

АНАЛИЗ НАДЕЖНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В ОДНОРОДНЫХ СТРУКТУРАХ

Н.А. Абрамова

(Москва)

Простейшим способом определения надежности P_F реализации логической функции (ЛФ) в однородной структуре (ОС) является применение формулы

$$P_F = P_A^n, \quad (I)$$

где P_A - надежность одной ячейки ОС, а n - количество ячеек, участвующих в реализации ЛФ. (Предполагается, что вероятности отказов отдельных ячеек независимы, а реализация функции неизбыточная, т.е. отказ каждой из ячеек приводит к отказу на выходе).

Однако эта формула при расчетах дает заниженные результаты, поскольку не учитывается ни различие элементарных операций, выполняемых отдельными ячейками, ни вид реализуемой ЛФ; при решении различных задач сравнительного характера она может даже привести к неверным результатам.

В данной работе предлагается методика определения надежности реализации ЛФ, которая позволяет, с одной стороны, получать более точные результаты при расчетах и, с другой, вырабатывать критерии для сравнения однотипных ОС и выбора оптимальной по надежности реализации ЛФ в данной ОС, а также рекомендации по наиболее эффективным методам резервирования и т.д.

Работа состоит из двух частей, в первой из которых учитывается различие элементарных операций, выполняемых ячейками ОС при реализации некоторой ЛФ, а во второй - дается метод расчета надежности в зависимости от вида реализуемой ЛФ.

1. При реализации ЛФ в ОС можно выделить участки структуры, выполняющие различные элементарные операции:

- 1) введение логических переменных в структуру извне;
- 2) выполнение функций соединительных каналов;
- 3) выполнение логических операций над переменными, поступающими как извне, так и от других участков структуры;
- 4) развязка между соседними участками.

Несмотря на то, что эти операции осуществляются одинаковыми ячейками, надежность их выполнения может быть различной, так как зависит от количества настроечной информации и количества ячеек, необходимых для выполнения такой операции. Р_я представляет собой нижнюю границу для надежностей ячеек, выполняющих различные операции.

При анализе надежности удобно рассматривать лишь те ячейки, на выходе которых выполняются элементарные операции, необходимые для реализации логической сети (назовем эти ячейки основными). Остальные ячейки, участвующие в выполнении операции (которые будем называть вспомогательными), учитываем при определении надежности выполнения соответствующих операций. Таким образом, условно принимаем, что заданная функция реализуется на множестве основных ячеек, вероятность отказа для которых определяется в зависимости от отказов всех вспомогательных ячеек.

Для определения надежности реализации ЛФ целесообразно разбить множество основных ячеек, участвующих в реализации на непересекающиеся подмножества, характеризующиеся различной надежностью в соответствии с видом выполняемой элементарной операции.

Далее для каждого из подмножеств определяется вероятность отказа ячейки в соответствии с принятой моделью отказов, и тогда общая надежность реализации (при принятых выше допущениях) определяется как

$$P_F = \prod_{i=1}^l P_i^{m_i} \quad (2)$$

Здесь l - количество видов элементарных операций, P_i - надежность ячейки для операции i -го вида, m_i - количество

ячеек в i -м подмножестве. Заметим, что

$$\sum_{i=1}^l m_i \leq n,$$

причем равенство соответствует случаю, когда все ячейки, участвующие в реализации, являются основными.

Если вероятности появления отказов малы и можно пренебречь вероятностью одновременного появления более чем одного отказа (что справедливо для интегральных схем, на которых предполагается строить однородные структуры), формула (2) сводится к более простой

$$P_{\Phi} = 1 - Q_{\Phi} = 1 - \sum_{i=1}^l m_i Q_i, \quad (3)$$

где Q_i, Q_{Φ} - вероятности отказов, соответствующие P_i, P_{Φ} . Величины Q_i определяются только алгоритмом функционирования ОС, а m_i зависят также от вида реализуемой функции и ее размещения в структуре. Поскольку для улучшения надежности целесообразно влиять на те слагаемые, которые обладают наибольшим весом в формуле надежности, анализ ее для каждой ОС позволит получить некоторые критерии для оптимальной с точки зрения надежности реализации функций в данной ОС. Эти критерии могут относиться как к разложению логической функции на элементарные логические операции, так и к размещению полученной структурной формулы в ОС. Сравнение формулы надежности для однотипных по логической структуре ОС позволит выбрать ту из них, которая оптимальна по надежности, особенно для заданного потока задач, когда можно определить вероятностные значения m_i . Очевидно также, что анализ формулы может оказаться полезным при синтезе ОС.

