УДК 513.88

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ ФУНКЦИОНАЛЬНОГО АНАЛИЗА, СВЯЗАННОЙ С ОБЩЕЙ ТЕОРИЕЙ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

С.И. Жданов

Ряд задач общей теории линейных систем, таких, как, например, задача существования оптимального (в некотором смысле) управления, сводится к проблеме отыскания такого элемента x из заданного множества $\mathfrak{A}$, на котором некоторый определенный на $\mathfrak{A}$ функционал f получает экстремальное значение [1]. Она всегда разрешима, если $\mathfrak{A}$ компактно в некоторой топологии t, а функционал f непрерывен.

В связи с этим большое значение имеет задача получения различных критериев компактности множеств. Отметим, что наличие в топологическом векторном пространстве нескольких критериев компактности дает возможность в каждом конкретном случае выбрать наиболее удобный для использования.

Мы приведем два критерия компактности множеств в топологических векторных полуупорядоченных пространствах (терминология полуупорядоченных пространств взята из [2] и [3]). Первый критерий справедлив в пространствах, в которых топология определенным образом связана с топологией в булевой алгебре проекторов, второй критерий относится к полуупорядоченным пространствам, наделенным слабой топологией.

Пусть X – векторное пространство, $[V]$ – фильтр в X, обладающий свойством:*)

$$(*)\quad \forall\, V\in[V],\quad \exists\, V'\in\widehat{[V]}:\ V'+V'\subset V.$$

*) Ниже через $\widehat{[V]}$ обозначаем базис фильтра $[V]$.

Пусть E - некоторое множество линейных эндоморфизмов над X ; $[W]$ - фильтр в E .

ОПРЕДЕЛЕНИЕ I. Фильтр $[G]\subset X$ назовем согласованным с $[W]$, если

I. $PG\subset[\widehat{G}]$, $\forall P\in E$ и $\forall G\in[\widehat{G}]$;

2. $\forall x\in X$ и $\forall G\in[\widehat{G}]$ $\exists W_G^x\subset[W]$ такое, что $Px\in G$, $\forall P\in W_G^x$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Множество $\mathfrak{A}\subset X$ назовем $[V]$ -предкомпактным, если для любого $V\in[V]$ найдется конечное множество $\{x_i\}$, $i=1,2,\ldots,n$, такое, что $\forall x\in\mathfrak{A}$ $\exists x'\in\{x_i\}: x-x'\in V$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. Множество $\mathfrak{A}\subset X$ назовем ($[V]$,$[W]$)-ограниченным, если $\forall V\in[V]$, $\exists W_V\in[W]$ такое, что $Px\in V$, $\forall P\in W_V$ и $\forall x\in\mathfrak{A}$.

Пусть фильтр $[V]$ согласован с $[W]$. Имеет место

ПРЕДЛОЖЕНИЕ I. Если множество $\mathfrak{A}\subset X$ является $[W]$ -предкомпактным, то оно ($[V]$, $[W]$)-ограничено.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $V\in[V]$ - произвольное множество. В силу $[V]$ -предкомпактности и свойства $(*)$, найдется конечное множество $\{x_i\}$, $i=1,2,\ldots,n$, и $V'\in[V]$ такие, что для любого $x\in\mathfrak{A}$ $\exists x'\in\{x_i\}: x-x'\in\mathfrak{A}$. Так как фильтр $[V]$ согласован с $[W]$, то найдется конечное число множеств $W_i\in[W]$, $i=1,2,\ldots,n$, таких, что $Px_i\in V'$ $\forall P\in W_i$, $x_i\in\{x_i\}$, $i=1,2,\ldots,n$. Из того, что $[W]$ - фильтр, следует существование множества $W_0\in[W]$ такого, что $W_0\subset W_i$, $i=1,2,\ldots,n$. Тогда $Px_i\in V'$, $\forall P\in W_0$, $x_i\in\{x_i\}$, $i=1,2,\ldots,n$.

Пусть $P\in W_0$. Для всех $x\in\mathfrak{A}$, $x'\in\{x_i\}$,

$$Px=Px-Px'+Px'=P(x-x')+Px'.$$

Так как $P(x-x')\in V$ (по определению согласованности фильтра $[V]$ с $[W]$), $Px'\in V'$, то $Px\in V$. Таким образом, для $V\in[V]$ нашлось множество $W_0\in[W]$ такое, что $Px\in V$, $\forall x\in\mathfrak{A}$, $\forall P\in W_0$. Следовательно, множество $\mathfrak{A}$ ($[V]$ $[W]$)-ограничено.

