УДК.519.95

ИНТЕРАТИВНЫЕ И ОДНОРОДНЫЕ ПЛАНАРНЫЕ СТРУКТУРЫ И СООТВЕТСТВУЮЩИЕ ИМ ГРАФЫ

И.В. Прангишвили

(Москва)

При разработке эффективных методов логического проектирования сложных полупроводниковых интегральных схем (ИС) целесообразно рассчитывать на такую топологию монтажных схем, которая обеспечивает однообразие (регулярность) соединения однотипных элементов, сокращение длины соединительных проводников и количества их пересечения.

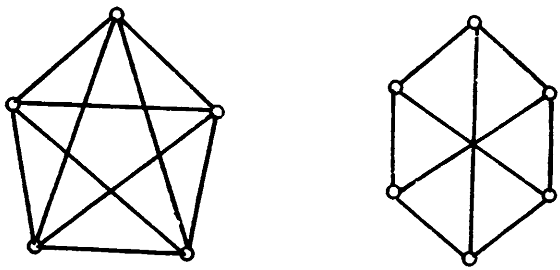
Реализация сложных логических схем на одной подложке за счет увеличения числа монтажных слоев существенно ухудшает технологию производства ИС. С точки зрения технологии изготовления интегральных схем, безусловно, надо стремиться по возможности к минимальному числу монтажных слоев (два). Если в одном монтажном слое подложки разместить разводку цепей питания элементов, а во втором слое сформировать все логические связи между элементами схемы таким образом, чтобы ни в одном слое не было пересекающихся проводников, то значительно упростится технология изготовления ИС.

В дальнейшем с целью упрощения исключим из рассмотрения разводку линий питания, расположенную в отдельном слое, и будем рассматривать только логические связи и монтажные слои, в которых они располагаются. Необходимость изготовления трех и более монтажных слоев в ИС возникает из-за наличия обязательных и необязательных пересечений соединительных линий.

Как известно, необязательные пересечения в монтажной схеме не связаны с топологическими ограничениями и могут быть устранены при соответствующем размещении соединительных линий.

Что касается обязательных пересечений, то они, согласно теории плоских графов, не могут быть устранены путем изменения расположения соединительных линий.

Необходимое и достаточное условие для того, чтобы логическая схема, элементам которой поставлены в соответствие вершины, а соединительным линиям - ребра графа, не содержала обязательных пересечений и, следовательно, соответствовала плоскому графу, определяется теоремой Понтрягина-Куратовского и заключается в следующем: для того, чтобы граф логической схемы был плоским (следовательно, в схеме отсутствовали обязательные пересечения), необходимо и достаточно, чтобы он не содержал внутри себя никакого подграфа, который можно было бы сжать до пятиугольного полного графа (рис. Iа) или шестиугольного неполного графа (рис. Iб) [3].



а) б)

Рис. I. Неплоские графы

Поскольку каждое обязательное физическое пересечение можно устранить путем замены его логическим пересечением [I,2], то любая логическая схема может быть представлена планарной монтажной схемой, сформированной в одном слое, независимо от сложности схемы и порядка входных переменных. Однако при этом следует учитывать, что в однослойной (планарной) логике необходимое количество вентилей практически всегда будет больше, чем в многослойной схеме, где за счет усложнения топологии соединения минимизировано количество вентилей.

С целью определения возможных вариантов соединения элементов в итеративных и однородных структурах и выбора оптимального из них, рассмотрим универсальные итеративные структуры [1,2]. Примем, что все элементы итеративных и однородных структур одинаковы и функционально полны, обеспечивают взаимопроникновение сигналов и могут быть реализованы в одном монтажном слое.

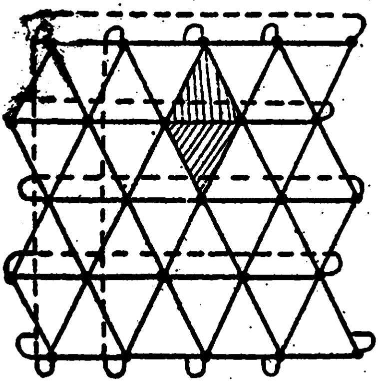
Такие итеративные и однородные структуры являются планарными и поэтому им могут быть поставлены в соответствие плоские связные симметрические графы, вершинам которых соответствуют элементы структуры, а ребрам - связи между элементами. Если каждый элемент структуры связан с одинаковым количеством v соседних элементов, то такой структуре соответствует однородный граф степени v. Если все грани однородного графа G степени v ограничены одинаковым количеством ребер P, то такой однородный граф является правильным. Очевидно, граф G^*, двойственный правильному однородному графу G, также является правильным однородным.

