УДК 681.142.33

КВАЗИАНАЛОГОВЫЕ СРЕДЫ

Г.Е. Пухов, Б.А. Борковский

(Киев)

К достоинствам электронных моделирующих устройств относятся, во-первых, их неалгоритмичность, то есть свойство выдавать решения математических задач без реализации численных методов и алгоритмов – свойство, исключительно важное при решении сложных задач; и, во-вторых, быстродействие, благодаря которому возможно получение требуемых зависимостей в реальном и ускоренном масштабах времени, что часто необходимо иметь в устройствах управления.

Новым направлением развития моделирующих математических машин является направление, связанное с применением весьма эффективного квазианалогового метода [I].

В основу построения квазианалоговых моделирующих машин положен более общий принцип, чем принцип подобия, на основе которого часто строятся аналоговые математические машины. Этот принцип – принцип эквивалентности уравнений объекта и модели в отношении получаемых результатов – заключается в следующем. Пусть для двух систем уравнений векторы неизвестных соответственно равны X и Y. Системы будут эквивалентными, если вектор X содержит в себе с точностью до постоянных множителей вектор Y или наоборот.

В соответствии с принципом эквивалентности квазианалоговая модель каких-либо уравнений a – это аналоговая модель иных уравнений b, хотя бы частично не подобных уравнениям a и таких, чтобы при выполнении определенных условий – условий эквивалентности – все или некоторые из неизвестных уравнений b совпали с точностью до постоянных множителей с неизвестными исходных уравнений a.

Известно, что обычные моделирующие устройства уступают цифровым в отношении скорости ввода информации и точности получаемых результатов.

По-видимому, наиболее перспективным направлением развития электронных моделирующих машин различного назначения является направление, связанное с созданием комбинированных, то есть цифро-квазианалоговых устройств, так как такие устройства могут в целом иметь наиболее совершенные технические характеристики.

В последнее время начали развиваться специальные цифро-квазианалоговые устройства переменной структуры, получившие наименование динамических моделей [2-6, II-I2]. Общая схема построения таких устройств может быть изображена так, как это показано на рис. I.

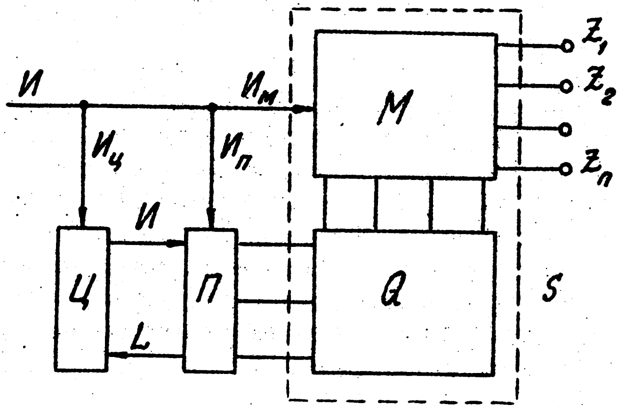


Рис. 1

Желаемое распределение токов и напряжений в многополюснике М с постоянной структурой достигается за счет переключения по нему многополюсника П в общем случае нелинейного и переменной структуры. Процесс переключения осуществляется при помощи ключевой матричной схемы Q . Цифровая часть Ц служит для запоминания части $И_Ц$ полной исходной информации И , для управления при помощи кодов N параметрами и структурой многополюсника П , для управления ключами матричной схемы Q , и наконец, для запоминания в форме кодов L получаемых в П

результатов. Части $И_п$ и $И_м$ исходной информации И вводятся соответственно в многополюсники П и М непосредственно, минуя цифровой блок Ц.

Структура динамической модели на любом шаге переключения определяется ключевой матрицей Q, каждая из компонент которой может принимать только два значения: 0 и I, причем случай q_{ij} = 0 соответствует разомкнутому положению ключа между i-той горизонтальной и j-той вертикальной шинами, а случай q_{ij} =I – замкнутому.

В моделях постоянной структуры Q = const, а в моделях переменной структуры она может быть заданной функцией Q (t) времени t или заданной функцией Q (z), получаемых величин $z_1, z_2, \dots, z_n$ и, наконец, в общем случае функцией t и z, то есть Q (t, z).

Динамические модели можно сделать значительно более совершенными, если отказаться от обычного блочного способа конструирования.

Одной из наиболее перспективных конструктивных форм математических машин будущего является однородная структура, представляющая собой дискретную вычислительную или моделирующую среду. Дискретной средой [8 – 9] называется структура, состоящая из однотипных и однотипно соединенных между собой ячеек, образующих геометрически правильную и изотропную плоскую или пространственную решетку, причем каждая ячейка допускает управление её состоянием или параметрами. Для двухмерной квазианалоговой среды возможны лишь два типа ячеек (рис.2)для трехмерного пространства их пять.