Пусть X - K-пространство с единицей x_0, X_{max}- его максимальное расширение, $B(X)$ - булева алгебра единичных элементов с заданной топологией t_B, удовлетворяющей следующему условию: если сеть[*] $\{e_\alpha\} \subset B(X)$ такова, что $e_\alpha \xrightarrow{(o)} e$, то $\{e_\alpha\}$ сходится к e в топологии t_B. За E примем множество проекторов на компоненты, порожденные единичными элементами. Тогда $B(X)$ и E изоморфны; в X_{max} можно ввести операцию умножения $x_1 \circ x_2$ так, что изоморфизм будет выражаться равенством $Px = e \circ x$.

Будем говорить, что фильтр $[G] \subset X$ обладает свойством $(**)$, если он имеет базис, состоящий из (o) -выпуклых множеств (множество $\mathfrak{A}$ называется (o)-выпуклым, если из того, что $x \in \mathfrak{A}$ и $|x_1| \le |x|$, следует $x_1 \in \mathfrak{A}$; если $\mathfrak{A}$ (o)-выпукло, то

$$x_+ \in \mathfrak{A}, \; x_- \in \mathfrak{A}, \; |x| \in \mathfrak{A} \quad \forall x \in \mathfrak{A}).$$

Будем говорить, что фильтр $[G] \subset X$ обладает свойством $(***)$, если для любого элемента $x \in X$ вида $x = \gamma \cdot e$, $e \in B(X)$, $0 \le \gamma \in R_1$, и любого множества $G \in [G]$ найдется $\varepsilon > 0$ такое, что $\varepsilon' x \in G$, $\forall \varepsilon' \le \varepsilon$.

Введем понятие Φ -сходимости сети относительно фильтра. Пусть $\hat{x} \in X$ - некоторый фиксированный элемент, $[G] \subset X$ - заданный фильтр. Будем говорить, что сеть $\{x_\alpha\}$ Φ-сходится к $\hat{x}$ относительно $[G]$, если для любого $G \in [G]$ $\exists \alpha_G : \hat{x} - x_\alpha \in G$ $\forall \alpha \ge \alpha_G$. Сеть $\{x_\alpha\}$ назовем (z) -сходящейся к x, если $\{x_\alpha\}$ сходится к x звездно по отношению к сходимости с регулятором в X_{max}.

Примем за $[W]$ фильтр окрестности нуля топологии t_B. Пусть имеющий свойства $(*)$ и $(**)$ фильтр $[V] \subset X$ является $[W]$ -согласованным и имеет свойство $(****)$: если сеть $\{x_\alpha\}$ Φ-сходится к $\hat{x}$, то $\{x_\alpha\}$ (z)- сходится к $\hat{x}$.
При этих предположениях имеет место

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2. Сеть $\{x_\alpha\} \subset X$ Φ-сходится к $\hat{x}$ относительно $[V]$ тогда и только тогда, когда она (z) -сходится к $\hat{x}$ и $([V], [W])$- ограничена.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. <u>Необходимость</u>. Пусть сеть $\{x_\alpha\}$ Φ-сходится к $\hat{x}$ относительно $[V]$. Тогда она (z) - сходится к $\hat{x}$ по $(****)$-свойству фильтра $[V]$. Предположим, что $\{x_\alpha\}$

[*]) Определение сети см. в [4].

не является ($[V]$, $[W]$)-ограниченной. Найдется $x'\in\{x_\alpha\}$ и множество $V'\in[\hat V]$ такое, что любой окрестности нуля $W\in[W]$ $e\circ|x'-\hat x|\bar\in V$ $\forall e\in W$. Это противоречит $[W]$ - согласованности фильтра $[V]$.

