УДК 681.142.1
УДК.681.142.019.3

О ДВУХ КЛАССАХ ОДНОРОДНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ

В.Г. Хорошевский
(Новосибирск)

Однородная универсальная вычислительная система (УВС)[1], состоящая из N элементарных машин (ЭМ), имеет множество состояний или, как принято говорить в теории надежности, пространство состояний $E = \{0, 1, 2, \ldots, N\}$.

Производительность (быстродействие) однородной УВС прямо пропорциональна числу исправных ЭМ в системе.

Минимальное число $n \in E$, $n \neq 0$, исправных ЭМ в УВС, когда последняя еще имеет производительность не менее заданной, называется н и ж н е й г р а н и ц е й. При $n = 1$ будем считать, что система используется для решения таких задач, которые принципиально могут быть решены на одной электронной вычислительной машине.

С точки зрения теории надежности выделим два класса однородных УВС: системы со структурной избыточностью и живучие УВС.

Однородная УВС, у которой значение нижней границы равно n и производительность для каждого состояния $k \in E$ определяется по формуле

$$\Omega_k = A_n \cdot \Delta(k - n) \cdot n \cdot \omega,$$

где $A_n \geq 1$ в зависимости от класса решаемой задачи,

$$\Delta(l) = \begin{cases} 1, & \text{если } l \geq 0, \\ 0, & \text{если } l < 0, \end{cases}$$

ω – производительность элементарной машины (номинальное, эффективное и среднее эффективное быстродействия ЭМ), называется однородной универсальной вычислительной системой со структурной избыточностью.

В таких системах программным способом организуются основная подсистема из n машин и подсистемы, подчиненные основной, из $(N - n)$ ЭМ. Основная подсистема предназначается для решения наиболее важной задачи, а подчиненные подсистемы – для решения второстепенных задач. Значение нижней границы выбирается в зависимости от класса наиболее важной задачи.

Функции отказавшей элементарной машины основной подсистемы может взять на себя любая исправная ЭМ любой подчиненной подсистемы; при этом решение задачи в указанной машине подчиненной подсистемы прерывается.

Количественные характеристики, используемые для анализа и синтеза однородных УВС со структурной избыточностью, рассчитываются известным способом [2 – 4].

Живучей однородной универсальной вычислительной системой называется такая однородная УВС, производительность которой для каждого состояния $k \in E$ определяется по формуле

$$\Omega_k = A_k \cdot \Delta(k - n) \cdot k \cdot \omega,$$

где $A_k \geq 1$.

Значение нижней границы выбирается в зависимости от класса решаемой на УВС задачи.

С точки зрения программирования организация живучих однородных УВС оправдана, так как для любой задачи может быть составлена универсальная программа [I]. Эта программа может перестраиваться в зависимости от числа исправных ЭМ в УВС.

Живучие однородные УВС близки к классу сложных систем [5].

Наша задача – определить количественные характеристики, с помощью которых можно было бы анализировать существующие УВС, а также синтезировать живучие однородные УВС с наперед заданными производительностью и надежностью.

Важной мерой надежности живучей однородной УВС является вероятность $P_i(t)$ того, что в момент t исправно $i \in E$ ЭМ. Зная вероятности $P_i(t), i \in E$, легко определить, например, математическое ожидание числа исправных машин $\mathcal{N}(t)$ и среднее число занятых восстанавливающих устройств $\mathfrak{M}(t)$ в момент времени t и, следовательно, ф у н к ц и ю ж и в у ч е с т и [6] УВС

$$N(t) = \frac{\mathcal{N}(t)}{N}, \tag{I}$$

ф у н к ц и ю з а н я т о с т и восстанавливающей системы

$$M(t) = \frac{\mathfrak{M}(t)}{m}, \tag{2}$$

где m - число восстанавливающих устройств.

Прежде чем приступить к рассмотрению других количественных характеристик надежности живучих однородных УВС, введем функцию

$$\Omega(t) = \begin{cases} \Omega^k = k\omega, & \text{если в момент времени } t \geq 0 \text{ УВС находится в состоянии } k \in E_1, \\ 0, & \text{если в момент времени } t \geq 0 \text{ система находится в состоянии } k \in E \setminus E_1, \end{cases}$$

где

$$E_1 = \{n, (n+1), \ldots, N\}, \quad E \setminus E_1 = \{0, 1, \ldots, (n-1)\}.$$

$\Omega(t)$ назовем производительностью живучей однородной УВС в момент времени t .

Введем далее функцию

$$S_k(t) = P\{\Omega(t) \geq \Omega^k\}, \quad k \in E_1,$$

где $P\{\Omega(t) \geq \Omega^k\}$ - вероятность события $\Omega(t) \geq \Omega^k$.