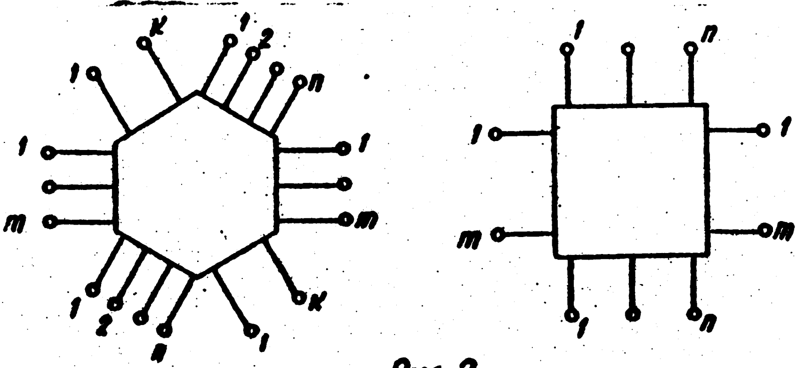


Рис. 2

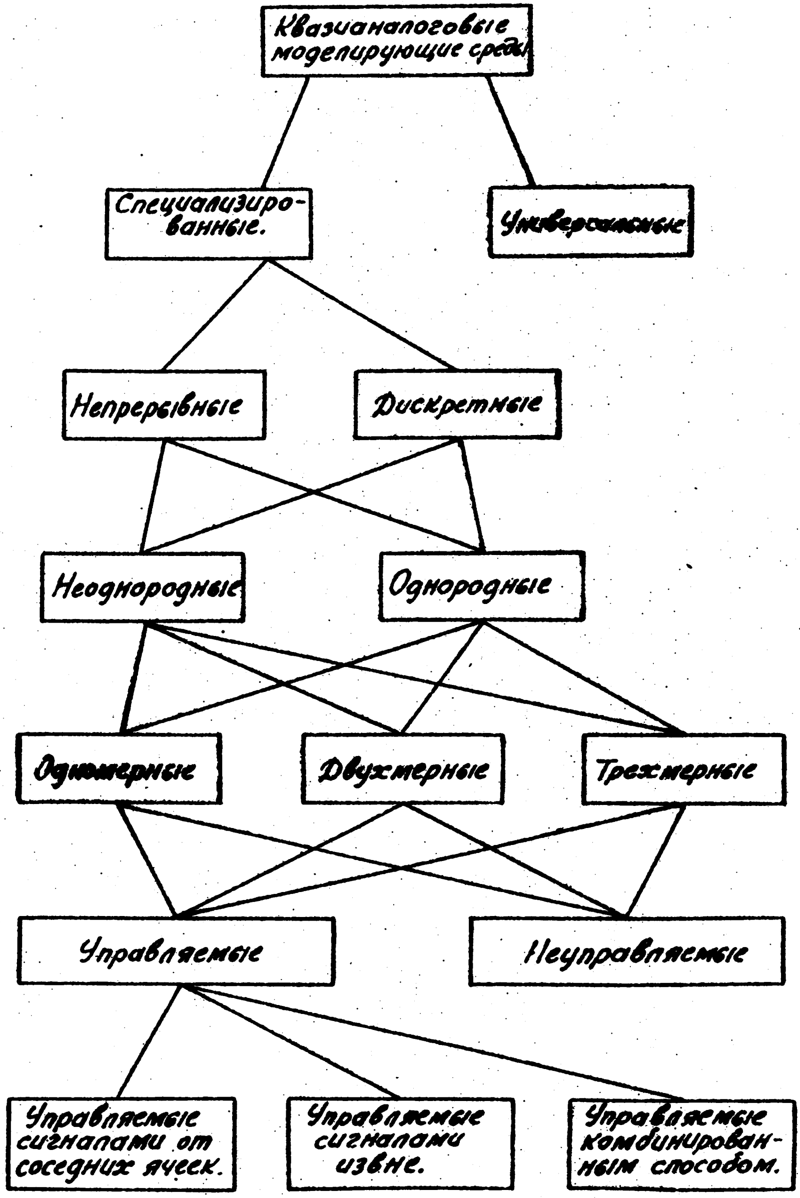

Квазианалоговые моделирующие среды
Специализированные.
Универсальные
Непрерывные
Дискретные
Неоднородные
Однородные
Одномерные
Двухмерные
Трехмерные
Управляемые
Неуправляемые
Управляемые сигналами от соседних ячеек.
Управляемые сигналами извне.
Управляемые комбинированным способом.