Однородные правильные графы (или правильные мозаики) образуются многократным повторением только одного типа многоугольников, причем все вершины такого графа имеют одинаковую степень v (рис. 2, а,б,в). Таким графам соответствуют однородные структуры, у которых каждый элемент геометрически одинаковым образом связан с одинаковым количеством соседних элементов.

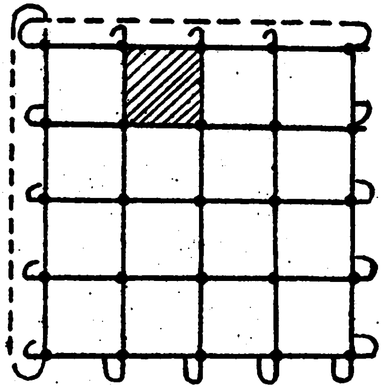
Очевидно, многократным повторением одного типа (одной формы) многоугольников могут быть образованы такие графы, не все вершины которых имеют одинаковую степень (например, рис. 3б, пунктирной линией). Такие неоднородные графы могут быть поставлены в соответствие итеративным структурам, у которых не все элементы связаны с одинаковым количеством соседних элементов.

Многократным повторением нескольких типов (формы) многоугольников могут быть образованы неправильные однородные графы степени v (например, рис. 4, сплошная линия).Такие графы могут быть поставлены в соответствие итеративным структурам, у которых каждый элемент связан с равным количеством примыкающих к нему соседних элементов, но не все соседние элементы связаны одинаковым образом (различная ориентация связей).

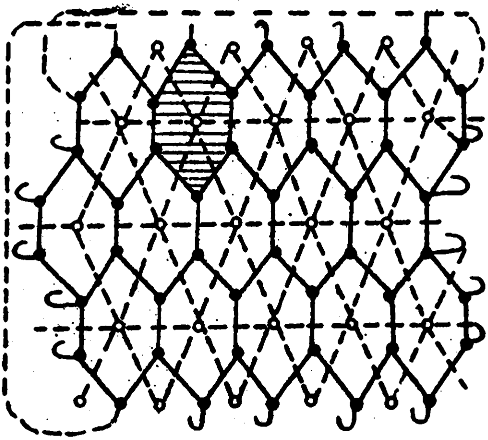
Наконец, многократным повторением нескольких типов многоугольников могут быть образованы неоднородные графы (например,



а)



б)



в)

Рис. 2. Однородные правильные графы (q = I, m = I), образованные из треугольников (P = 3) при степени вершин графа V = 6 (а), из четырехугольников (P = 4) при степени вершин графа V =4 (б), из шестиугольников (P = 6) при степени вершин графа V = 3 (в).

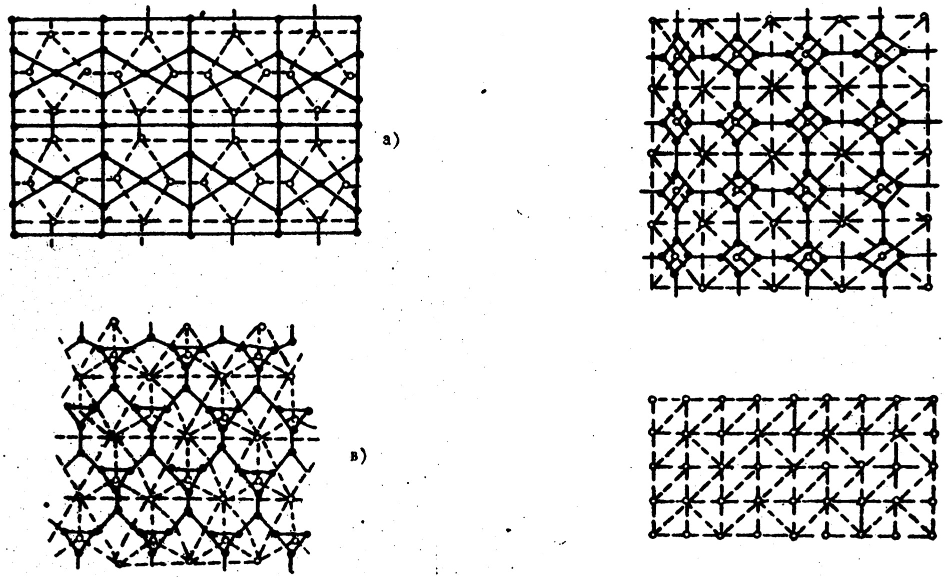


Рис. 3. Сплошной линией изображены основные графы итеративных структур с характеристиками $q = I$, $m = 2$, $K = I$, а пунктирной линией двойственные им графы с характеристиками $q = 2$, $m = I$, $h = I$.
Параметры основных и двойственных графов следующие:

а) $P_I = 3$, $P_{II} = 5$, $V = 4$ (сплошная линия),
$P = 4$, $V_I = 3$, $V_{II} = 5$ (пунктирная линия);

б) $P_I = 4$, $P_{II} = 3$, $V = 3$ (сплошная линия),
$P = 5$, $V_I = 4$, $V_{II} = 8$ (пунктирная линия);

в) $P_I = 3$, $P_{II} = 9$, $V = 3$ (сплошная линия),
$P = 3$, $V_I = 3$, $V_{II} = 9$ (пунктирная линия);

г) $P = 3$, $V_I = 5$, $V_{II} = 7$ (пунктирная линия).

