

УДК 658.012.2.011.56 (47+57).

**МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ
ПРОМЫШЛЕННОГО ПРЕДПРИЯТИЯ****В.Л.Макаров, В.В.Титов, Б.М.Шейхетов**

Совершенствование системы управления народным хозяйством на основе повышения научного уровня планирования является основной задачей экономического развития нашей страны по повышению эффективности общественного производства. Аналогичная задача стоит и перед промышленным предприятием, являющимся основным производственным звеном народного хозяйства. Решению этой проблемы способствуют новая экономическая реформа, внедрение АСУП и проведение многочисленных экономических экспериментов на промышленных предприятиях.

Однако отработка эффективного механизма управления и планирования на реальных объектах требует значительных затрат времени и средств. Ускорению этого процесса способствовало бы создание экономико-математической модели функционирования промышленного предприятия, которая имитировала бы производственно-хозяйственную деятельность предприятия во всем её многообразии.

Практическое использование такой модели возможно в нескольких направлениях. Во-первых, изучение экономических явлений с целью получения конкретных рекомендаций и использования их на практике, осуществляемое путем варьирования параметров, алгоритмов, целевых функций и т.п. во всех блоках модели. Во-вторых, использование модели в подсистемах перспективного и текущего планирования АСУП, которое позволило бы рассмотреть множество вариантов функционирования предприятия при различ-

ных исходных положениях, определяющих политику его развития, и отобрать наиболее рациональный вариант.

Производственно-хозяйственную деятельность предприятия в процессе функционирования можно разбить на шесть видов:

- 1) плановую,
- 2) организационно-техническую по подготовке производства,
- 3) производственную,
- 4) снабженческо-сбытовую,
- 5) финансовую,
- 6) по управлению, контролю, учету.

Каждый вид деятельности описывается в виде обособленного блока, представляющего собой совокупность исходной информации, алгоритма переработки этой исходной информации и выходной информации как результат работы алгоритма. Тогда функционирование предприятия описывается путем установления некоторого механизма взаимодействия этих блоков.

Необходимо отметить особую роль плановой деятельности, которая охватывает все виды производственно-хозяйственной деятельности предприятия.

Модель планирования на предприятии состоит из двух частей: перспективного (в укрупненных показателях) и текущего (составление годового техпромфинплана) технико-экономического планирования. Оперативно-календарное планирование будет входить в модель производственной деятельности предприятия.

В данной заметке рассматривается только один блок модели технико-экономического планирования: расчет производственной программы промышленного предприятия.

Пусть даны директивные задания:

P - объем реализованной продукции,

P_j - объем реализации по видам продукции в номенклатуре министерства, $j = 1, \dots, n$.

В основном единица измерения P_j , $j = 1, \dots, n$, "руб", однако, в порядке исключения, могут быть и другие единицы измерения.

Если все P_j измеряются в рублях, то $P = \sum_{j=1}^n P_j$.

Для расчета производственной программы в номенклатуре предприятия необходимо знать объем выпуска товарной продукции:

$$V = \sum_{j=1}^n V_j = \sum_{j=1}^n P_j (1 + \zeta_j),$$

где V_j - объем товарной продукции по j -ой группе,
 ζ_j - нормативный коэффициент, учитывающий изменение остатков товарной продукции на складе и отгруженной покупателям, но не оплаченной ими ($\zeta_j \geq 0$).

Пусть номенклатура предприятия представлена m изделиями ($i \in I = \{1, 2, \dots, m\}$). Введем I_j - множество индексов i таких, что $I = \bigcup_{j=1}^n I_j$, и определяющих в разагрегированной форме номенклатуру изделий по группе j . Возможно, что множество I_j будет представлено одним изделием, либо это будет продукция в номенклатуре (укрупненной) министерства для многономенклатурных предприятий.

Заметим, что множества I_j могут пересекаться, т.е. \exists некоторые z, s ($z \neq s$), что $I_z \cap I_s \neq \emptyset$. Например, некоторое изделие i может входить в основном (большая часть) в группу z , а часть изделий i будет входить в группу s как продукция бирпотреба.