Рис. 3.

Квазианалоговой моделирующей средой будем называть такую квазианалоговую модель, которая конструктивно представляет собой однородную структуру в указанном выше смысле.

Тогда общая схема динамической модели может быть представлена так, как это показано на рис. I, с той лишь разницей, что многополюсники M и S объединяются в один многополюсник S , представляющий собой квазианалоговую дискретную моделирующую среду, ячейки которой управляются либо сигналами от соседних ячеек, либо сигналами извне.

На рис. 3 приведена классификация квазианалоговых моделирующих сред. По-видимому, наибольшее значение будут иметь управляемые специализированные дискретные среды.

Применение однородных структур в моделировании, по нашему мнению,позволит решить важнейшую задачу, которая стоит сейчас перед специалистами по электронным моделирующим машинам, автоматизировать ввод исходной информации.В [IO] показано , что указанная задача может быть удовлетворительно решена при помощи так называемых динамических источников и квазирезисторов.При этом получается модель с переменной структурой и так как её изменение происходит во всех участках схемы модели,то применение квазианалоговых дискретных моделирующих сред наилучшим образом соответствует реализации этого метода.

Динамическим квазирезистором (рис. 4) называется двухпо-

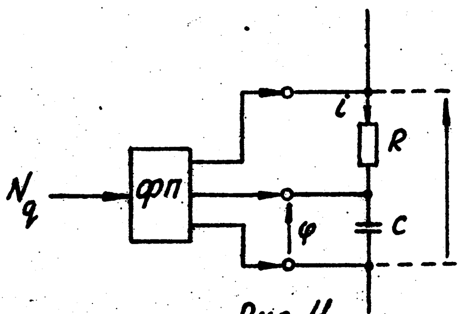


Рис. 4

люсник, состоящий из постоянного омического сопротивления R и таким образом заряжаемого до напряжения φ конденсатора C, чтобы эквивалентная проводимость двухполюсника по отношению к внешней цепи равнялась требуемой величине G . Квазирезисторы

могут быть постоянными, переменными и нелинейными. В общем случае

$$\varphi(t) = [I - Rg(u,t)]\cdot u(t). \qquad (I)$$

Динамический источник тока отличается от квазирезистора лишь тем, что для него

$$\varphi(t) = u(t) - Ri(t), \qquad (2)$$

где $i(t)$ - заданная функция времени. Он превращается в динамический источник напряжения, если $R = 0$, $\varphi(t) = e(t)$, где $e(t)$ - заданное напряжение.

Реализация зависимостей (I-2) производится циклически переключаемым групповым цифроаналоговым функциональным преобразователем ФП, в который величины $g(u,t)$, $i(t)$ и $e(t)$ для следующих друг за другом с некоторым шагом h моментов времени $t_q = qh$ вводятся при помощи кодов N_q, поступающих из соответствующего устройства памяти, или из запоминающих элементов, входящих в ячейки самой квазианалоговой моделирующей среды.

Из сказанного следует, что моделирующая среда с квазирезисторами (рис.5) представляет собой многосвязный объект, в котором роль управляющих воздействий играют напряжения φ_1, $\varphi_2, \ldots, \varphi_n$, а роль невязок разности

$$\varepsilon_k(qh) = \varphi_k(qh) - [I - Rg_k(u_k, qh)]\, u_k(qh), \qquad (3)$$

$$k = I,2,\ldots, n,$$

$$q = I,2,\ldots, \frac{T}{h},$$

где n - число квазирезисторов, T -интервал, на котором ищется решение задачи, h - шаг по времени.

Регулируя $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_n$ таким образом, чтобы ε_1, $\varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ сохраняли нулевые значения, будем иметь цепь с требуемыми эквивалентными проводимостями $g_1, g_2, \ldots, g_n$. Такое состояние достигается в процессе последовательных регулировок величин, если выполнены условия сходимости процесса уравновешивания. Эти условия зависят от способа уравновешивания, от параметров квазирезисторов и характера соединения их между собой и с другими элементами модели.