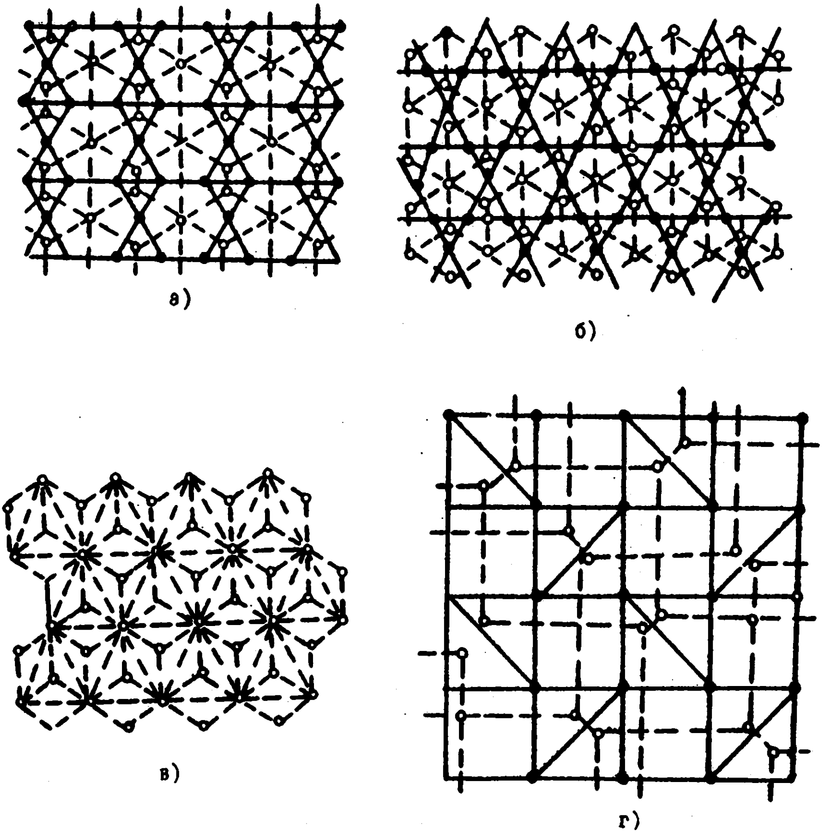


Рис. 4. Графы итеративных структур с характеристиками $q = I$, $m = 2$, $K = 2$ (сплошная линия) и двойственные им графы с $q = 2$, $m = I$, $h = 2$ (пунктирная линия).

Параметры графов следующие:

а, б) $P_I = 6$, $P_{II} = 3$, $V = 4$ (сплошная линия)
$P = 4$, $V_I = 6$, $V_{II} = 3$ (пунктирная)

в) $P = 3$, $V_I = 3$, $V_{II} = I2$ (пунктирная)

г) $P_I = 4$, $P_{II} = 3$, $V = 5$ (сплошная линия),
$P = 5$, $V_I = 4$, $V_{II} = 3$ (пунктирная)

рис. 5). Такие графы могут соответствовать итеративным структурам, у которых не все элементы соединены с одинаковым количеством соседних элементов и не все соседние элементы соединены одинаковым образом.

Определим типы многоугольников и методы их упаковки для образования плоских графов итеративных и однородных структур. С этой целью отождествим противоположные стороны графа итеративной или однородной структуры, что эквивалентно как бы размещению структуры на (замкнутой) поверхности тора (рис. 2).

Обозначим через Г число всех граней, В - всех вершин и Р - всех ребер свернутого графа.

Формула Эйлера В + Г - Р = 2, справедливая для многоугольных плоских графов и многогранников, несправедлива для топологических графов, изображенных на замкнутой поверхности тора.

Для таких свернутых графов оказывается справедливой формула:

$$В + Г - Р = 0 \qquad (I)$$

Справедливость этой формулы в общем случае можно доказать методом математической индукции. В общем случае граф итеративной структуры может быть образован многократным повторением нескольких (I, II, ..., m) типов многоугольников.

