УДК 658.512.6.012.122.

О НЕКОТОРЫХ МОДЕЛЯХ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ ПРОМЫШЛЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

В.В.Титов

Формирование производственной программы промышленного предприятия является важным звеном технико-экономического планирования. Модели оптимизации производственной программы, как правило (см., например, [1], [2], [3]), отражают наиболее существенные стороны этой проблемы, хотя их практическая реализация и затруднена рядом причин. Некоторые из них и будут рассмотрены в данной заметке.

Рассмотрим следующую модель планирования производственной программы.

Максимизировать (минимизировать)

$$\sum_i a_{i1} x_i \ , \quad i=1,2,\ldots,M, \tag{1}$$

при условиях

$$\sum_i a_{ij} x_i \le A_j \ , \quad j=2,3,\ldots,n, \tag{2}$$

$$x_i \ge 0 , \tag{3}$$

где a_{i1} - коэффициенты целевой функции, a_{ij} - затраты производственного фактора j на выпуск одного изделия i, A_j - допустимый расход производственного фактора j в данном периоде планирования, x_i - искомый план выпуска изделия i.

Использование в практике планирования модели (1) - (3) может привести к диспропорции производства, т.е. к резкому структурному сдвигу выпускаемой продукции. В модели (1)-(3) не учитывается ассортиментная комплектность выпускаемых изделий. Частично это условие можно учесть ограничением вида

$$\underline{b}_i \le x_i \le \overline{b}_i \quad , \tag{4}$$

где $\underline{b}_i$ и $\overline{b}_i$ – соответственно нижний и верхний пределы выпуска изделия i. Например, значения $\underline{b}_i$ могут отражать достигнутый уровень производства в предыдущем плановом периоде, $\overline{b}_i$ – спрос на продукцию предприятия. Если все изделия предприятия отличаются технологией производства и конструктивной особенностью, то, как правило, только частично технологический процесс всех изделий совпадает (например, в кузнечно-прессовом цехе). Поэтому рост объема производства какого-то одного изделия мало скажется на выпуске других изделий. В этом случае модель (I)-(4) вполне приемлема для ее практической реализации. Если среди выпускаемых изделий есть группы однотипных, имеющие конструктивную общность и почти одинаковую технологию производства, то в условиях ненасыщенного спроса использование даже модели (I)-(4) может привести к резкому структурному сдвигу выпуска изделий внутри групп. Однако предприятие составляет производственную программу и фактически выпускает продукцию, учитывая структурные соотношения спроса (в противном случае это потребует покупатель), хотя и с некоторым отклонением от него. Изучение спроса и фактического выпуска за предыдущие периоды поможет определить средний допустимый процент отклонений в каждой группе изделий.

Строгое выполнение ассортиментных соотношений спроса на продукцию приводит к неполной загрузке оборудования, т.к. в большинстве случаев существует диспропорция между мощностями отдельных групп оборудования при заданном ассортименте (который быстро изменяется) выпуска продукции.

Разобьем все изделия на R групп. В первую группу отнесем изделия, для которых не требуется выполнение ассортиментных соотношений между ними (конструктивно различные изделия). Для всех остальных групп однотипных изделий заданы числа P_{ir}, $i=1,2,\dots,M$, $r=2,\dots,R$, определяющие ассортиментное соотношение спроса и допустимые отклонения α_r выпуска изделий в группе r от заданных соотношений.

Обозначим через x_{ir} объем выпуска изделия i из группы r, на который наложено условие ассортиментной комплектности, а через y_{ir} обозначим дополнительный некомплектный объем выпуска изделия i из группы r.

Исходя из условий, изложенных выше, модель формирования оптимальной производственной программы может быть представлена следующим образом.

Максимизировать (минимизировать)

$$\sum_{i,r} a_{i1}(x_{ir}+y_{ir}),\quad i=1,2,\dots,M,\ r=1,2,\dots,R, \tag{5}$$

при условиях:

$$\sum_{i,r} a_{ir}(x_{ir}+y_{ir})\le A_j\,,\quad j=2,3,\dots,n, \tag{6}$$

$$\left.\begin{aligned} &x_{ir}-z_r P_{ir}=0 \quad (7)\\ &y_{ir}-\alpha_r x_{ir}\le 0 \quad (8)\end{aligned}\right\} r=2,3,\dots,R,\ i=1,2,\dots,M,$$

$$\underline{b}_i\le x_{ir}\le \overline{b}_i\,,\quad r=1, \tag{9}$$

$$z_r\,,x_{ir}\,,y_{ir}\ge 0\,, \tag{10}$$

где z_r - количество подлежащих выпуску полных комплектов изделий группы r.