II. Приведенные выше формулы учитывают только количество ячеек, участвующих в реализации ЛФ, однако способ связи между ячейками, т.е. выполняемая ими функция не принимается во внимание. Последнее может привести к более точным результатам при расчетах, когда 1) на входах или в самих ячейках возможны сбой и вероятность появления искаженного сигнала на выходе зависит от совпадения сбоя с появлением того или иного набора входных переменных, 2) отказы окончательные, но используются не все входные наборы, либо известно вероятностное распределение входов.

Поскольку ОС является универсальным устройством, настройка ее на некоторую ЛФ производится в соответствии с определенным назначением, и распределение входных переменных во многих случаях может быть известно. Поэтому целесообразно производить расчет надежности с учетом вида реализуемой ЛФ.

Известно [1], что если отказы происходят только на входах устройства, реализующего некоторую ЛФ $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, причем независимо друг от друга и с малой вероятностью, а появление любого набора входных переменных равновероятно, то вероятность ошибки на выходе определяется по формуле

$$\eta_I = \sum_{i=1}^n \omega_i \eta_i \quad (4)$$

где η_i - вероятность ошибки на i -м входе, а ω_i - активность i -го аргумента, которая зависит только от вида логической функции и определяется как

$$\omega_i = \frac{1}{2^n} \sum_{\zeta=0}^{2^n-1} [f(\zeta) \oplus f(\tilde{\zeta})] \quad (5)$$

Здесь ζ - набор значений входных переменных ($\sigma_1^\zeta \sigma_2^\zeta \dots \sigma_n^\zeta \dots \sigma_{n-1}^\zeta \sigma_n^\zeta$), а $\tilde{\zeta}$ - набор, отличающийся значением i -го аргумента ($\sigma_1^\zeta \sigma_2^\zeta \dots \bar{\sigma}_i^\zeta \dots \sigma_n^\zeta$). Очевидно, сумма по модулю 2 равна 1 только для тех наборов, для которых ошибка в i -м аргументе приводит к ошибке на выходе (в [1] приняты иные обозначения). Формула (5) справедлива, если вероятности ошибок вида $I \rightarrow 0$ и $0 \rightarrow I$ одинаковы:

$$\eta_{i, 0 \rightarrow 1} = \eta_{i, 1 \rightarrow 0} = \eta_i$$

Можно показать, что для произвольной вероятности $p(\zeta)$ появления набора входных переменных активность аргумента определяется как

$$\omega_i = \sum_{\zeta=0}^{2^n-1} p(\zeta) [f(\zeta) \oplus f(\tilde{\zeta})] \quad (6)$$

а для более общего случая, когда

$$\eta_i = P(x_i = 1) \eta_{i, 1 \rightarrow 0} + P(x_i = 0) \eta_{i, 0 \rightarrow 1}$$

справедлива формула

$$\omega_i = \sum_{\zeta} [f(\zeta) \oplus f(\tilde{\zeta})] \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n P(x_j = \sigma_j^\zeta) \quad (7)$$

где суммирование может производиться по всем ζ^* , для которых 1) $f(\zeta) = 1$, либо 2) $f(\zeta) = 0$, либо 3) $\sigma_1^{\zeta} = 1$, либо 4) $\sigma_1^{\zeta} = 0$.