<u>Достаточность</u>. Пусть $\{x_\alpha\}$ - сеть, ($[V]$, $[W]$) -ограниченная и (z) -сходящаяся к $\hat x$. По определению, существует $\bar x\in X_{max}$ такой, что некоторая подсеть $\{x_{\alpha_\beta}\}$ сходится к $\hat x$ с регулятором $\bar x$: $\forall\varepsilon>0\ \exists\beta_\varepsilon: |\hat x_{\alpha_\beta}|\le\varepsilon\cdot\bar x$ $\forall\beta\ge\beta_\varepsilon$, $\{\hat x_{\alpha_\beta}\}=\{\hat x-x_{\alpha_\beta}\}$.

Пусть V - произвольное множество, принадлежащее фильтру $[V]$. По $(*)$ -свойству, $\exists V'\in[V]$ такое, что $V'+V'\subset V$. В силу ($[V]$, $[W]$)-ограниченности сети $\{x_\alpha\}$ найдется окрестность нуля $W_{V'}$ топологии t_B такая, что

$$e\circ|\hat x_\alpha|\in V' \qquad (1)$$

для всех $e\in W_{V'}$ и всех α .

Рассмотрим характеристику элемента $\bar x$: $e_\lambda^{\bar x}=\{e\in B(X), e\circ\bar x<\lambda e; (x_0-e)\circ x>\lambda(x_0-e)\}$. Отметим, что $\sup\limits_\lambda e_\lambda^{\bar x}=x_0$. Так как $e_\lambda^{\bar x}\le x_0$ $\forall\lambda$, то $x_0-e_\lambda^{\bar x}\in B(X)$ и $x_0-e_\lambda^{\bar x}\xrightarrow{(0)}\theta$ при $\lambda\to\infty$. Из свойства топологии t_B следует, что для любой окрестности нуля W топологии t_B найдется λ_W такое, что

$$x_0-e_\lambda^{\bar x}\in W, \qquad (2)$$

$\forall\lambda\ge\lambda_W$.

Пусть за эту окрестность принята $W_{V'}$. По определению характеристики, $e_{\lambda_W}^{\bar x}\circ\bar x<\lambda_W\cdot e_{\lambda_W}^{\bar x}$ и для любого $\varepsilon>0$ $\varepsilon\cdot e_{\lambda_W}^{\bar x}\circ\bar x<\varepsilon\cdot\lambda_W\cdot e_{\lambda_W}^{\bar x}$. Так как в K -пространстве умножение на положительный элемент сохраняет неравенства, то, возвращаясь к подсети $\{\hat x_{\alpha_\beta}\}$, имеем:

$$e_\lambda^{\bar x}\circ|\hat x_{\alpha_\beta}|\le\varepsilon\cdot e_{\lambda_W}^{\bar x}\circ\bar x<\varepsilon\ \lambda_W\cdot e_{\lambda_W}^{\bar x},\quad \forall\beta\ge\beta_\varepsilon .$$

По $(***)$ -свойству, найдется $\varepsilon''>0$ такой, что

$$\varepsilon'\cdot\lambda_W\cdot e_{\lambda_W}^{\bar x}\in V',\qquad \forall\varepsilon'\le\varepsilon'' . \qquad (3)$$

Тогда, в силу (0) -выпуклости множества V' и из (3), следует

$$e_{\lambda_W}^{\bar x}\circ|\hat x_{\alpha_\beta}|\in V',\qquad \forall\beta\ge\beta_{\varepsilon''} . \qquad (4)$$

Любой элемент $|x|\in X$ можно представить в виде $|x|=e\circ|x|+(x_0-e)\circ|x|$. Следовательно, для любого элемента подсети $\{x_{\alpha_\beta}\}$

$$|\hat{x}_{\alpha_\beta}| = e^{\mathfrak{X}}_{\lambda_W} \circ |\hat{x}_{\alpha_\beta}| + (x_0 - e^{\mathfrak{X}}_{\lambda_W}) \circ |\hat{x}_{\alpha_\beta}|.$$

В силу (2) и (I), $(x_0 - e^{\mathfrak{X}}_{\lambda_W}) \circ |\hat{x}_{\alpha_\beta}| \in V' \;\; \forall \beta$. Используя (4) и (*) -свойство фильтра $[V]$, имеем

$$|\hat{x} - x_{\alpha_\beta}| = |\hat{x}_{\alpha_\beta}| = e^{\mathfrak{X}}_{\lambda_W} \circ |\hat{x}_{\alpha_\beta}| + (x_0 - e^{\mathfrak{X}}_{\lambda_W}) \circ |\hat{x}_{\alpha_\beta}| \in V' + V' \subset V$$

для всех $\beta \geq \beta_{\varepsilon''}$. Таким образом, подсеть $\{x_{\alpha_\beta}\}$ Φ -сходится к $\hat{x}$ относительно $[V]$.