В е к т о р - ф у н к ц и е й г о т о в н о с т и назовем

$$\vec{S}(t) = \{S_k(t)\}, \quad k \in E_1, \tag{3}$$

$$\vec{S}(0) = \{S_k(0) = 1\}, \quad k \in E_1.$$

Вектор

$$\vec{S} = \{ S_k \} ,$$

где

$$S_k = \lim_{t \to \infty} S_k(t) , \qquad k \in E_1 ,$$

назовем **в е к т о р - к о э ф ф и ц и е н т о м г о т о в н о с т и**.

Легко показать, что для невосстанавливаемых живучих однородных УВС

$$\vec{S} = \{ S_k = 0 \} , \quad k \in E_1 ,$$

а для восстанавливаемых

$$\vec{S} = \{ \sum_{i=k}^{N} p_i \} , \quad k \in E_1 , \tag{4}$$

где

$$p_i = \lim_{t \to \infty} P\{\Omega(t) = \Omega^i\} , \; i \in E_1 .$$

Рассмотрим величину

$$T_k = \int_0^{T^0} S_k(t)\, dt , \qquad k \in E_1 ,$$

которая является средней частью времени работы однородной УВС с производительностью не менее Ω^k для конечного промежутка $[0, T^0]$

В е к т о р о м с р е д н е г о в р е м е н и п р е б ы в а н и я У В С в с о с т о я н и и г о т о в н о с т и для промежутка $[0, T^0]$ назовем

$$\vec{T} = \{ T_k \} , \; k \in E_1 .$$

Введем функцию

$$R_k(t) = P\{\Omega(\tau) \geq \Omega^k \} , \quad k \in E_1 ,$$

где τ – любой момент времени, принадлежащий промежутку $[0, t]$.

$$\vec{R}(t) = \{ R_k(t)\} , \quad k \in E_1 ,$$

назовем **в е к т о р - ф у н к ц и е й н а д е ж н о с т и**

живучей однородной УВС.

$$\vec{R}(0) = \{ R_k(0) = 1 \},$$

$$\vec{R} = \{ R_k = 0 \},$$

где

$$R_k = \lim_{t \to \infty} R_k(t), \quad k \in E_1 .$$

Величина

$$\theta_k = \int_0^\infty R_k(t)\,dt, \quad k \in E_1 ,$$

является средним временем работы однородной УВС с производительностью не менее Ω^k.

Вектор

$$\vec{\theta} = \{\theta_k\}, \qquad k \in E_1 , \tag{5}$$

назовем **вектором среднего времени безотказной работы** рассматриваемой системы.

Если $\Omega^*(\tau)$ - производительность однородной УВС, режим работы которой является стационарным, в момент времени τ, а

$$R_k^*(t) = P\{\Omega^*(\tau) \geq \Omega^k\}, \quad k \in E_1 , \tag{6}$$

где τ - любой момент времени, принадлежащий $[0,t]$, то

$$\vec{R}^*(t) = \{ R_k^*(t) \}, \quad k \in E_1 ,$$

будем называть **стационарной вектор-функцией надежности** рассматриваемой УВС.

$$\vec{R}^*(0) = \{ \sum_{i=k}^{N} P_i \}, \quad k \in E_1 .$$

$$\vec{R}^* = \{R_k^*\}, \qquad k \in E_1 , \tag{7}$$

где

$$R_k = \lim_{t\to\infty} R_k(t) = \sum_{i=k}^{N-1} P_i ,$$

назовем в е к т о р - к о э ф ф и ц и е н т о м н а д е ж н о с т и живучей однородной УВС.

Пусть

$$U_k(t) = 1 - P\{\Omega(\tau) < \Omega^k\}, \quad k \in E_1,$$

где τ - любой момент времени, принадлежащий промежутку $[0,t]$.

В е к т о р - ф у н к ц и е й в о с с т а н о в и м о с т и живучей однородной УВС назовем

$$\vec{U}(t) = \{U_k(t)\}, \quad k \in E_1 .$$

$$\vec{U}(0) = \{U_k(0) = 0\}, \quad k \in E_1 .$$

$$\vec{U} = \{U_k = 1\},$$

где

$$U_k = \lim_{t\to\infty} U_k(t), \quad k \in E_1 .$$

Средним временем, которое требуется восстанавливающей системе для того, чтобы производительность однородной УВС стала не менее производительности Ω^k будет величина

$$\mathcal{T}_k = \int_0^\infty t \, dU_k(t), \quad k \in E_1 .$$

Вектор

$$\vec{\mathcal{T}} = \{\mathcal{T}_k\}, \quad k \in E_1,$$

назовем в е к т о р о м с р е д н е г о в р е м е н и в о с с т а н о в л е н и я рассматриваемой системы.