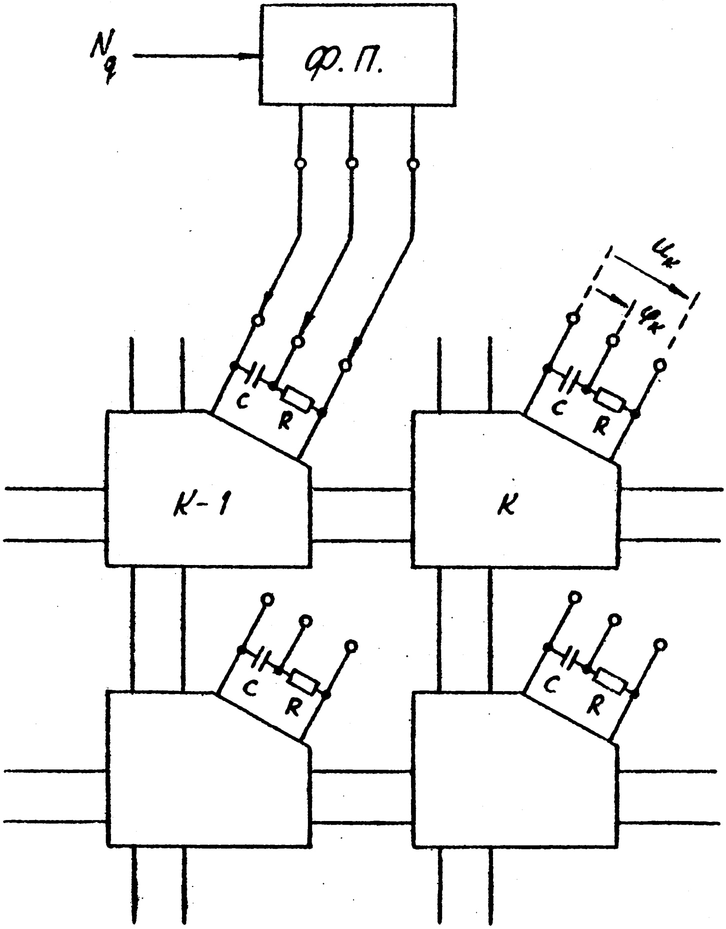


Рис. 5

Рассмотрим возможности применения дискретных квазианалоговых сред для построения специализированных средств вычислительной техники на основе общей схемы рис.I применительно к преобразователям информации с ограничениями типа обыкновенных дифференциальных уравнений и преобразователям информации с ограничениями типа конечных уравнений и неравенств.

На рис. 6 изображена схема динамической квазианалоговой среды, которая соответствует целому классу математических машин, а именно: машин для решения обыкновенных дифференциальных уравнений вида

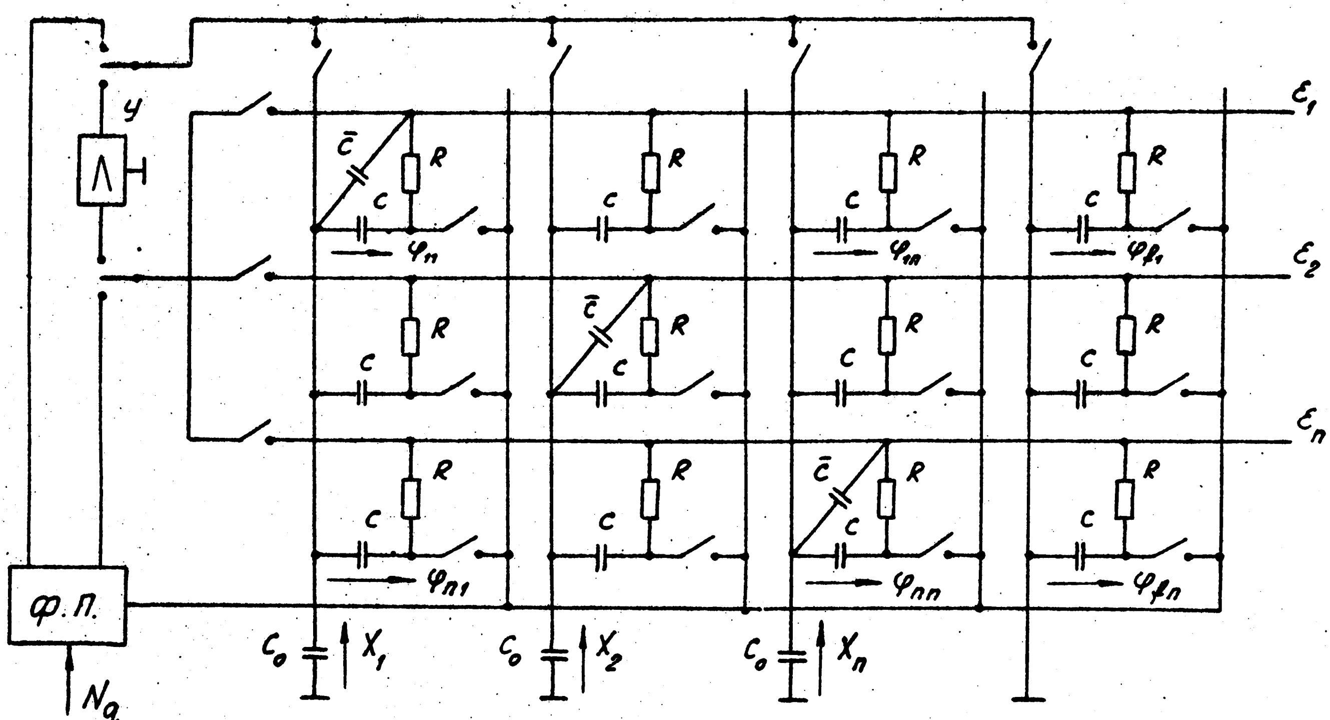
$$\frac{dx}{dt} + Ax + B\varphi^{*}(x) = f(t), \qquad (4)$$