Мы установили следующий факт: для сети $\{x_\alpha\}$, $([V],[W])$-ограниченной и $(з)$ -сходящейся к $\hat{x}$, найдется подсеть $\{x_{\alpha_\beta}\}$, Φ -сходящаяся к $\hat{x}$ относительно $[V]$.

Предположим, что сеть $\{x_\alpha\}$ не является Φ -сходящейся к $\hat{x}$ относительно $[V]$. Тогда существует подсеть $\{x_{\alpha_\gamma}\}$ и множество $V \in [V]$ такое, что $\forall \gamma$

$$\hat{x} - x_{\alpha_\gamma} \,\bar{\in}\, V. \tag{5}$$

Так как $\{x_{\alpha_\gamma}\}$ $(з)$ -сходится к $\hat{x}$ и $([V],[W])$-ограничена, для нее существует подсеть $\{x_{\alpha_{\gamma_\beta}}\}$, Φ -сходящаяся к $\hat{x}$, что противоречит (5). Таким образом, $\{x_\alpha\}$ Φ -сходится к $\hat{x}$ относительно $[V]$. Предложение доказано.

Пусть в X введена хаусдорфова локально-выпуклая топология t_X, фильтр $[V]$ окрестности нуля которой является $[W]$ согласованным и удовлетворяет условиям (**) и(****); за элемент $\hat{x}$ примем θ; Φ -сходимость сети $\{x_\alpha\}$ к $\hat{x}$ относительно $[V]$ есть сходимость к θ в топологии t_X.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 3. Для того, чтобы множество $\mathfrak{A} \subset X$ было компактным в топологии t_X, необходимо и достаточно, чтобы $\mathfrak{A}$ было компактным относительно $(з)$ -сходимости и $([V],[W])$ - ограниченным.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. <u>Необходимость</u>. Пусть $\mathfrak{A}$ компактно в топологии t_X. Тогда оно (по свойству(****)) является компактным относительно $(з)$ -сходимости. Далее, $\mathfrak{A}$ предкомпактно в топологии t_X (т.е. $[V]$ -предкомпактно) и, по предложению I, $([V],[W])$-ограничено.

<u>Достаточность</u> условий немедленно следует из предложения 2.

Пусть (Ω, μ) - пространство с положительной непрерывной конечной мерой, $X \sim L_p(\Omega,\mu)$, $1 \leq p < \infty$, $X_{max} \sim S(\Omega,\mu)$-

пространство μ -измеримых функций; в $S(\Omega,\mu)$ сходимость с регулятором совпадает с (o) -сходимостью, а (z) -сходимость есть сходимость по мере ([2], стр. 186, 178, 80).

Тогда понятия ([V],[W])-ограниченного множества и множества, имеющего равностепенно абсолютно непрерывные нормы ([5], стр. 13) совпадают (t_B - топология, определяемая на $B(X)$ мерой μ). Следовательно, предложение 3 является обобщением критерия компактности множеств для $L_p(\Omega,\mu)$, $1<p<\infty$, ([5], стр. 14).

Пусть X - K -линеал с достаточным числом вполне линейных функционалов, $X^\times$ - пространство вполне линейных функционалов над X . Пространства X и $X^\times$ образуют дуальную пару, отделимую по $X^\times$. Мы будем рассматривать $\sigma(X, X^\times)$-компактность множеств в X , предполагая, что конус положительных элементов $X_+ \subset X$ замкнут в $\sigma(X,X^\times)$ -топологии.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 4. Пусть $\mathfrak{A}\subset X$ (o)- выпуклое множество, компактное в какой-либо топологии t , согласующейся с двойственностью между X и $X^\times$. Тогда для любой сети $\{x_\alpha^\times\}\subset X^\times$, $x_\alpha^\times \xrightarrow{(o)} \theta$, $\langle |x_\alpha^\times|, |x| \rangle \longrightarrow 0$ равномерно относительно $x\in\mathfrak{A}$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Предположим сначала, что $\mathfrak{A}\subset X_+$. Для любой сети $\{x_\alpha^\times\}\subset X_+^\times, x_\alpha^\times\downarrow\theta$, определим функции $f_\alpha(x)=\langle x_\alpha^\times, x\rangle$. Тогда для любого $x\in\mathfrak{A}$ $f_\alpha(x)\downarrow 0$. По теореме Дини ([6], стр. 314) $\forall\varepsilon>0$, $\exists\alpha_\varepsilon : f_\alpha(x)\le\varepsilon$, $\forall x\in\mathfrak{A}$, $\forall\alpha\ge\alpha_\varepsilon$, т.е. сходимость равномерная.