С т а ц и о н а р н о й в е к т о р - ф у н к ц и е й в о с с т а н о в и м о с т и живучей однородной УВС назовем

$$\vec{U}^*(t) = \{U_k^*(t)\}, \quad k \in E_1, \tag{8}$$

де

$$U_k^*(t) = 1 - P\{\Omega^*(\tau) < \Omega^*\},$$

а τ - любой момент времени, принадлежащий $[0,t]$.

Заметим, что для невосстанавливаемых систем из определенных выше количественных характеристик надежности имеют смысл только $N(t)$, $\vec{S}(t) = \vec{R}(t)$, $\vec{T} = \vec{\theta}$ (при $T^0 = +\infty$).

Функция живучести однородной УВС и функция занятости восстанавливающей системы могут быть рассчитаны при помощи метода динамики средних, используемого при исследовании операций [7],[8]. Остальные количественные характеристики надежности живучих однородных УВС расчитываются с помощью методов, которые используются в математической теории массового обслуживания [2,3,6,8].

Рассмотрим примеры живучих однородных УВС.

I. Пусть дана система типа "Минск-222"[9]. Функция живучести (I) и функция занятости (2) для рассматриваемой системы представлены на рис. I. Кроме того, здесь нанесена функция живучести невосстанавливаемой системы. $\sigma = \frac{m}{N}$.

2. Имеется невосстанавливаемая система "Минск-222",у которой N = I6, n= 3. Вектор-функция готовности (3) данной системы изображена на рис. 2; s_i, $i \in \{3,4,\ldots, 16\}$, является i -той координатой вектор-функции готовности.Здесь же нанесены значения безразмерной величины λt и соответствующие им значения координат s_i, $i \in \{3,4,\ldots, 16\}$; λ- интенсивность потока отказов в элементарной машине. Последнее позволяет определить вектор-функцию готовности для любой системы, у которой известно значение λ.

3. Дана УВС типа "Минск-222"; N = I00, n = 66. Вектор-коэффициент готовности (4) для различных значений m рассматриваемой УВС представлен на рис. 3.

4. Имеется однородная УВС, N = I000, m = I, μ = I ^{1}/час. Для λ = 0,00I ^{1}/час и n = 900 вектор среднего времени безотказной работы (5) изображен на рис. 4. На этом же рисунке для λ = 0,000I ^{1}/час, n = 990 и λ = 0,00002 ^{1}/час, n = 993 нанесены координаты вектора

$$\lg \vec{\theta} = \{\lg \theta_k\}, \quad k \in E_1 .$$

5. Стационарная вектор-функция надежности (6) системы типа "Минск-222", у которой N = I00, n= 90, m = I0, представ-