Необходимо определить производственную программу предприятия - вектор $x = (x_1, \dots, x_m)$, причем $x_i = \sum_{j=1}^n x_{ij}$, где x_{ij} - объем производства изделия i , которое входит в группу j (в условных или, как правило, натуральных измерителях). При этом должны выполняться следующие соотношения:

$$V_j = \sum_{i \in I_j} x_{ij} q_{ij}, \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

где

q_{ij} - коэффициенты, обеспечивающие соизмерение различных видов однородной продукции (например, условные натуральные показатели либо чаще всего оптовые цены).

Заметим, что q_{ij} , как правило, от j не зависит, однако в некоторых случаях эта зависимость имеет место. Например, одно и то же изделие в рядовом исполнении и для экспорта имеет различные коэффициенты соизмерения.

Введем следующие обозначения:

x_{ij}^0 - плановый объем производства изделия i по группе j в предплановом году либо его ожидаемое выполнение ($j = 1, 2, \dots, n$, $i \in I_j$).

$$x_i^0 = \sum_{j=1}^n x_{ij}^0, \quad i=1, 2, \dots, m;$$

S_{ij} - предполагаемый спрос на продукцию i по группе j
 ($j = 1, \dots, n, i \in I_j$),

$S_i = \sum_{j=1}^n S_{ij}$ - общий спрос на продукцию i ($i = 1, \dots, m$);

M_i^c - среднегодовая мощность по изделию i на планируемый период без учета ввода мощностей по плану оргтехмероприятий ($i = 1, 2, \dots, m$); G_{ij} - технико-экономический показатель эффективности изделия i в группе j , ($G_{ij}, j = 1, \dots, n, i \in I_j$) - система предпочтений продуктов с точки зрения предприятия.

В качестве G_{ij} можно использовать прибыль (руб) по изделию i в группе j , либо рентабельность (в %) изделия i в группе j , либо трудоемкость изделия на рубль товарной продукции (возможны какие-то другие показатели).

Опишем алгоритм формирования производственной программы.

Идея алгоритма заключается в следующем: при определении объемов производства x_{ij} фиксируем нижний уровень производства, а затем увеличиваем объемы производства с учетом ограничений по спросу и мощностям. Если при этом не будут выполнены плановые задания, то определяем необходимый прирост мощностей.

1. Введем P_{ij} - объем производства изделия i в группе j , устанавливаемый министерством в качестве директивного задания (например, продукция, идущая на экспорт). Тогда полагаем $x_{ij} = P_{ij}$ и фиксируем множество пар индексов $(i, j) \in (I \times J)!$ для которых $x_{ij} = P_{ij}$.

2. При дальнейшем формировании программы необходимо мощность по изделию i скорректировать, т.е. определим

$$M_i = M_i^c - \sum_{j=1}^n P_{ij}, \quad i=1, 2, \dots, m.$$

Заметим, что некоторые M_i могут быть отрицательны. Зафиксируем множество индексов i , для которых $M_i < 0$, пусть это будет множество I_1^* .

3. Определяем нижний уровень производства для $(i, j) \in (I \times J) \setminus (I \times J)!$:

$$\bar{x}_{ij} = \begin{cases} \min(x_{ij}^0, S_{ij}, M_i \xi_{ij}), & \text{если } i \notin I_1^*, \\ 0, & \text{если } i \in I_1^*, \end{cases}$$

где ξ_{ij} - коэффициенты, отражающие структуру выпуска изделия i по группам j , т.е. $\sum_{j=1}^n \xi_{ij} = 1$, причем $\xi_{ij} = x_{ij}^0 / \sum_{j=1}^n x_{ij}^0$.

4. Если $\bar{x}_{ij} = s_{ij}$, то определяем множество пар индексов $(i, j) \in (I \times J)^2$, у которых нижний уровень производства выходит на спрос.