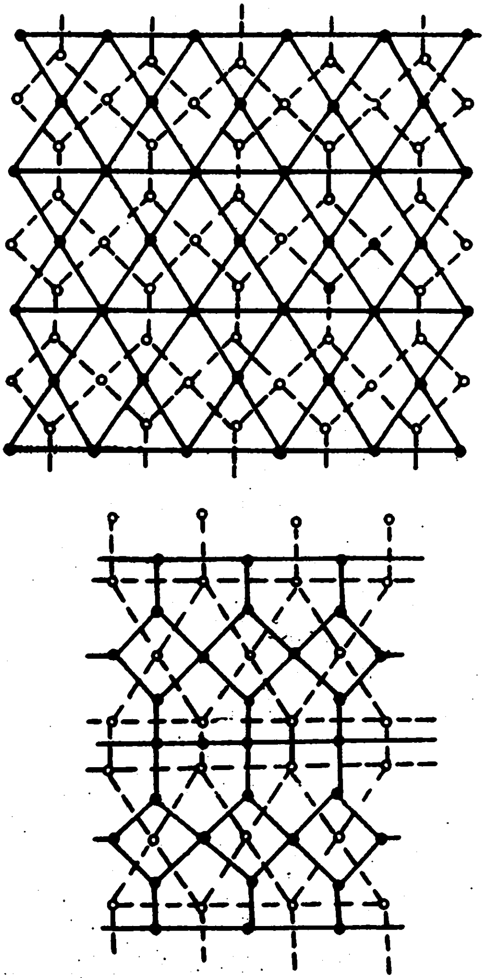
Обозначим общее число граней, образованных j-ым типом многоугольников через $Г_j$ ($j = I, II, \ldots, m$). Число вершин и число ребер, ограничивающих грани j-го типа многоугольника - соответственно через $В_j$ ($j = I, II, \ldots, m$), $Р_j$ ($j = I, II, \ldots, m$). Число ребер, сходящихся в соответствующих вершинах графа, или степень различных вершин обозначим через v_i ($i = I, II, \ldots, q$).

Так как в общем случае граф итеративной структуры образован из m различных типов многоугольников, то суммарное число граней графа равно

$$\sum_{j=1}^{m} Г_j = Г_I + Г_{II} + \ldots + Г_m = Г \qquad (2)$$

Если в общем случае граф итеративной структуры содержит разное число многоугольников каждого типа (формы), то будем иметь:

$$Г_{II} = k_1 Г_I, \quad Г_{III} = k_2 Г_I, \quad Г_m = k_{m-1} Г_I,$$



а)

б)

Рис. 5. Основные и двойственные им графы итеративной структуры с характеристиками $q = 2$, $m = 2$.

Параметры графов:

а) $h = I$, $K = 2$, $P_I = 4$, $P_{II} = 3$, $V_I = 4$, $V_{II} = 6$ (сплошная линия)

$h = 2$, $K = I$, $P_I = 4$, $P_{II} = 6$, $V_I = 4$, $V_{II} = 3$ (пунктирная)

б) $h = I$, $K = 2$, $P_I = 4$, $P_{II} = 5$, $V_I = 4$, $V_{II} = 3$ (сплошная линия)

$h = 2$, $K = I$, $P_I = 4$, $P_{II} = 3$, $V_I = 4$, $V_{II} = 5$ (пунктирная)

$$Г = Г_I + k_1 Г_I + k_2 Г_I + \ldots + k_{m-1} Г_I = \\ = Г_I (I + k_1 + k_2 + \ldots + k_{m-1}), \quad (3)$$

откуда

$$Г_I = \frac{Г}{I + k_1 + k_2 + \ldots + k_{m-1}} . \qquad (4)$$

Так как в графе каждое ребро принадлежит одновременно граничащим между собой двум многоугольникам (граням), имеем:

$$2P = \sum_{j=I}^{m} Г_j P_j = Г_I P_I + Г_{II} P_{II} + \ldots + Г_m P_m = Г_I P_I + \\ + k_1 Г_I P_{II} + \ldots + k_{m-1} Г_I P_m = \\ = Г_I (P_I + k_1 P_{II} + k_2 P_{III} + \ldots + k_{m-1} P_m) = \\ = \frac{Г}{I + k_1 + k_2 + \ldots + k_{m-1}} (P_I + k_1 P_{II} + \ldots \\ \ldots + k_{m-1} P_m) \qquad (5)$$

откуда

$$P = \frac{Г (P_I + k_1 P_{II} + \ldots + k_{m-1} P_m)}{2 (I + k_1 + k_2 + \ldots + k_{m-1})} . \qquad (6)$$