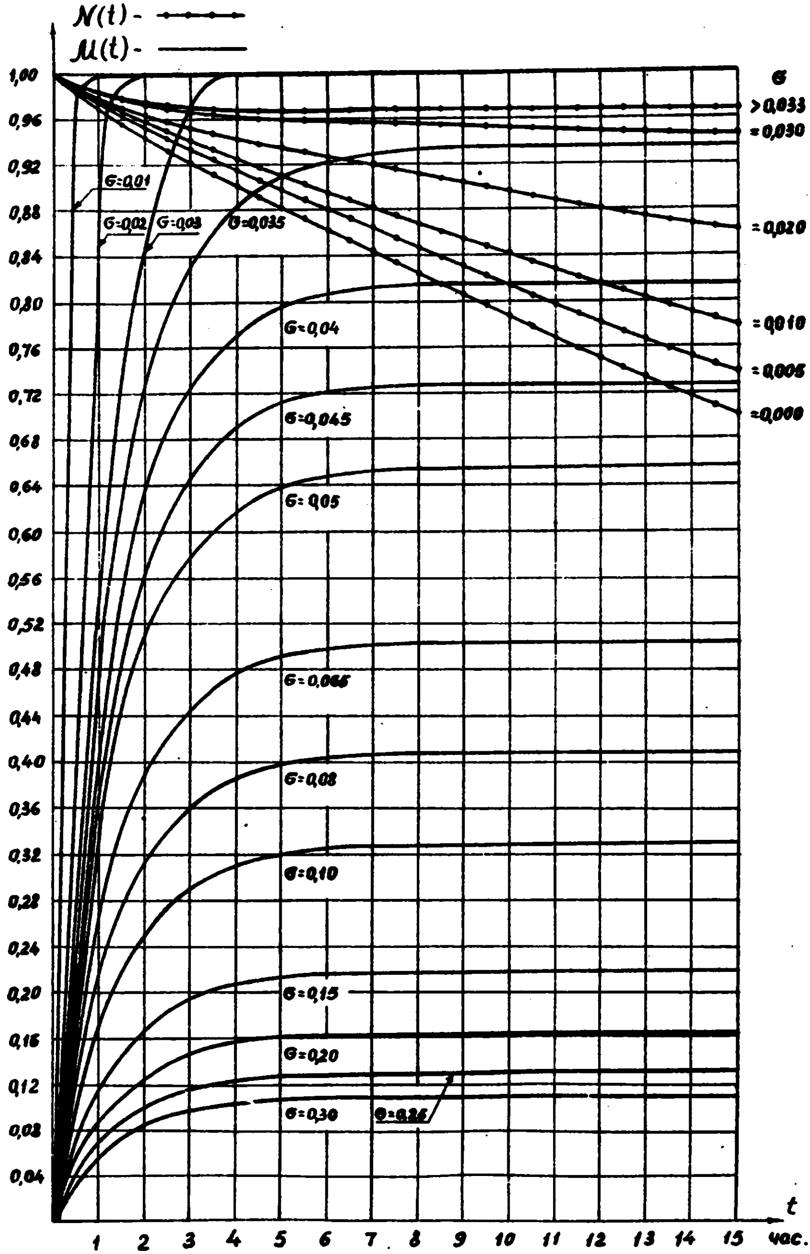
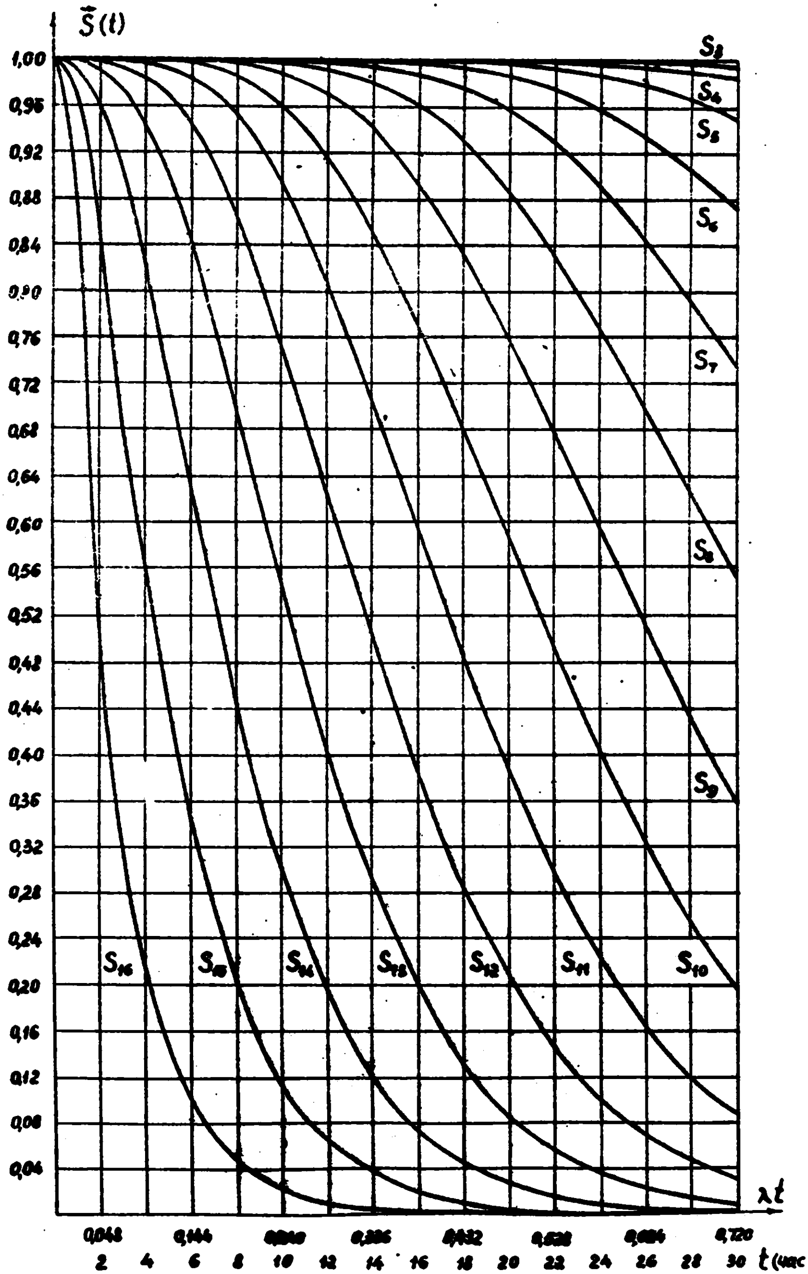

N(t) -
M(t) -
1,00
0,96
0,92
0,88
0,84
0,80
0,76
0,72
0,68
0,64
0,60
0,56
0,52
0,48
0,44
0,40
0,36
0,32
0,28
0,24
0,20
0,16
0,12
0,08
0,04
σ=0,01
σ=0,02
σ=0,03
σ=0,035
σ=0,04
σ=0,045
σ=0,05
σ=0,065
σ=0,08
σ=0,10
σ=0,15
σ=0,20
σ=0,30
σ=0,25
σ
>0,033
=0,030
=0,020
=0,010
=0,005
=0,000
t
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 час.