5. Фиксируем множество $(I \times J)^* = (I \times J) \setminus [(I \times J)^1 \cup (I \times J)^2]$ - множество пар индексов (i, j) , для которых $P_{ij} = 0$ и $\bar{x}_{ij} \neq s_{ij}$.

6. Определяем $\Delta s_{ij} = s_{ij} - \bar{x}_{ij}$, $(i, j) \in (I \times J)^*$.

7. Находим $\Delta M_i = M_i - \sum_j \bar{x}_{ij}$, $i = 1, 2, \dots, m$.

8. Рассматриваем по порядку группы изделий $j = 1, \dots, n$.

Для каждого j_0 определяем

$$\bar{V}_{j_0} = \sum_{(i, j_0) \in (I \times J)^1} x_{ij_0} q_{ij_0} + \sum_{(i, j_0) \in (I \times J)^2} \bar{x}_{ij_0} q_{ij_0} + \sum_{(i, j_0) \in (I \times J)^*} x_{ij_0} q_{ij_0}.$$

9. Сравниваем V_{j_0} и \bar{V}_{j_0} .

а) Если $V_{j_0} < \bar{V}_{j_0}$, то необходимо величину \bar{V}_{j_0} уменьшить на

$\Delta \bar{V}_{j_0} = \bar{V}_{j_0} - V_{j_0}$. Возможно использование нескольких способов.

а 1) Можно уменьшать \bar{V}_{j_0} , пропорционально снижая объемы производства всех изделий.

Находим $v_{j_0} = \frac{\Delta \bar{V}_{j_0}}{\bar{V}_{j_0} - \sum_{(i, j_0) \in (I \times J)^1} x_{ij_0} q_{ij_0}} \cdot 100\%$ - процент снижения.

Тогда для $(i, j_0) \in (I \times J)^2 \cup (I \times J)^*$ определяем

$$x_{ij_0} = \bar{x}_{ij_0} (1 - v_{j_0} / 100).$$

а 2) Будем уменьшать объемы производства изделий согласно системе оценок G_{ij_0} .

Выбираем среди $(i, j_0) \in (I \times J)^2 \cup (I \times J)^*$ такую пару (i_0, j_0) , что

$$G_{i_0 j_0} = \min_{(i, j_0) \in (I \times J)^2 \cup (I \times J)^*} G_{ij_0}$$

Далее полагаем $x_{i_0 j_0}$ равным максимальному значению $\bar{x}_{i_0 j_0} - x$, при котором выполняются неравенства:

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ q_{i_0, j_0} (\bar{x}_{i_0, j_0} - x) \geq \Delta \bar{V}_{j_0} \end{cases}$$

Если такого x не существует, то полагаем $x = 0$. Далее находим такой i_1 , на котором достигается

$$\min_{(i, j_0) \in [(I \times J)^2 \cup (I \times J)^*] \setminus (i_0, j_0)} G_{i, j_0}$$

Полагаем x_{i_1, j_0} равным максимальному значению $\bar{x}_{i_1, j_0} - x$, при котором выполняются неравенства:

$$\begin{cases} x \geq 0, \\ q_{i_1, j_0} (\bar{x}_{i_1, j_0} - x) \geq \Delta \bar{V}_{j_0} - \bar{x}_{i_0, j_0} q_{i_0, j_0}. \end{cases}$$

Если такого x не существует, то полагаем $x_{i_1, j_0} = 0$ и т.д. Процесс оканчивается на некотором номере, поскольку

$$V_{j_0} \geq \sum_{(i, j_0) \in (I \times J)^1} x_{i, j_0} q_{i, j_0}.$$

Недостатком этого варианта (а 2) является то, что при довольно значительной величине $\Delta \bar{V}_{j_0}$ может резко измениться структура выпуска продукции, что нежелательно для потребителя, который в любом случае будет требовать максимального приближения к удовлетворению его спроса.