Так как число ребер и число вершин, ограничивающих каждую грань, равны между собой, то, учитывая, что, с одной стороны, граф итеративной структуры в общем случае содержит q групп вершин, имеющих различную степень v_i, и, с другой стороны, каждая вершина принадлежит одновременно v_i примыкающих к ней граням, получаем:

$$\sum_{i=I}^{q} v_i B_i = v_I B_I + v_{II} B_{II} + \ldots + v_q B_q = Г_I b_I + \\ + Г_{II} b_{II} + \ldots + Г_m b_m = Г_I P_I + Г_{II} P_{II} + \ldots \\ \ldots + Г_m P_m = 2P , \qquad (7)$$

где

$$B = B_I + B_{II} + \ldots + B_m . \qquad (8)$$

Так как числа вершин графа в общем случае связаны зависимостью

$$B_{II} = h_1 B_I ; \qquad B_{III} = h_2 B_I ; \quad \ldots \quad B_q = h_{q-1} B_I$$

учитывая (8), получим

$$B = B_I \,(I + h_1 + h_2 + \ldots + h_{q-1})$$

и

$$B_I = \frac{B}{I + h_1 + h_2 + \ldots + h_{q-1}} . \qquad (9)$$

Из (7) и (9) получим:

$$V_I B_I + V_{II} h_1 B_I + \ldots + V_q h_{q-1} B_I = B_I (V_I + h_1 V_{II} + \ldots + h_{q-1} V_q) =$$

$$= \frac{B\,(V_I + h_1 V_{II} + \ldots + h_{q-1} V_q)}{I + h_1 + h_2 + \ldots + h_{q-1}} = \frac{\Gamma\,(P_I + k_1 P_{II} + \ldots + k_{m-1} P_m)}{I + k_1 + k_2 + \ldots + k_{m-1}} ,$$

откуда

$$B = \frac{\dfrac{I + h_1 + h_2 + \ldots + h_{q-1}}{I + k_1 + k_2 + \ldots + k_{m-1}}\;\Gamma\,(P_I + k_1 P_{II} + \ldots + k_{m-1} P_m)}{V_I + h_1 V_{II} + \ldots + h_{q-1} V_q} . \qquad (I0)$$

Если в (I) подставим значения (6) и (I0), получим:

$$\frac{\dfrac{I + h_1 + h_2 + \ldots + h_{q-1}}{I + k_1 + k_2 + \ldots + k_{m-1}}\;\Gamma\,(P_I + k_1 P_{II} + \ldots + k_{m-1} P_m)}{V_I + h_1 V_{II} + \ldots + h_{q-1} V_q} + \Gamma -$$

$$- \frac{\Gamma}{2(1 + k_1 + k_2 + \ldots + k_{m-1})} \,(P_I + k_1 P_{II} + \ldots + k_{m-1} P_m) = 0$$

откуда $V_I + h_1 V_{II} + \ldots + h_{q-1} V_q =$

$$= \frac{2(I + h_1 + h_2 + \ldots + h_{q-1})\,(P_I + k_1 P_{II} + \ldots + k_{m-1} P_m)}{(P_I + k_1 P_{II} + \ldots + k_m P_m) - 2\,(I + k_1 + k_2 + \ldots + k_{m-1})} \qquad (II)$$

Для практики наибольший интерес представляют итеративные структуры, графы которых образуются многократным повторением одного типа (m = I и, следовательно, $k_1 = k_2 = \ldots = k_{m-1} = 0$)

или двух типов ($m=2$ и, следовательно, $k_2=k_3=\ldots=k_{m-1}=0$) многоугольников и все вершины которых имеют либо одинаковую степень ($q=1$ и, следовательно, $h_1=h_2=\ldots=h_{q-1}=0$), либо образуют группы вершин с двумя различными V_I и V_{II} степенями, т.е. $q=2$.

Для этих четырех случаев из (II) получим:

а) Если $q=2$ (следовательно, $h_2=h_3=\ldots=h_{q-1}=0$)

и $m=2$ (следовательно, $k_2=k_3=\ldots=k_{m-1}=0$)

$$V_I + hV_{II} = \frac{2(1+h)\cdot(P_I+kP_{II})}{(P_I+kP_{II})-2(1+k)}. \qquad (12а)$$

В частном случае при $k=1$ и $h=1$ граф итеративной структуры будет содержать равное число многоугольников как первого, так и второго типа (т.е. $\Gamma_I=\Gamma_{II}$) и равное количество вершин, имеющих степень как V_I, так и V_{II} (т.е. $B_I=B_{II}$). Для такого графа выражение (12а) упрощается.