Задача (5) - (10) имеет блочно-диагональную структуру матрицы исходной информации, и поэтому для ее решения использовалась программа [4].

Экономико-математический анализ решения задачи (5) - (10) с помощью двойственных оценок (см. [5], [6]) укажет, какие изделия наиболее всего соответствуют производственной структуре данного предприятия.

Неотделимой частью оптимизации производственной программы предприятия является ее распределение по планируемым периодам. Предположим, что необходимо распределить производственную программу квартала b_i, $i=1,2,\dots,M$, по месяцам μ, $\mu=1,2,3$, т.е. определить значения x_i^μ, $\sum_\mu x_i^\mu=b_i$. Одним из основных критериев оптимальности в этой задаче является равномерная загрузка оборудования по месяцам, т.е. минимизируется суммарное отклонение загрузки относительно среднемесячной:

$$\sum_{\mu,j}\Big|\sum_i a_{ij}x_i^\mu-\bar{A}_j^\mu\Big|\longrightarrow min\,,\quad ([7],\ [2]) \tag{11}$$

где $\bar{A}_j^\mu$ - среднемесячная загрузка оборудования j (с учетом количества рабочих дней в месяце). Аналогичным образом можно записать линейные функционалы для критериев равномерного выпуска продукции по товару, по трудоемкости, по заработной плате и т.д., при этом, конечно, нарушаются равномерность загрузки оборудования (в пределах эффективных фондов его работы) и другие условия. Таким образом, можно говорить об оптимизации по одному какому-то критерию, а другие учесть дополнительными ограничениями с определенным процентом отклонений от желаемого выполнения плана. Далее, функционал типа (II) учитывает суммарное отклонение, а поэтому не исключаются довольно значительные отклонения по каким-то отдельным ограничениям модели. Например, пусть первая группа оборудования представлена в модели десятью станками (в модели учитываются только лимитирующие группы оборудования), а вторая - одним. Ясно, что функционал типа (II), использованный в модели как критерий оптимальности, будет в большей степени учитывать равномерность загрузки первой группы оборудования, чем второй, хотя именно по второй группе оборудования важно добиться равномерности загрузки, т.к. абсолютное отклонение, относительно большое по сравнению с планом загрузки второго станка, относительно мало по сравнению с таким же процентом отклонений от плана загрузки первой группы оборудования. И это очень важно учесть.

Все рассмотренные недостатки моделей распределения производственной программы могут быть устранены следующим образом. Если квартальную программу выпуска распределить равномерно по месяцам пропорционально количеству рабочих дней, то мы получим и равномерную загрузку оборудования $\bar{A}_j^{\mu}$, $j=1,2,\dots,n$, по месяцам и выполнение других показателей плана - $B_j^{\mu}, j=n+1,\dots,N$, (товарный выпуск, трудовые затраты и т.п.). Определим значения $h_j^{\mu}=\bar{A}_j^{\mu}$, $j=1,2,\dots,n$, $h_j^{\mu}=B_j^{\mu}$, $j=n+1,\dots,N$.

Тогда модель распределения квартальной программы по месяцам может быть записана так.

Минимизировать S (I2)

при условиях:

$$\sum_{\mu} x_i^{\mu}=b_i, \quad i=1,2,\dots,M, \tag{I3}$$

$$\sum_{i} a_{ij} x_i^{\mu}-S h_i^{\mu} \le 0,\ j=1,2,\dots,N;\ \mu=1,2,3, \tag{I4}$$

$$\sum_{i} a_{ij} x_i^{\mu} \le A_j^{\mu},\ j=1,2,\dots,n;\ \mu=1,2,3, \tag{I5}$$

$$x_i^{\mu} \geqslant b_i^{\mu}, \qquad (16)$$

$$S \geqslant 1, \qquad (17)$$

$S-1$ – максимальное относительное отклонение (увеличение) от среднеквартальных показателей h_j^{μ},

B_i^{μ} – обязательный выпуск изделия i в месяце μ,

$B_i^{\mu}=0$, если потребителем не поставлено никаких условий по снабжению его продукцией i в течение квартала.

Для решения такой блочной, "обрамленной" [8] задачи линейного программирования можно использовать программу [4], если учесть отдельными ограничениями условие $S=S^1=S^2=S^3$ и минимизировать любое из S^{μ}, $\mu=1,2,3$.