Рис. 1.



$\tilde{S}(t)$
1,00
0,96
0,92
0,88
0,84
0,80
0,76
0,72
0,68
0,64
0,60
0,56
0,52
0,48
0,44
0,40
0,36
0,32
0,28
0,24
0,20
0,16
0,12
0,08
0,04
S_3
S_4
S_5
S_6
S_7
S_8
S_9
S_{10}
S_{11}
S_{12}
S_{13}
S_{14}
S_{15}
S_{16}
λt
0,048
0,144
0,336
0,432
0,528
0,720
2 4 6 8 10 12 14 16 18 20 22 24 26 28 30
t (час

Рис. 2.

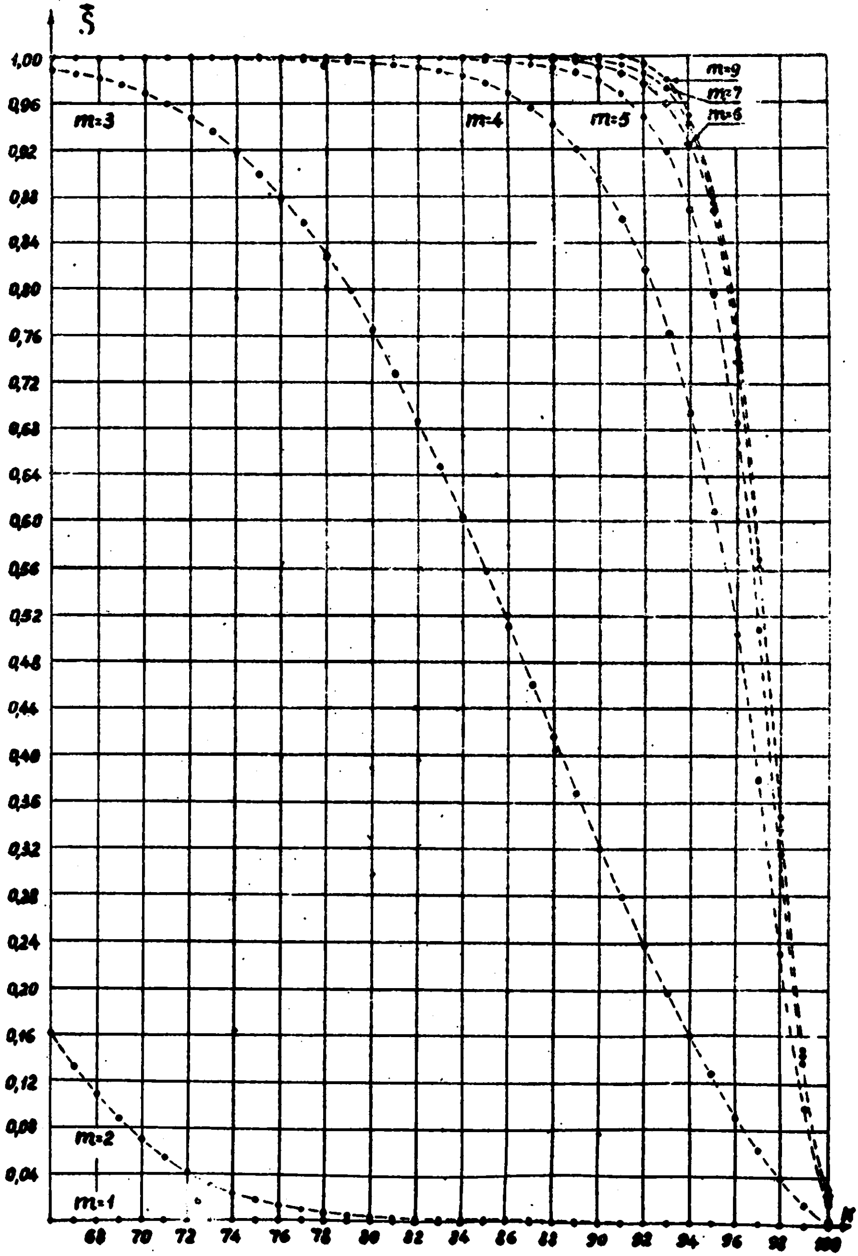

ξ
1,00
0,96
0,92
0,88
0,84
0,80
0,76
0,72
0,68
0,64
0,60
0,56
0,52
0,48
0,44
0,40
0,36
0,32
0,28
0,24
0,20
0,16
0,12
0,08
0,04
m=3
m=4
m=5
m=9
m=7
m=6
m=2
m=1
68
70
72
74
76
78
80
82
84
86
88
90
92
94
96
98
100
N

Рис. 3.