где A, B – некоторые постоянные матрицы, φ – вектор с компонентами, зависящими от компонент искомого вектора x, а $f(t)$ – заданный вектор.

Модель состоит из постоянных сопротивлений R, емкостей C, $\bar{C}$ и C_0 и управляемых ключей (цепи управления на рисунке не показаны), образующих однородную структуру, и из программно переключаемого усилителя У и цифрового управляемого функционального преобразования ЦУФП. Усилитель У служит для образования потенциально – нулевых точек, конденсаторы $\bar{C}$ – для реализации производных $\frac{dx}{dt}$, преобразователь ЦУФП совместно с трехполюсниками, содержащими R и C, – для реализации членов Ax, $B\varphi(x)$ и $f(t)$ и, наконец, конденсаторы C_0 – для запоминания напряжений, моделирующих вектор x.

Рассмотренная схема дает принципиальную возможность построения математических машин цифро-квазианалогового типа для решения обыкновенных дифференциальных уравнений, отличающихся от обычных высокой технологичностью, вследствие применения квазианалоговой моделирующей среды, и высокой степенью автоматизации ввода исходной информации, как в чисто цифровых машинах, благодаря наличию переключаемого кодоуправляемого элемента.

Динамическая квазианалоговая моделирующая среда, принципиальная схема которой приведена на рис.7, является универсальной в классе задач линейного программирования. Иначе говоря, на основе этой моделирующей среды могут создаваться специализированные математические машины различного назначения для решения задач следующего типа.



У
Ф.П.
N_q
$\mathcal{E}_1$
$\mathcal{E}_2$
$\mathcal{E}_n$
$\bar{C}$
C
R
φ_{11}
φ_{1n}
φ_{f1}
φ_{n1}
φ_{nn}
φ_{fn}
C_0
X_1
X_2
X_n