Влияние отдельных ограничений на равномерность загрузки оборудования и выполнение других условий укажут двойственные оценки, полученные при решении задачи (12)-(17), что поможет при практической реализации данной модели ослабить жесткость этих ограничений в определенных границах, если это отступление существенно не скажется на результатах производства. Ослабление жесткости ограничений увеличивает множество допустимых вариантов плана и улучшает его, например, уменьшается количество запусков изделий в производство в течение квартала, чему способствует и сам алгоритм решения задач линейного программирования.

В практике планирования предприятий крупносерийного и массового производства программа квартала является как бы стандартным блоком, который повторяется в течение года с учетом незначительных корректировок. Поэтому имеет определенный смысл получить сразу оптимальную программу, например, первого квартала с одновременным ее распределением по месяцам (а если необходимо – то и по декадам). Такая модель предлагалась, например, в работе [3], однако требования, аналогичные условиям (11), (14) в ней не рассматривались.

Для выполнения условия равномерности загрузки оборудования (и других показателей) будем использовать коэффициенты d_{μ}, соотношение которых $d_1 : d_2 : d_3$ определяет различие рабочих дней по месяцам. Обозначим через $Q_j d_{\mu}$, $j=2,3,\ldots,n$, недогрузку оборудования j в месяце μ, а при $j=n+1,\ldots,N$ значение $Q_j d_{\mu}$ будет соответствовать какому-то техникоэкономическому показателю, например, товарному выпуску в месяце μ .

Таким образом, мы пришли к следующей задаче линейного программирования.

Максимизировать (минимизировать)

$$\sum_{i,\mu} a_{i,} x_i^{\mu}, \quad i=1,2,\ldots,M; \mu=1,2,3, \qquad (18)$$

при условиях:

$$\sum_{\mu} x_i^{\mu} \geqslant \underline{b}_i \,, \quad i=1,2,\ldots,M, \qquad (19)$$

$$\sum_{i} a_{ij} x_i^{\mu} + Q_j d_{\mu} = A_j^{\mu}, j=2,3,\ldots,n; \mu=1,2,3, \quad (20)$$

$$\sum_{i} a_{ij} x_i^{\mu} - Q_j d_{\mu} = 0, \; j=n+1,\ldots,N; \mu=1,2,3, \quad (21)$$

$$x_i^{\mu} \geqslant b_i^{\mu}, \qquad (22)$$

$$Q_j \geqslant 0 . \qquad (23)$$

Решение такой блочной, "обрамленной" [8] задачи линейного программирования на ЭВМ требует либо использования специальной программы, учитывающей специфику блочности данной задачи, либо программы, позволяющей решать задачи с большим числом ограничений. Если еще поставить вместо (I9) условия, аналогичные (7)-(8), то размерность задачи резко возрастает. Таким образом, для решения задач внутризаводского технико-экономического планирования необходимы программы на ЭВМ, учитывающие специфику блочности задач типа (I2)-(I7) и (I8)-(23).

Решение задач (I)-(4) и (5)-(I0) при одних и тех же исходных данных (критерий оптимальности - максимум товарной продукции) позволит определить минимальную величину "потери" мощности предприятия из-за несоответствия его производственной структуры спросу на выпускаемую им продукцию. Решение задачи (I8)-(23) (при тех же условиях) позволит определить (в сравнении с решением задачи (I)-(4)) минимальный резерв мощности, который необходим для ритмичной работы предприятия при соответствующем распределении производственной программы по планируемым периодам.

Л и т е р а т у р а

I. Завельский М.Г., Оптимальное планирование на предприятии. М., Наука, 1970.

2. Шубкина И. и др., Оптимальные решения в управлении предприятием. Новосибирск, Наука, 1969.

3. Титов В.В., Планирование оптимальной производственной программы машиностроительных заводов серийного производства. Оптимальное планирование, в. II, Новосибирск, Наука, 1968, 60-66.

4. Звягина Р.А., Программа для решения на М-20 задач линейного программирования с матрицами блочно-диагональной структуры. Оптимальное планирование, в. 13, Новосибирск, Наука, 1969, 62-194.

5. Канторович Л.В., Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М., Изд-во АН СССР, 1959.

6. Терехов Л.Л., Оценка в оптимальном плане. М., Экономика, 1968.

7. Неймарк А.И., Соколицын С.А., Математические методы в организации и планировании машиностроительных и приборостроительных предприятий. Математические методы в технико-экономических расчетах. М., Изд-во АН СССР, 1961, 23-34.

8. Яковлева М.А., Один общий прием учета дополнительных столбцов в специальных задачах линейного программирования. Оптимальное планирование, в. 15, Новосибирск, Наука, 1970, 58-75.

Поступила в ред.-изд. отд.
10.I.1972.