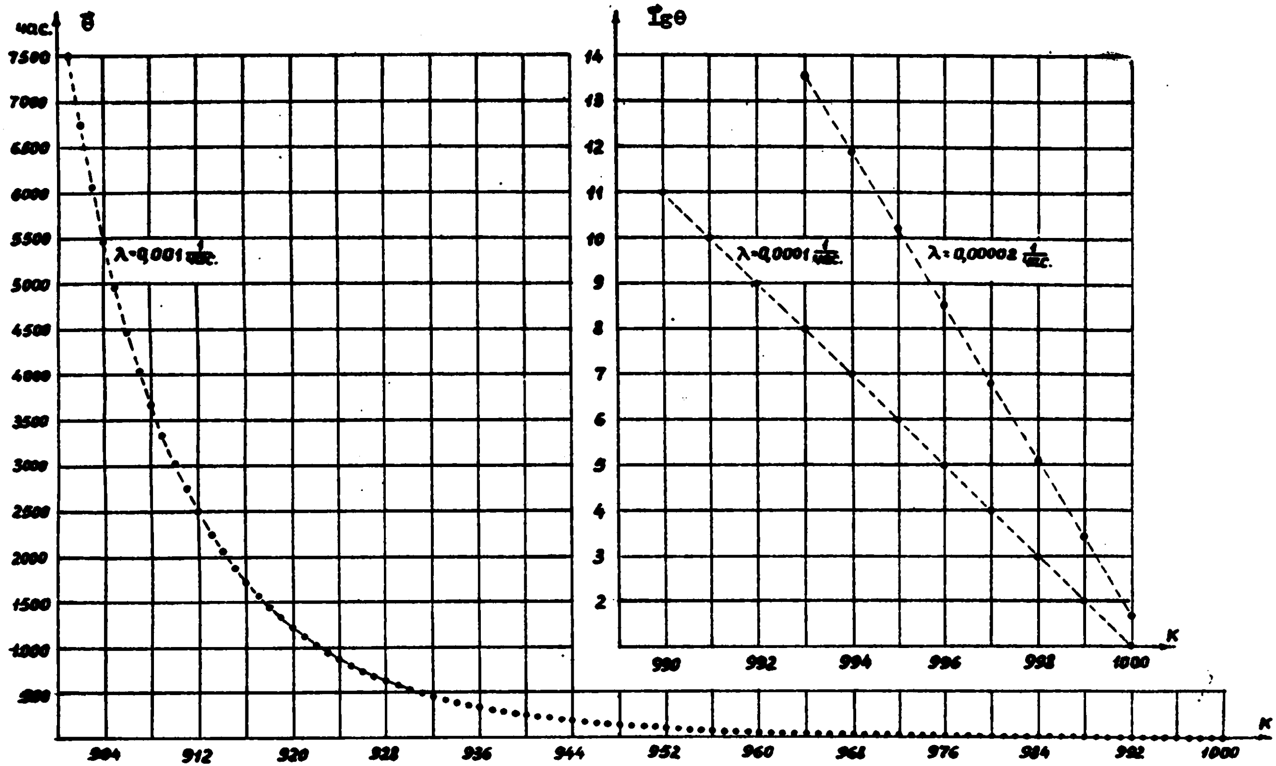

час.
θ
7500
7000
6500
6000
5500
5000
4500
4000
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
λ=0,001 1/час.
lgθ
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
λ=0,0001 1/час.
λ=0,00002 1/час.
990
992
994
996
998
1000
K
904
912
920
928
936
944
952
960
968
976
984
992
1000
K

Рис. 4.