$$V_I + V_{II} = \frac{4(P_I+P_{II})}{(P_I+P_{II})-4}. \qquad (12б)$$

б) Если $q=2$ (следовательно, $h_2=h_3=\ldots=h_{q-1}=0$) и $m=1$ (следовательно, $k_1=k_2=\ldots=k_{m-1}=0$)

$$V_I + hV_{II} = \frac{2(1+h)P}{P-2} \quad \text{или} \quad P = \frac{2(V_I+hV_{II})}{(V_I+hV_{II})-2(1+h)} \qquad (13а)$$

В частном случае при $h=1$ граф итеративной структуры содержит равное число вершин обоих типов (т.е. $B_I=B_{II}$) и выражение (13а) упрощается до (13б):

$$V_I + V_{II} = \frac{4P}{P-2} \quad \text{или} \quad P = \frac{2(V_I+V_{II})}{V_I+V_{II}-4}. \qquad (13б)$$

в) Если $q=1$ (т.е. $h_1=h_2=\ldots=0$) и $m=2$ (т.е. $k_2=k_3=\ldots=k_{m-1}=0$)

$$V_I = V_{II} = V = \frac{2(P_I+kP_{II})}{(P_I+kP_{II})-2(1+k)}. \qquad (14а)$$

В частном случае при $k=1$ граф итеративной структуры содержит равное число многоугольников обоих типов ($\Gamma_I=\Gamma_{II}$) и выражение (14а) упрощается до (14б):

$$V = \frac{2(P_I+P_{II})}{(P_I+P_{II})-4}. \qquad (14б)$$

г) Если $q = I$ (т.е. $h_1 = h_2 = \ldots = h_{q-1} = 0$) и $m = I$ (т.е. $k_1 = k_2 = \ldots = k_{m-1} = 0$)

$$V = \frac{2P}{P-2} . \qquad (I5)$$

Исследуем графы таких структур.

Последнему случаю (выражению I5) соответствуют однородные правильные графы степени V , соответствующие однородным структурам. Из (I5) следует, что если P принимает последовательное значение числа $P = 3,4,5,6,7,8,9,I0$, то V соответственно равно 6;4;I0/3; 3; I4/5; I6,6; I8/7; 20/8. Так как степени вершин графа могут принимать только целочисленные значения, то уравнение (I5) удовлетворяется только в трех случаях:

I) $P = 3$, $V = 6$;

2) $P = 4$, $V = 4$;

3) $P = 6$, $V = 3$.

Таким образом, однородные правильные графы, соответствующие однородным структурам, могут быть образованы либо из треугольников ($P = 3$), при такой их компановке, когда обеспечивается степень вершин графа, равная $V = 6$ (рис. 2 а), либо из четырехугольников при степени вершин графа $V = 4$ (рис. 2 б), либо из шестиугольников $P = 6$ при их такой компановке, когда обеспечивается степень вершин графа, равная $V = 3$ (рис. 2 в).

Очевидно, из этих трех типов многоугольников при других степенях вершин или из других типов многоугольников при любых степенях вершин графа невозможно образовать однородный правильный граф, соответствующий однородным (но не итеративным) структурам. Очевидно, граф с параметрами $P = 6$ и $V = 3$ является двойственным графу с $P = 3$ и $V = 6$.

Исследуем случай (в), когда $q = I$ и, следовательно, $h = 0$, и $m = 2$. Сперва рассмотрим графы итеративных структур, для которых $k = I$, и, следовательно, содержат одинаковое число обоих типов многоугольников. При этом напомним, что $P_I + P_{II}$ и V могут принимать только целочисленные значения. Кроме того, графы реальных итеративных структур не могут содержать двуугольников ($P = 2$) и их вершины не могут иметь степень $V = 2$. Одновременно с этим выполняется условие .
$P_I + P_{II} \geq 7$, так как, с одной стороны, $P_I > 2$ и $P_{II} > 2$ и, с другой стороны, случай, когда $P_I = P_{II} = 3$ исследуется другим уравнением (I5).

Уравнение (I4б) удовлетворяется только при следующих значениях параметров P_I, P_{II} и V :

1) $P_I = 3$, $P_{II} = 5$, $V = 4$;
2) $P_I = 4$, $P_{II} = 8$, $V = 3$;
3) $P_I = 3$, $P_{II} = 9$, $V = 3$;
4) $P_I = 5$, $P_{II} = 7$, $V = 3$.

Таким образом, при $q = 1$, $m = 2$ и $k = 1$ могут быть образованы только 4 типа графа итеративной структуры. Первый тип должен быть реализован из трех-и пятиугольников при такой их компановке, когда степень вершин графа равна $v = 4$ (рис. 3а, сплошная линия). Другие три типа образуются либо из четырех- и восьмиугольников (рис. 3б, сплошная линия), либо из трех- и девятиугольников (рис. 3в, сплошная линия), или из пяти - и семиугольников при такой их компановке, когда обеспечивается степень вершин графа, равная $V = 3$.

