УДК.519.95

СИНТЕЗ ЛОГИЧЕСКОГО УСТРОЙСТВА НА ОСНОВЕ УНИВЕРСАЛЬНЫХ ДЕКОМПОЗИЦИЙ

В.Г. Жуковский, В.А. Орлов

(Ростов-на-Дону)

Развитие техники микроминиатюризации требует нового подхода к конструированию аппаратуры автоматики, в максимальной степени приспособленного для реализации систем из унифицированных структурных блоков.

В настоящей работе ставится задача выбора способа построения универсального логического устройства из одинаковых структурных элементов.

I. Структура универсального логического устройства

Под универсальным логическим устройством для класса логических функций P будем понимать устройство, позволяющее в зависимости от настройки реализовать любую из класса P логическую функцию входных переменных.

Рассмотрим вопрос о минимальной информационной емкости настройки универсального логического устройства. Известно, что в процессе настройки осуществляется выбор определенного закона функционирования из некоторого множества. При этом общее количество информации можно определить: $I = \log_2 N$, где N - число, определяющее количество функций, вычисляемых данным устройством. Если устройству доступно вычисление любой

булевой функции " n " переменных, то $I = \log_2 2^{2^n} = 2^n$.

Следовательно, минимальная информационная емкость настройки составляет 2^n бит.

Один из способов построения универсальной логической структуры вытекает из возможности представления любой логической функции в совершенной дизъюнктивной нормальной форме. В этом случае универсальная структура формирует все конъюнкции входных переменных и позволяет получить любое сочетание этих конъюнкций на выходе, в результате чего может быть реализована любая логическая функция заданного числа переменных. Настройка такой структуры осуществляется с помощью 2^n коммутирующих элементов, каждый из которых обеспечивает отключение или подключение соответствующей конъюнкции к выходу структуры. Универсальная структура, построенная изложенным способом, обладает существенным недостатком: при переходе к реализации логических функций большого числа переменных необходимо менять связи между отдельными элементами структуры.

В настоящее время для построения экономичных логических структур широкое распространение получил метод декомпозиций. Под декомпозицией понимается представление булевых функций в виде, удобном для вычисления их с помощью последовательного применения определенных элементов, реализующих промежуточные функции. Декомпозиция, пригодная для реализации любой логической функции, может быть найдена на основе теоремы разложения Лупанова [I]. Назовем такую декомпозицию универсальной.

Согласно этой теореме любая логическая функция может быть представлена в виде: $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) =$

$$= F\{\Psi_0[x_1 f(0, x_2, \ldots, x_n)], \Psi_1[x_1, f(1, x_2, \ldots, x_n)]\} \quad (I)$$

Функция F называется внешней функцией разложения, а функции Ψ_i – сопряженными. При заданной внешней функции разложения могут быть определены сопряженные функции.

Переключательная функция n переменных выражается через функции меньшего числа переменных, которые могут быть в свою очередь представлены таким же образом. Следовательно, любая логическая функция n переменных может быть реализована структурой, представляющей собой n - каскадное соединение блоков, выполняющих операцию, соответствующую разложению функции по одной или нескольким переменным.

На вход элементов первого каскада поступают входной сигнал x_n, а также сигналы настройки, совпадающие со значени-

ями реализуемой функции на соответствующих наборах входных переменных, число которых составляет 2^n. При переходе к каждому последующему k-му каскаду на вход поступает следующая x_{n-k} переменная. Так как общее количество наборов входных переменных составляет 2^n, то для настройки структуры на реализацию любой логической функции от n переменных требуется на входы подать 2^n постоянных сигналов, принимающих значения "0" или "I", т.е. для настройки структуры необходимо минимальное количество информации.

П. Оптимизация

В зависимости от удобства реализации структуры на тех или других логических элементах могут быть выбраны внешняя и соответственно сопряженные функции в разложении (I).