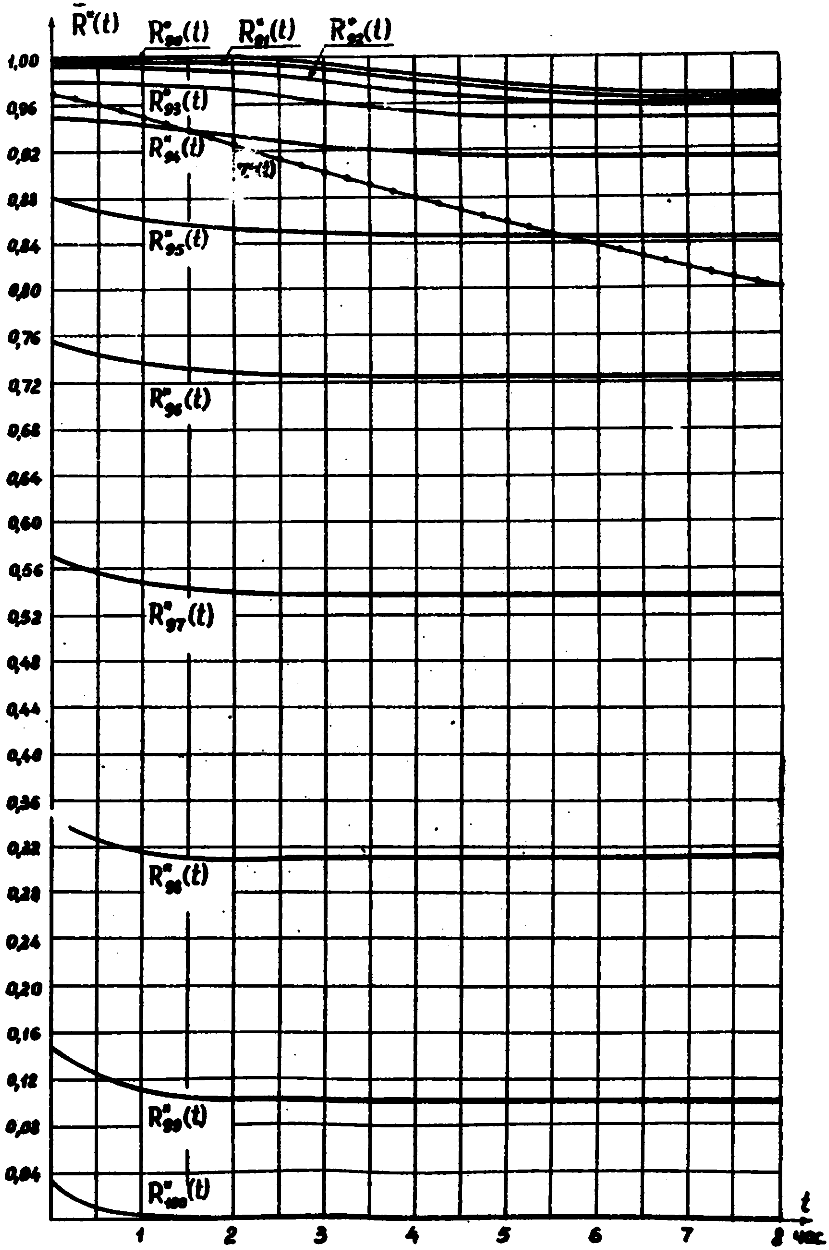
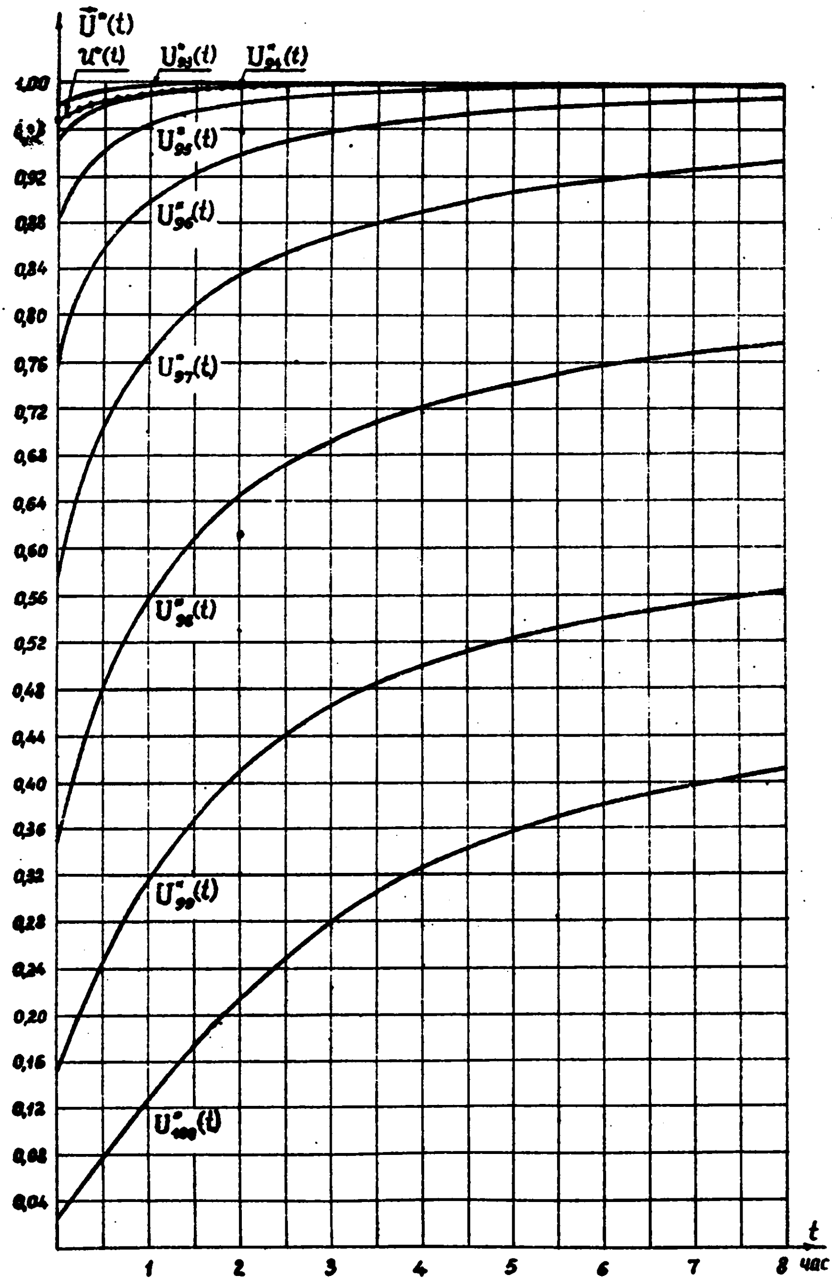