Рис. 6

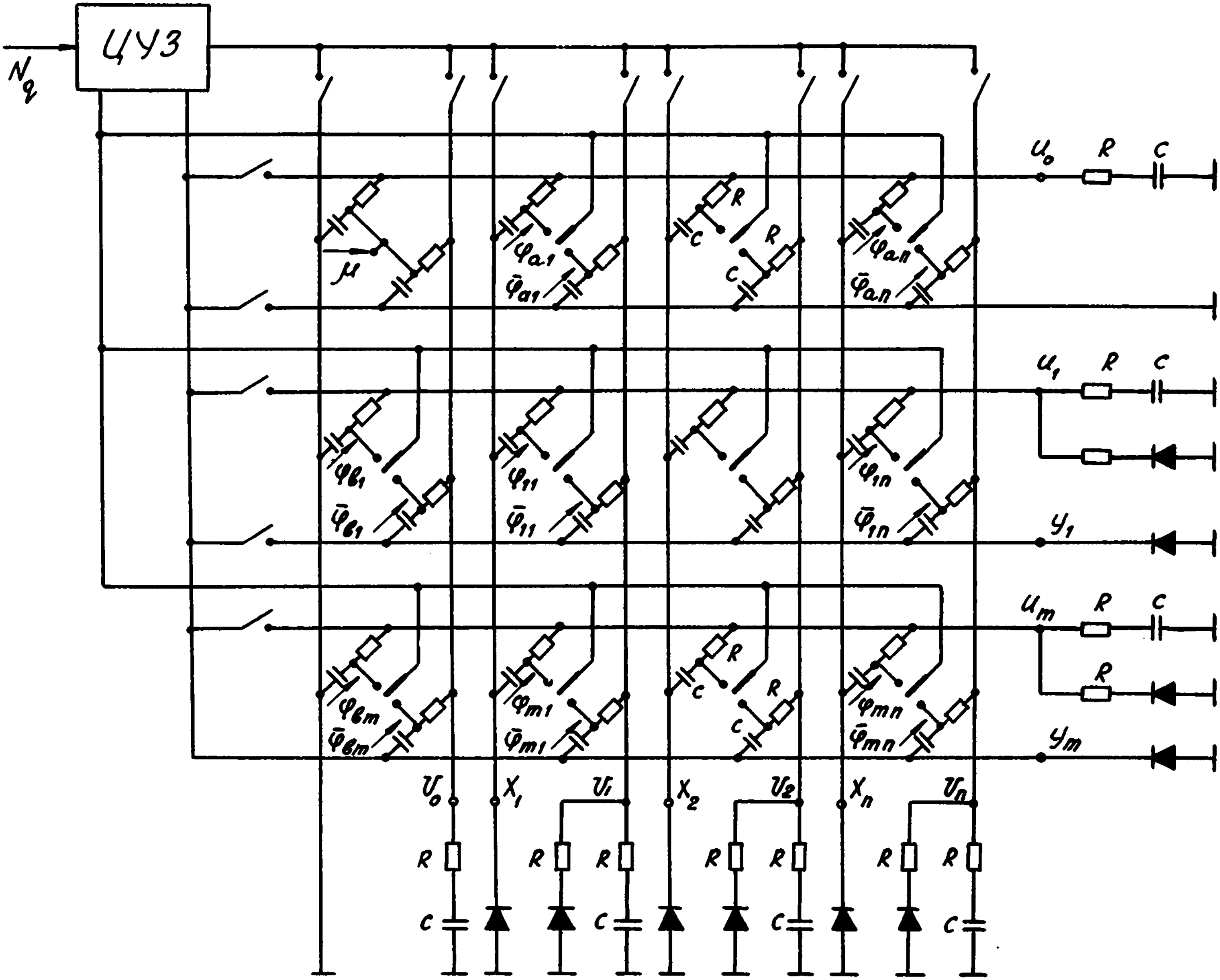

ЦУЗ
Nq
μ
φa1
φ̄a1
φan
φ̄an
φв1
φ̄в1
φ11
φ̄11
φ1n
φ̄1n
φвm
φ̄вm
φm1
φ̄m1
φmn
φ̄mn
U0
U1
Um
Y1
Ym
V0
X1
V1
X2
V2
Xn
Vn
R
C

Рис. 7

Найти

$$\mu = \max a \cdot X = \min b \cdot Y \qquad (5)$$

при ограничениях

$$\boxed{A \mid E} \cdot X = b, \qquad \boxed{A^* \mid E} \cdot Y = a, \qquad (6)$$

$$X \geq 0, \qquad Y \geq 0, \qquad (7)$$

где A – прямоугольная матрица, E – единичная, жирной точкой отмечена операция скалярного произведения заданных векторов a и b и искомых векторов X и Y, а звездочкой – операция транспонирования.

Модель состоит из однородной квазианалоговой среды,ячейки которой построены из сопротивлений R, емкостей C, управляемых ключей Q и одного группового переключаемого цифрового управляемого звена (ЦУЗ). Напряжения φ_{ij} на конденсаторах в момент подключения кодоуправляемого звена устанавливаются или так, чтобы проводимость между полюсами RC -двухполюсника, который в [10] был назван квазирезистором, принимала заданное значение a_{ij}, или так, чтобы оно само имело требуемую величину и знак.

Напряжения $\varphi_{11}, \varphi_{12}, \ldots, \varphi_{mn}$ и $\overline{\varphi}_{11}, \overline{\varphi}_{12}, \ldots, \overline{\varphi}_{mn}$ устанавливаются таким образом, чтобы реализовались элементы матрицы A и A^* соответственно, напряжения $\varphi_{a1}, \varphi_{a2}, \ldots, \varphi_{an}$ и $\overline{\varphi}_{a1}, \overline{\varphi}_{a2}, \ldots, \overline{\varphi}_{an}$ и напряжения $\varphi_{b1}, \varphi_{b2}, \ldots, \varphi_{bm}$ и $\overline{\varphi}_{b1}, \overline{\varphi}_{b2}, \ldots, \overline{\varphi}_{bm}$ так, чтобы реализовались компоненты вектора a и b соответственно в уравнениях (5) и (6). Напряжения на остальных конденсаторах устанавливаются таким образом, чтобы эквивалентные собственные проводимости шин $u_0, u_1, \ldots, u_m$ и шин $v_0, v_1, \ldots, v_n$ были нулевыми. Реализация условий (7) обеспечивается диодами. Цепи управления работой ключей, служащих для поочередного присоединения ЦУЗ к ячейкам моделирующей среды, на рис. 7 не показаны.

Рассмотрим цифро-квазианалоговую модель, выполненную в виде управляемой дискретной моделирующей среды, для решения транспортной задачи, которая формулируется следующим образом.