Если принять за внешнюю функцию дизъюнкцию, то разложение по одной переменной представляется в виде, известном как формула разложения:

$$f(x_1,x_2,\dots,x_n)=x_1f(1,x_2,\dots,x_n)+\bar{x}_1f(0,x_2,\dots,x_n). \qquad (2)$$

На рис. I представлена структура, реализующая любую ло-

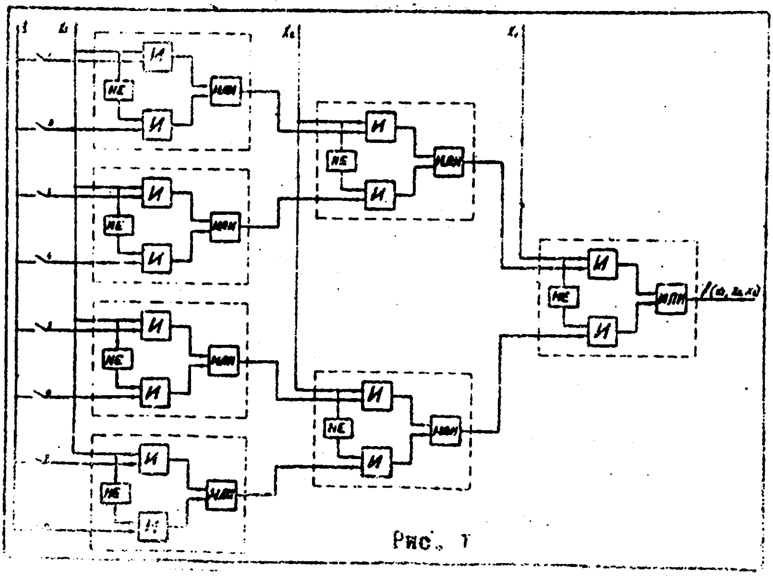

Рис. I

гическую функцию 3-х переменных, отдельные блоки которой выполняют операцию (2). В дальнейшем при синтезе структуры будем использовать элементы "ИЛИ-НЕ". Универсальную логическую структуру, реализуемую с помощью минимального числа инверторов, назовем оптимальной.

Для построения блока, реализующего операцию (2), требуется 5 инверторов.

Если принять за внешнюю функцию стрелку Пирса, разложение по одной переменной представится в виде:

$$f(x_1,x_2,\dots,x_n)=\overline{x_1\bar{f}(1,x_2,\dots,x_n)}\cdot\overline{\bar{x}_1\bar{f}(0,x_2,\dots,x_n)}. \qquad (3)$$

Для реализации этой операции требуется 4 элемента "ИЛИ-НЕ". Покажем, что универсальная структура может быть построена из блоков, выполняющих логическую операцию

$$x_1\bar{f}(1,x_2,\dots,x_n) + \bar{x}_1\bar{f}(0,x_2,\dots,x_n). \qquad (4)$$

Для реализации этой операции требуется 3 элемента "ИЛИ-НЕ". Из отрицания обеих частей разложения по одной переменной при внешней функции "конъюнкция" имеем:

$$\bar{f}(x_1,x_2,\dots,x_n) =$$

$$\overline{[x_1 + f(0,x_2,\dots,x_n)]\,[\bar{x}_1 + f(1,x_2,\dots,x_n)]} =$$

$$= x_1\bar{f}(1,x_2,\dots,x_n) + \bar{x}_1\bar{f}(0,x_2,\dots,x_n).$$

Таким образом, если в структуре, содержащей четное число каскадов, все блоки, реализующие операцию (2), заменить на блоки, реализующие операцию (4), то алгоритм настройки сохраняется. В структуре с нечетным числом каскадов при такой замене блоков настройка должна соответствовать функции, обратной заданной.

В структуре на n входов, состоящей из блоков, реализующих операцию (4), число элементов "ИЛИ-НЕ" составит:

$$Q_1(n) = 3(2^n - 1). \qquad (5)$$

Основное количество элементов структуры сосредоточено в первых каскадах, в то время как здесь реализуются функции малого числа переменных (в первом каскаде - функции одной переменной, во втором - функции двух переменных и т.д.). Поэтому возникает возможность заменить первые m каскадов структуры универсальным блоком, реализующим любую функцию m переменных и построенным по типу образования всех импликант СДНФ,при-

чем каждая из импликант подается на выход универсального блока и при помощи настроечных двухполюсников из них образуется необходимое количество функций m переменных, подаваемых затем на $m+1$ каскад структуры.