$\bar{R}''(t)$
$R''_{90}(t)$
$R''_{91}(t)$
$R''_{92}(t)$
$R''_{93}(t)$
$R''_{94}(t)$
$R''_{95}(t)$
$R''_{96}(t)$
$R''_{97}(t)$
$R''_{98}(t)$
$R''_{99}(t)$
$R''_{100}(t)$
1,00
0,96
0,92
0,88
0,84
0,80
0,76
0,72
0,68
0,64
0,60
0,56
0,52
0,48
0,44
0,40
0,36
0,32
0,28
0,24
0,20
0,16
0,12
0,08
0,04
1
2
3
4
5
6
7
8 час
t

Рис. 5.



U*(t)
u*(t)
U*93(t)
U*94(t)
U*95(t)
U*96(t)
U*97(t)
U*98(t)
U*99(t)
U*100(t)
1,00
0,92
0,88
0,84
0,80
0,76
0,72
0,68
0,64
0,60
0,56
0,52
0,48
0,44
0,40
0,36
0,32
0,28
0,24
0,20
0,16
0,12
0,08
0,04
1
2
3
4
5
6
7
8
t
час

Рис. 6.

лена на рис. 5. Здесь же нанесены значения стационарной функции надежности $r^*(t)$ элементарной машины. Кроме того, из рис. 5 можно определить значения координат вектор-коэффициента надежности (7) этой системы.

6. На рис. 6 изображена стационарная вектор-функция восстановимости (8) системы типа "Минск-222"; $N = 100$, $n = 93$, $m = 10$. На этом же рисунке нанесены значения стационарной функции восстановимости $u^*(t)$ элементарной машины.

Приведенные результаты позволяют сделать вывод: однородные универсальные вычислительные системы высокой производительности и высокой надежности могут быть синтезированы на базе существующих электронных вычислительных машин.

Литература

1. Э.В. Евреинов, Ю.Г. Косарев. Однородные универсальные вычислительные системы высокой производительности. Новосибирск, Изд-во "Наука", Сибирское отделение, 1966.
2. Б.В. Гнеденко, Ю.К. Беляев, А.Д. Соловьев. Математические методы в теории надежности. М., Изд-во "Наука", 1965.
3. Дж. Сандлер. Техника надежности систем. М., Изд-во "Наука", 1966.
4. В.Г. Хорошевский. Некоторые вопросы анализа и синтеза однородных универсальных вычислительных систем с избыточностью.-Изв. АН СССР, Техническая кибернетика, в печати.
5. Н.А. Шишонок, В.Ф. Репкин, Л.Л. Барвинский. Основы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной техники. М., Изд-во "Сов. радио", 1964.
6. А. Кофман. Методы и модели исследования операций. М., Изд-во "Мир", 1966.
7. Е.С. Вентцель. Введение в исследование операций. М., Изд-во "Сов. радио", 1964.
8. В.Г. Хорошевский. Живучие однородные универсальные вычислительные системы. - Вычислительные системы, Но-

восибирск, Изд-во "Наука", Сибирское отделение, в печати.

9. Э.В. Евреинов, Г.П. Лопато. Универсальная вычислительная система "Минск-222". - Вычислительные системы, Новосибирск, Изд-во "Наука", Сибирское отделение, 1966, вып. 23, стр. 13-20.