Минимизировать линейную форму

$$\mu = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_{ij} \qquad (8)$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j , \quad \sum_{i=1}^{n} x_{ij} = a_i , \quad \sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j , \qquad (9)$$

$$x_{ij} \geq 0 . \qquad (10)$$

Схема модели изображена на рис.8. Она представляет собой однородную дискретную моделирующую среду, ячейки которой содержат диоды, предназначенные для выполнения условий (10), и конденсаторы, являющиеся динамическими источниками, напряжения φ_{ij} на которых моделируют коэффициенты a_{ij}. Кроме того, к горизонтальным шинам u_i и вертикальным v_i присоединены динамические источники токов, моделирующие коэффициенты a_i и b_j. Для задания напряжений φ_{ij}, равных a_{ij} и напряжений φ_{ai} и φ_{bj}, которые согласно (2) определяются формулами

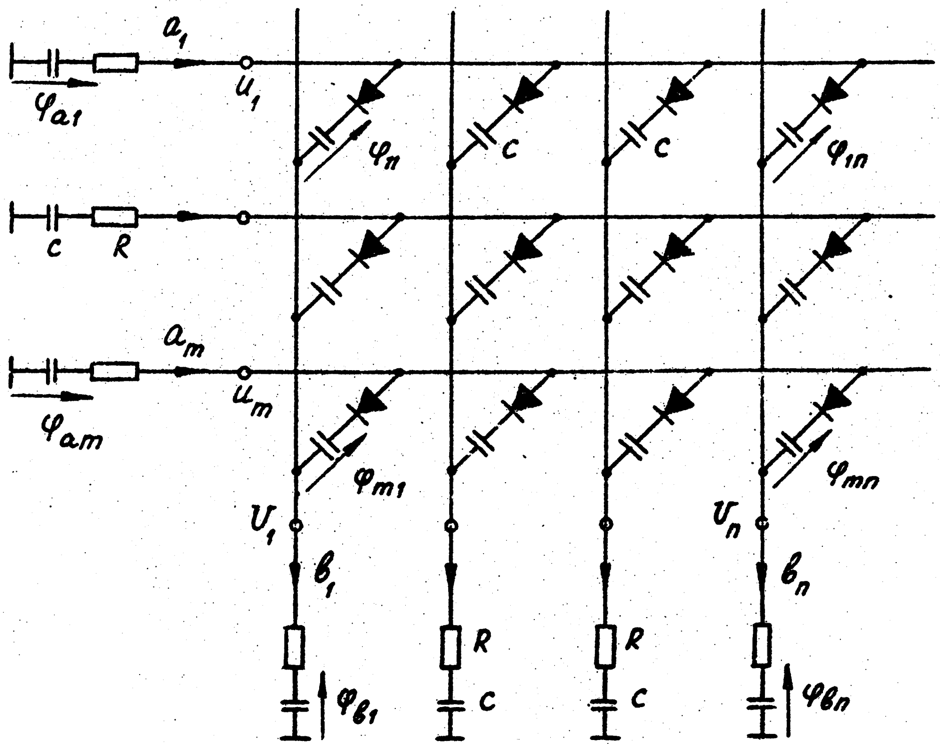
$$\varphi_{ai} = u_i - R_{ai} , \qquad i = 1,2,\ldots, m, \qquad (11)$$

$$\varphi_{bj} = v_j - R_{bj} , \qquad j = 1,2,\ldots, n, \qquad (12)$$

как и в схемах рис. 6 и 7, используется один групповой циклически переключаемый цифровой функциональный преобразователь, который на рис.8 не показан.

Рассмотренный принцип построения модели транспортной задачи позволяет создать такую специализированную цифро- квазианалоговую математическую машину, которая на базе достижений современной технологии в области микромодульных элементов и интегральных схем может быть изготовлена в виде дискретной моделирующей среды и в которую исходная информация будет вводиться в цифровой форме так же, как это делается в универсальных цифровых вычислительных машинах.