Пусть $\mathfrak{A}\subset X$ -произвольное (o) -выпуклое t -компактное множество, $\{x_\alpha^\times\}\subset X^\times$ - произвольная сеть, (o) -сходящаяся к θ , т.е. $|x_\alpha^\times|\le \hat{x}_\alpha^\times\downarrow\theta$.

Так как топология t согласуется с двойственностью и $\sigma(X,X^\times)$-замкнутое множество X_+ является выпуклым, то оно t -замкнуто ([7], стр.55). Следовательно, $\mathfrak{A}\cap X_+$ также t -замкнуто и t -компактно.

В силу (o) -выпуклости $\mathfrak{A}$ для любого $x\in\mathfrak{A}$ $|x|\in\mathfrak{A}\cap X_+$. Тогда $\langle|x_\alpha^\times|,|x|\rangle\le\langle\hat{x}_\alpha^\times,|x|\rangle\le\varepsilon$, $\forall x\in\mathfrak{A}$ при $\alpha\ge\alpha_\varepsilon$ (по доказанному). Следовательно, сходимость равномерная. Предложение доказано.

Пусть $\mathfrak{X}$ — K -пространство, рефлексивное по Накано[ж)].

ПРЕДЛОЖЕНИЕ 5. Пусть $\mathfrak{A} \subset \mathfrak{X}$ - множество, ограниченное в $\sigma(\mathfrak{X}, \mathfrak{X}^{\times})$ - топологии и такое, что для любой сети $\{x_{\alpha}^{\times}\} \subset \mathfrak{X}^{\times}$, $x_{\alpha}^{\times} \xrightarrow{(o)} \theta$, $\langle |x_{\alpha}^{\times}|, |x| \rangle \longrightarrow 0$ равномерно относительно $x \in \mathfrak{A}$. Тогда множество $\mathfrak{A}$ относительно компактно в $\sigma(\mathfrak{X}, \mathfrak{X}^{\times})$ - топологии.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Пусть $\varkappa$ - оператор естественного вложения[жж)] $\mathfrak{X}$ в $(\mathfrak{X}^{\times})^{*}$. Тогда замыкание $\overline{\varkappa \mathfrak{A}}$ в топологии $\sigma((\mathfrak{X}^{\times})^{*}, \mathfrak{X}^{\times})$ является $\sigma((\mathfrak{X}^{\times})^{*}, \mathfrak{X}^{\times})$-компактным. Покажем, что для любого $\hat{x} \in \overline{\varkappa \mathfrak{A}}$ найдется такой $x \in \mathfrak{X}$, что $\varkappa x = \hat{x}$.

Пусть $\hat{x} \in \overline{\varkappa \mathfrak{A}}$, $\{x_{\alpha}^{\times}\} \subset \mathfrak{X}^{\times}$, $x_{\alpha}^{\times} \longrightarrow \theta$. Для любого $\varepsilon > 0$ и α' найдется $x(\varepsilon, \alpha') \in \mathfrak{A}$ такой, что $|\langle \hat{x} - \varkappa x(\varepsilon, \alpha'), x_{\alpha'}^{\times} \rangle| \leq \varepsilon$.
Тогда $\forall \alpha \geqslant \alpha_{\varepsilon}$, $(\alpha_{\varepsilon} : \langle |x_{\alpha_{\varepsilon}}^{\times}|, |x| \rangle \leqslant \varepsilon \quad \forall x \in \mathfrak{A})$,

$$|\langle \hat{x}, x_{\alpha}^{\times} \rangle| \leqslant |\langle \hat{x} - \varkappa x(\varepsilon, \alpha), x_{\alpha}^{\times} \rangle| + |\langle \varkappa x(\varepsilon, \alpha), x_{\alpha}^{\times} \rangle| \leq$$
$$\leq |\langle \hat{x} - \varkappa x(\varepsilon, \alpha), x_{\alpha}^{\times} \rangle| + \langle |x_{\alpha}^{\times}|, |x(\varepsilon, \alpha)| \rangle \leqslant 2\varepsilon.$$