Теперь при помощи уравнения (I4а) исследуем более общий случай, когда при $q = 1$ и $m = 2$ граф итеративной структуры не содержит равное количество многоугольников первого и второго типов, т.е. $\Gamma_I \neq \Gamma_{II}$ и, следовательно, $k \neq 1$. В этом случае k может принимать различные как целочисленные, так и дробные значения. Так, например, если граф содержит в два раза больше многоугольников второго типа, чем первого, т.е. $k = 2$, и $\Gamma_{II} = k\,\Gamma_I = 2\,\Gamma_I$, то подставляя в (I4а) значение $k = 2$, получаем, что уравнение удовлетворяется только при следующих значениях параметров:

1) $P_I = 6$, $P_{II} = 3$, $V = 4$ (рис.4 а, сплошная линия);
2) $P_I = 4$, $P_{II} = 3$, $V = 5$ (рис. 4г, сплошная линия);
3) $P_I = 10$, $P_{II} = 4$, $V = 3$.

Исследуем случай, когда $q = 2$ и $m = 1$ (и, следовательно, $k = 0$). Сперва рассмотрим графы итеративных структур, для которых $h = 1$ и, следовательно, число вершин со степенью V_I равно числу вершин со степенью V_{II} (т.е. $B_I = B_{II}$). При этом напомним, что $V_I + V_{II}$ и P могут принимать целочисленное значение, а также $V_I + V_{II} \geq 7$. Это потому, что в рассматриваемых графах итеративных структур всегда $V > 2$ и случаи, когда $V_I = V_{II} = 3$, исследуются уравнением (I5).

Уравнение (I3б) удовлетворяется только при следующих значениях V_I, V_{II} и P :

1) $V_I = 3$, $V_{II} = 5$, $P = 4$;
2) $V_I = 4$, $V_{II} = 8$, $P = 3$;
3) $V_I = 3$, $V_{II} = 9$, $P = 3$;
4) $V_I = 5$, $V_{II} = 7$, $P = 3$.

Таким образом, при $q = 2$ и $m = 1$ и $h = 1$ всего могут быть образованы 4 типа графа (рис. 5 а,б,в,г). Три из них состоят из треугольников, а один тип из четырехугольников. Легко заметить, что графы итеративных структур с параметрами $q = 2$, $m = 1$, $h = 1$ являются двойственными ранее рассмотренным графам, с параметрами $q = 1$, $m = 2$, $k = 1$ (рис.3а,б, в, сплошная линия) и могут быть получены простым их преобразованием.

Далее, при помощи уравнения (13а) исследуем более общий случай, когда $q = 2$, $m = 1$ и $h \neq 1$, т.е. когда граф итеративной структуры не содержит равное количество вершин обоих типов $B_I = B_{II}$. Причем h может принимать не только целочисленные значения.

Так, например, если требуется граф структуры, для которой $h = 2$, то из (13а) получаем параметры трех возможных графов :

1) $V_I = 6$, $V_{II} = 3$, $P = 4$ (рис. 4а пунктирная линия);
2) $V_I = 4$, $V_{II} = 3$, $P = 5$ (рис. 4г пунктир);
3) $V_I = 10$, $V_{II} = 4$, $P = 3$.

Легко заметить, что эти три типа графов являются двойственными соответствующих трех типов графов, полученных при условии $q = 2$, $m = 1$, $k = 2$ и могут оыть образованы из них известным преобразованием. Очевидно, другим значениям k будут соответствовать другие графы итеративных структур.

Далее, при помощи (12б) исследуем случай: $q = 2$, $m = 2$. $h = 1$ и $k = 1$, т.е. $\Gamma_I = \Gamma_{II}$ и $B_I = B_{II}$. Подстановка чисел с учетом того, что $P_I + P_{II} \geq 7$ и $V_I + V_{II} \geq 7$ показывает, что уравнению (12б) удовлетворяет единственный граф итеративной структуры с параметрами $P_I = 3$, $P_{II} = 5$, $V_I = 3$, $V_{II} = 5$. Таким образом, кроме этого самодвойственного ($V_I = P_I$ и $V_{II} = P_{II}$) графа, образованного чередованием треугольников и пятиугольников со степенями вершин $V_I = 3$ и $V_{II} = 5$, другой граф при $q = 2$, $m = 2$, $h = k = 1$ не может быть образован.