Теоретические и экспериментальные исследования, проведенные в ИК АН УССР, подтверждают принципиальную возможность по-

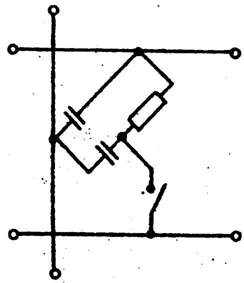
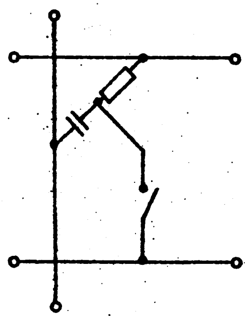
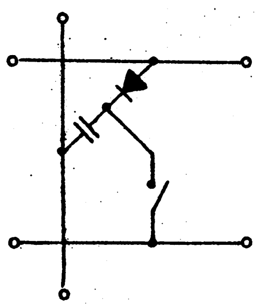


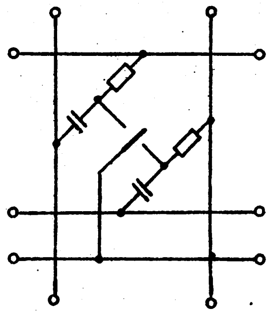
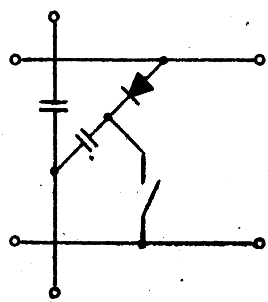
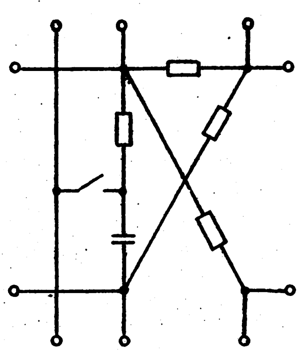
a_1
u_1
φ_{a1}
φ_{11}
C
C
φ_{1n}
C
R
a_m
u_m
φ_{am}
φ_{m1}
φ_{mn}
U_1
U_n
b_1
b_n
R
R
φ_{b1}
C
C
φ_{bn}

Рис. 8

Элементарные ячейки управляемых квазианалоговых сред.

Таблица 1

NN п/п	Схема ячейки.	Класс задач.
1		1. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
2		1. Системы линейных и нелинейных алгебраических уравнений.
3		1. Транспортная задача линейного программирования. 2. Расчет сетевых графиков.

4		1. *Общая задача линейного программирования.* 2. *Пара двойственных задач линейного программирования.*
5		1. *Задача о коммивояжере.*
6		1. *Плоская задача теории упругости.*

строения моделирующих машин динамического типа на основе дискретных квазианалоговых сред для ряда других классов важных практических задач, не вошедших в разобранные выше. В таблице I дан обзор элементарных ячеек квазианалоговых сред с указанием классов задач, для которых они могут быть использованы.

По-видимому, использование однородных структур - вычислительных сред - в математическом машиностроении позволит создать в будущем машины, обладающие высокой степенью универсальности, быстродействия, надежности и технологичности. Кроме того, применение однородных структур - наиболее рациональный способ использования преимуществ интегральной схемотехники.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.Е. Пухов. Избранные вопросы теории математических машин. Изд. "Наукова думка", Киев, 1964.
2. Б.А. Борковский. Метод динамического моделирования безынерционных объектов. - Кибернетика, 1965, № 3.
3. Г.Е. Пухов, Б.А. Борковский. Динамическое электронное моделирование математических операций. - Кибернетика, 1965, № 6.
4. Б.А. Борковский. Методы динамического моделирования дифференциальных уравнений. - Кибернетика, 1965, № 6.
5. Г.Е. Пухов, Б.А. Борковский. Принципы построения динамических цепей. - Теоретическая электротехника, №1, Издание Львовского Государственного университета, 1966г.
6. Б.А. Борковский, Г.Е. Пухов. Метод сокращения числа отрабатывающих усилителей в электронных моделях. Сборник "Математическое моделирование и электрические цепи", вып. IУ, "Наукова думка", Киев, 1966.
7. Г.Е. Пухов, Б.А. Борковский. Аналоговые и квазианалоговые вычислительные среды. Труды симпозиума "Вычислительные системы, Изд. "Наука", Новосибирск, 1967г.
8. Э.В. Евреинов, Ю.Г. Косарев. Однородные универсальные вычислительные системы высокой производительности. Изд. "Наука", Новосибирск, 1966.

9. И.В. Прангишвили, Н.А. Абрамова, Е.В. Бабичева, В.В. Игнатущенко. Микроэлектроника и однородные структуры для построения логических и вычислительных устройств. Изд., "Наука", Москва, 1967.

10. Г.Е. Пухов. Динамические квазирезисторы и их применение для автоматического ввода информации в электрические цепи,– Автометрия , Новосибирск, 1967.

11. Г.Е. Пухов, В.О. Лапа. Дінамічний аналог транспортної задачі, Доповіді АН УРСР, серія А, 1967, № 4.

12. Г.Е. Пухов, В.О. Лапа. Дінамічне моделювання сітьових графіків. Доповіді АН УРСР, серія А, 1967, № 5.