Число элементов "ИЛИ-НЕ" в универсальном блоке составит:

$$Q_2(m) = m + 2^m, \quad \text{при} \quad m > 0. \qquad (6)$$

Число элементов "ИЛИ-НЕ" во всей структуре определится выражением:

$$Q = m + 2^m + 3(2^{n-m} - 1) \quad \text{при} \quad m > 0. \qquad (7)$$

На рис. 2 представлена такая структура для $n = 4$ и $m = 2$, построенная на элементах "ИЛИ-НЕ". Как видно из рис.2,

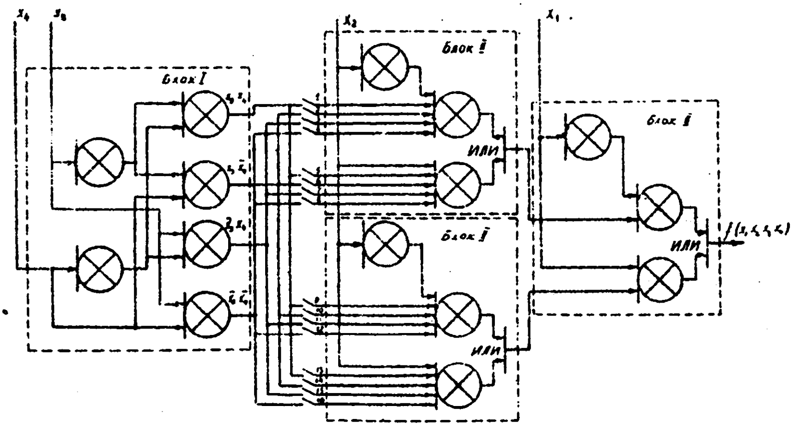

Рис. 2

такое построение структуры позволяет многократно использовать часть структуры, построенной по принципу реализации всех импликант определенного числа переменных, и при определенных m может быть получен выигрыш в числе используемых элементов. Таким образом, задача построения оптимальной структуры сводится к нахождению такого целого положительного числа $m \le n$, при котором $Q = \min$.

Зависимости $Q(m)$ для разных значений n приведены на рис. 3. Из приведенных графиков видно, что построение опти-

мальной структуры дает значительную экономию элементов (в три - пять раз).

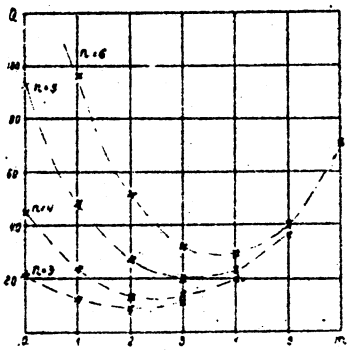

Рис. 3

Ш. Настройка

Важной особенностью рассмотренной логической структуры является простота настройки для осуществления заданной логической операции над входными переменными. Так как значение сигнала настройки на каждом из 2^n настроечных входов определяется значением реализуемой функции на определенном наборе входных переменных, то для приведения в соответствие номеров настроечных входов и наборов входных сигналов пронумеруем их определенным образом.

Настроечные входы пронумеруем так, как показано на рис.I. При нумерации наборов входных переменных примем, что старшему разряду соответствует переменная x_1 , следующему разряду x_2 и так далее; причём в разряде ставится единица, если переменная входит в набор с отрицанием, и записывается нуль в противном случае. Тогда полученный двоичный номер набора входных переменных и номер соответствующего ему настроечного входа совпадают. В связи с изложенным правило настройки структуры (рис. I) можно сформулировать следующим образом:

I) составить таблицу задания логической функции;
2) нумерацию строк произвести в обратном порядке;
3) каждый настроечный сигнал определится значением функции в той же строке.

Заключение

Рассмотренный метод синтеза позволяет строить универсальные логические устройства, вычисляющие любые переключательные функции последовательным преобразованием входных сигналов однотипными блоками в соответствии с принятой декомпозицией.

Особенность предложенной структуры, заключающаяся в многократном применении одинаковых относительно сложных схем с малым числом внешних связей, является необходимым условием для применения средств микроэлектроники. Поэтому рассмотренные структуры могут быть рекомендованы для выполнения в виде интегральных схем.

Литература

1. Н.Е. Кобринский и Б.А. Трахтенброт. Введение в теорию конечных автоматов. Физматгиз, 1962.