Величина $I - \eta$ называется логической надежностью устройства. Если возможны отказы не только на входах, но и внутри устройства, то общая вероятность отказа на выходе определяется через логическую надежность и вероятность отказа самого устройства (техническую надежность), причем вид формулы зависит от принятых допущений относительно характера отказов устройства. Далее для простоты ограничимся только рассмотрением отказов на входах, как это характерно для интегральных схем.

Определение вероятности отказа указанным методом требует определения суммы $f(\zeta) \oplus f(\tilde{\zeta})$ в лучшем случае для количества наборов, равного $\min(|A|, |B|)$, где

$$A = \{ \zeta / f(\zeta) = 1 \},$$

$$B = \{ \zeta / f(\zeta) = 0 \},$$

для каждой из переменных; поэтому трудоемкость быстро возрастает с увеличением количества переменных в логической функции.

Более того, этот метод справедлив лишь в том случае, когда отказы происходят только в датчиках входных переменных. Если же какие-либо переменные подаются в различные участки схемы по отдельным каналам (выводам), в которых возможны независимые ошибки, то для определения вероятности отказа необходимо каждый из каналов считать отдельным входом и рассматривать вместо реализуемой функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ более сложную функцию $f(x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1k}, x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2l}, \dots, x_{n1}, \dots, x_{nm})$, где k, l, \dots, m — число вхождений соответствующих переменных в схему, причем считать допустимыми лишь те наборы, для которых в отсутствие ошибки $x_{11} = x_{12} = \dots = x_{1k}$. Очевидно, задача расчета надежности еще больше усложняется.

Для упрощения расчетов предлагается разбить задачу на ряд простых, повторяющихся этапов. Для этого следует рассмотреть структурную схему, реализующую данную ЛФ, и, вычислив активности аргументов для каждого типа логических элементов, образующих схему, определить затем результирующее значение вероятности отказа методом суперпозиции. Очевидно, кроме активных входов, следует для всех типов логических элементов оп-

ределить распределение вероятностей появления 0 и 1 на выходе в зависимости от распределения на входах. Такой путь представляется тем более целесообразным, чем меньше количество типов элементов, образующих схему. Расчет производится на основании следующей теоремы, которая для краткости приводится без доказательства.

Т е о р е м а I.

Пусть имеется логическая схема, и между входом x_j и выходом схемы имеется путь, образованный элементами A, B, C, \dots

K, L . Тогда активность аргумента x_j по отношению к выходу схемы равна

$$\omega_{x_j}^Y = \omega_{x_j}^A \cdot \omega_{y_x}^B \cdot \omega_{y_A}^C \cdot \dots \cdot \omega_{y_K}^L,$$

где индексы y_x, y_A, \dots, y_K обозначают те входы элементов B, C, \dots, L соответственно, на которые воздействуют входы x_j элементов предыдущего яруса.

Таким образом, расчет логической надежности схемы производится следующим образом: 1) для всех типов образующих ее элементов активности аргументов и вероятности появления 0 и 1 на выходе выражаются через вероятности появления 1 и 0 на входах (последнее - просмотром таблицы истинности элемента); 2) по полученным формулам, передвигаясь от входов схемы к выходу, рассчитывают активности аргументов и вероятность появления 0 и 1 на выходе для каждого элемента в схеме; эти вероятности затем используются для определения активности аргументов в следующем ярусе схемы; 3) определяются активности всех входов схемы по отношению к выходу (теорема I) и вероятность отказа на выходе (по формуле 4).

В применении к ОС расчет ведется для всех подмножеств основных ячеек, а затем логическая надежность определяется в зависимости от размещения ЛФ в ОС. Анализ полученного выражения, устанавливающего зависимость между вероятностью ошибок η_1 на входах схемы и вероятностью ошибки на выходе, позволяет определить, какие входы наиболее целесообразно резервировать, если результирующая надежность недостаточна.

Поскольку при расчете могут учитываться не только логические входы, но и входы по которым подаются сигналы настройки, анализ позволяет при этом учесть и в отношении увеличения надежности настройки.

И. Ш.Е. Бозоян. Некоторые вопросы повышения надежности логических схем.- Вопросы радиоэлектроники, серия УП, 1965.