента 4 на два элемента, изменив соответственно функцию, реализуемую этим элементом (рис.4б). Очевидно, что при этом изменится и функциональный вектор настройки

$$V = \begin{array}{c} I \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array} \begin{pmatrix} I \\ I \\ f_1 \\ f_4 \\ f_1 \\ f_3 \\ f_1 \end{pmatrix}$$

f_4 – конъюнкция.

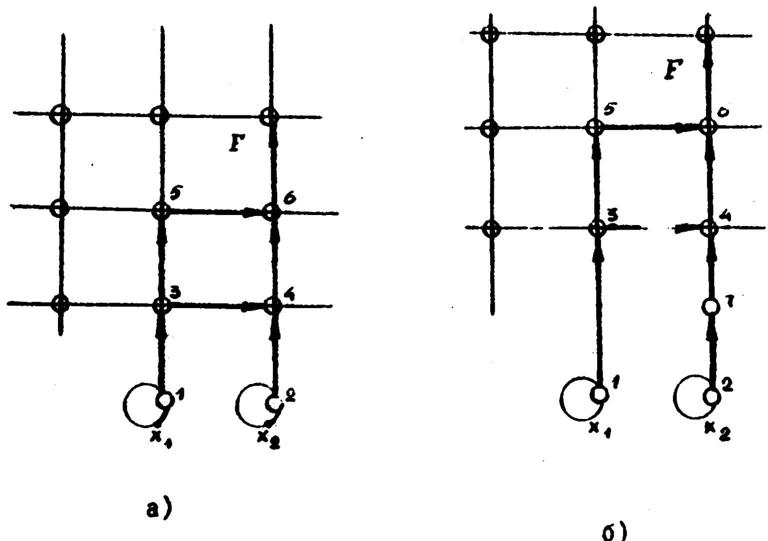

Рис. 4.

Составив далее матрицу M и найдя систему векторов $V^0, \dots, V^k$, получим функцию F, реализуемую данной схемой.

$$
M = \begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \end{array} \\
\begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{pmatrix}
\end{array}
$$

	V^0	V^1	V^2	V^3
1	x_1	x_1	x_1	x_1
2	x_2	x_2	x_2	x_2
3	-	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_1$
4	-	-	$\bar{x}_1\bar{x}_2$	$\bar{x}_1\bar{x}_2$
5	-	-	x_1	x_1
6	-	-	-	$x_1 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2 = x_1 \vee \bar{x}_2$
7	-	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_2$

Аналогичное расщепление полюсов может быть осуществлено и в том случае, когда входные переменные подаются не с края, а внутрь структуры, только, в отличие от рассмотренного ранее примера, функции, выполняемые элементами среды, при таком расщеплении изменяться не будут.

Очевидно, если построенный на среде автомат является автоматом с памятью, то рассмотренным здесь методом не удастся получить вектор V^k, все элементы которого были бы определены, так как значение выходного сигнала автомата будет зависеть не только от входных сигналов, но и от его внутреннего состояния. Таким образом, если в векторе $V^{k+1} = V^k$ имеется хотя бы один неопределенный элемент, это означает, что анализируемая схема является многотактной. Поэтому необходимо ввести дополнительные переменные, характеризующие внутренние состояния автомата, после чего, применив изложенную методику, можно получить функции выходов и переходов анализируемого автомата.

Литература

1. Э.В. Евреинов, Ю.Г. Косарев. Однородные универсальные системы высокой производительности. Изд-во "Наука", Новосибирск, 1967.
2. П.П. Пархоменко. Анализ релейных схем при помощи машины. Автоматика и телемеханика, 1959, т.20, № 4.
3. W.King, A.Giusty. Can logical arrays be kept flexible? ED, 1965, vol.13, N 11.
4. Н.А. Абрамова. К анализу логических функций, реализуемых в однородных структурах. Вычислительные системы. Труды симпозиума, г. Новосибирск, май, 1966. Изд-во "Наука", Новосибирск, 1967.