Даже если $q = 2$, $m = 2$, $h = 1$ и $k = 2$ (т.е. $B_I = B_{II}$ и $\Gamma_{II} = 2\Gamma_I$), то при подстановке чисел в выражение (12а) уравнение удовлетворяется при следующих парамет-

рах графов:

I) $P_I = 4$, $P_{II} = 3$, $V_I = 4$, $V_{II} = 6$ (рис.5а сплошная линия);

2) $P_I = 6$, $P_{II} = 3$, $V_I = 3$, $V_{II} = 5$;

3) $P_I = 8$, $P_{II} = 3$, $V_I = 3$, $V_{II} = 4$;

4) $P_I = 6$, $P_{II} = 4$, $V_I = 3$, $V_{II} = 4$;

5) $P_I = 4$, $P_{II} = 5$, $V_I = 4$, $V_{II} = 3$ (рис.5б сплошная линия).

Таким образом, при $q = 2$, $m = 2$, $h = I$ и $k = 2$ существует всего пять типов графов. Очевидно, графы, двойственные указанным графам, будут обладать характеристиками: $q = 2$, $m = 2$, $h = 2$, $k = I$, т.е. $B_{II} = 2B_I$ и $\Gamma_{II} = \Gamma_I$ и будут иметь следующие параметры:

I) $P_I = 4$, $P_{II} = 6$, $V_I = 4$, $V_{II} = 3$ (рис.5а пунктирная линия);

2) $P_I = 3$, $P_{II} = 5$, $V_I = 6$, $V_{II} = 3$;

3) $P_I = 3$, $P_{II} = 4$, $V_I = 8$, $V_{II} = 3$;

4) $P_I = 3$, $P_{II} = 4$, $V_I = 6$, $V_{II} = 4$;

5) $P_I = 4$, $P_{II} = 3$, $V_I = 4$, $V_{II} = 5$ (рис.5б пунктирная линия).

Наконец, при помощи уравнения (I2а) исследуем наиболее общий случай, когда $q = 2$, $m = 2$, $k \neq I$, $h \neq I$. Очевидно, k и h могут принимать различные целочисленные значения или дробные. Так, например, если $k = 4$, $h = 3$ и $V_I = 4$, $V_{II} = 5$, уравнение (I2а) удовлетворяется при значениях $k = 4/3$ и $h = 4$, откуда $\Gamma_{II} = \frac{3}{4}\Gamma_I$ и $B_{II} = 4B_I$. Граф итеративной структуры с такими параметрами показан на рис. 6 (сплошная линия). Двойственный этому граф (рис. 6а пунктиром) имеет параметры: $V_I = 4$, $V_{II} = 3$, $P_I = 4$, $P_{II} = 5$, $h = 4/3$, $k = 4$.

Следует отметить, что на практике могут встретиться итеративные структуры, графы которых характеризуются параметрами $q > 2$ и $m > 2$, они могут быть исследованы при помощи общего уравнения (II).

Заключение

С целью определения возможных вариантов итеративных и однородных планарных структур граф структуры представляется на замкнутой поверхности тора. Выводятся зависимости между основными параметрами свернутого графа. Полученные выражения

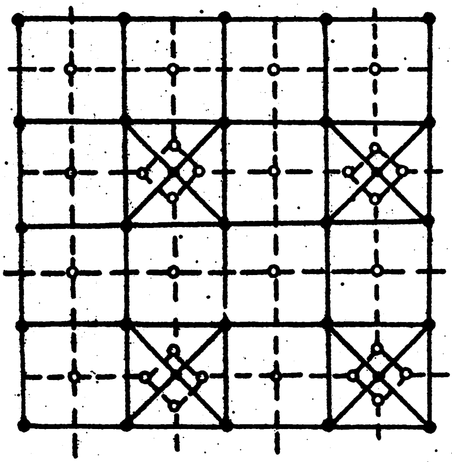


Рис. 6. Сплошной линией показаны граф итеративной структуры со следующими параметрами $q = 2$, $m = 2$, $h = 4$, $K = 4/3$, $P_I = 4$, $P_{II} = 3$, $V_I = 4$, $V_{II} = 5$.
Пунктиром – $q = 2$, $m = 2$, $K = 4$, $h = 4/3$, $V_I = 4$, $V_{II} = 3$, $P_I = 4$, $P_{II} = 5$.

(II) - (I5) позволяют определить типы многоугольников и методы их упаковки для образования всевозможных плоских графов итеративных планарных структур.

Литература

I. И.В. Прангишвили и др. Микроэлектроника и однородные структуры для построения логических и вычислительных устройств. Изд. "Наука", I967.

2. И.В. Прангишвили, И.П.Егоров, М.А. Ускач. Однородные микроэлектронные структуры и реализация в них логических функций. - Автоматика и телемеханика,I967,№ 8.

3. Л. Спандорфер, А. Тонук. Планарные логические схемы,микроэлектроника и большие системы. М., I967.