Таким образом, $|\langle \hat{x}, x_{\alpha}^{\times} \rangle| \leq 2\varepsilon$. В силу произвольности ε и сети $\{x_{\alpha}^{\times}\} \subset \mathfrak{X}^{\times}$, (o) -сходящейся к нулю, заключаем, что $\hat{x}$ есть вполне линейный функционал над $\mathfrak{X}^{\times}$, т.е. $\exists x \in \mathfrak{X}$ такое, что $\varkappa x = \hat{x}$. Следовательно, существует множество $\mathfrak{A}' \subset \mathfrak{X}$ такое, что $\varkappa \mathfrak{A}' = \overline{\varkappa \mathfrak{A}}$ и ясно, что $\overline{\mathfrak{A}} \subset \mathfrak{A}'$ ($\overline{\mathfrak{A}}$ - замыкание $\mathfrak{A}$ в $\sigma(\mathfrak{X}, \mathfrak{X}^{\times})$-топологии). По доказанному, $\mathfrak{A}'$ является относительно $\sigma(\mathfrak{X}, \mathfrak{X}^{\times})$ -компактным (т.к. $\sigma((\mathfrak{X}^{\times})^{*}, \mathfrak{X}^{\times})$ и $\sigma(\mathfrak{X}, \mathfrak{X}^{\times})$ совпадают на $\mathfrak{X}$). Следовательно, $\mathfrak{A}$ относительно $\sigma(\mathfrak{X}, \mathfrak{X}^{\times})$ компактно. Предложение доказано.

Из предложения 4 и предложения 5 вытекает следующий критерий относительной $\sigma(\mathfrak{X}, \mathfrak{X}^{\times})$-компактности (o) -выпуклых множеств в K -пространствах, рефлексивных по Накано.

Для того, чтобы множество $\mathfrak{A} \subset \mathfrak{X}$ было относительно компактным в $\sigma(\mathfrak{X}, \mathfrak{X}^{\times})$ -топологии, необходимо и достаточно выполнения следующих условий:

ж) Напомним [2], что рефлексивность по Накано означает совпадение $\mathfrak{X}$ с пространством вполне линейных функционалов над $\mathfrak{X}^{\times}$.

жж) Здесь через $(\mathfrak{X}^{\times})^{*}$ обозначено алгебраическое сопряженное к $\mathfrak{X}^{\times}$ пространство.

1) $\mathfrak{A}$ ограничено в $\sigma(X, X^{\times})$-топологии;

2) для любой сети $\{x^{\times}_{\alpha}\} \subset X^{\times}$, $x^{\times}_{\alpha} \xrightarrow{(o)} \theta$, $\langle |x^{\times}_{\alpha}|, |x| \rangle \to 0$ равномерно относительно $x \in \mathfrak{A}$.

Литература

1. ПОРТЕР У. Современные основания общей теории систем. М., "Наука", 1971.
2. ВУЛИХ Б.З. Введение в теорию полуупорядоченных пространств. М., Физматгиз, 1961.
3. КАНТОРОВИЧ Л.В., ВУЛИХ Б.З., ПИНСКЕР А.Г. Функциональный анализ в полуупорядоченных пространствах. М.-Л., Гостехиздат, 1950.
4. ЭДВАРДС Р. Функциональный анализ. М., "Мир", 1969.
5. КРАСНОСЕЛЬСКИЙ М.А., ЗАБРЕЙКО П.П., ПУСТЫЛЬНИК Е.И., СОБОЛЕВСКИЙ П.Е. Интегральные операторы в пространствах суммируемых функций. М., "Наука", 1966.
6. КЕЛЛИ Дж. Общая топология. М., "Наука", 1968.
7. РОБЕРТСОН А.П., РОБЕРТСОН В.Дж. Топологические векторные пространства. М., "Мир", 1967.

Поступила в ред.-изд. отд.
20. XI. 1971 г.