а 3) Пусть заданы δ_{ij} ($0 \leq \delta_{ij} \leq 1$), определяющие допустимое отклонение от сложившейся структуры производства, $(i, j) \in (I \times J)^2 \cup (I \times J)^*$ (δ_{ij} можно подсчитать статистическими методами, используя информацию за ряд предыдущих лет). Уменьшение \bar{V}_{j_0} производится аналогично пункту а 2; т.е. на каждом шаге решаются неравенства:

$$\begin{aligned} 0 \leq x \leq \delta_{i, j_0} \bar{x}_{i, j_0}, \\ q_{i, j_0} (x_{i, j_0} - x) \geq \Delta \bar{V}_{j_0} \end{aligned}$$

и т.д.

б) Если $V_{j_0} > \bar{V}_{j_0}$, то будем увеличивать объем производства по изделиям $(i, j_0) \in (I \times J)^*$. Находим

$$\Delta x_{i, j_0} = \min(\Delta \delta_{i, j_0}, \Delta M_i), \quad i \in I \setminus I_1^*, \quad (i, j_0) \in (I \times J)^*.$$

Определяем

$$\Delta V_{j_0} = V_{j_0} - \bar{V}_{j_0} \quad \text{и} \quad \Delta^1 V_{j_0} = \sum_{\substack{i \in I \setminus I_1^* \\ (i, j_0) \in (I \times J)^*}} \Delta x_{i, j_0} q_{i, j_0}$$

б 1) Если $\Delta V_{j_0} > \Delta^1 V_{j_0}$, то определяем $\Delta^2 V_{j_0} = \Delta V_{j_0} - \Delta^1 V_{j_0}$ и полагаем $\bar{x}_{ij} = \bar{x}_{i, j_0} + \Delta x_{i, j_0}$, $i \in I \setminus I_1^*$, $(i, j_0) \in (I \times J)^*$.

б 2) Если $\Delta V_{j_0} < \Delta^1 V_{j_0}$, то находим i_0 , на котором достигается

$$\max_{\substack{i \in I \setminus I_1^* \\ (i, j_0) \in (I \times J)^*}} G_{i, j_0}$$

б 3) Если $\Delta x_{i_0, j_0} q_{i_0, j_0} < \Delta V_{j_0}$, то полагаем $\bar{x}_{i_0, j_0} = \bar{x}_{i_0, j_0} + \Delta x_{i_0, j_0}$ и продолжаем увеличивать объемы производства для других $i \in I_{j_0}$ (переходим к б 5).

б 4) Если $\Delta x_{i_0, j_0} q_{i_0, j_0} > \Delta V_{j_0}$, то полагаем $x_{i_0, j_0} = \bar{x}_{i_0, j_0} + \Delta V_{j_0} / q_{i_0, j_0}$, и на этом формирование производственной программы по группе j_0 заканчивается.

б 5) Находим i_1 , на котором достигается $\max_{\substack{i \in (I \setminus I_1^*) \setminus \{i_0\} \\ (i, j_0) \in (I \times J)^*}} G_{i, j_0}$

Если $\Delta x_{i_1, j_0} q_{i_1, j_0} > [\Delta V_{j_0} - \Delta x_{i_0, j_0} q_{i_0, j_0}]$, то полагаем $x_{i_1, j_0} = \bar{x}_{i_1, j_0} + [\Delta V_{j_0} - \Delta x_{i_0, j_0} q_{i_0, j_0}] / q_{i_1, j_0}$, и формирование программы по группе j_0 закончено ($x_{ij} = \bar{x}_{ij}$, $i \in I_{j_0} \setminus \{i_0, i_1\}$). Если

$\Delta x_{i_1, j_0} q_{i_1, j_0} < \Delta V_{j_0} - \Delta x_{i_0, j_0} q_{i_0, j_0}$, то $x_{i_1, j_0} = \bar{x}_{i_1, j_0} + \Delta x_{i_1, j_0}$, далее находим следующий номер i_2 и продолжаем уменьшение невязки ΔV_{j_0} до нуля.

10. Если после рассмотрения всех $i \in I_{j_0}$ имеем $\Delta^2 V_{j_0} > 0$, (т.е. плановое задание министерства по объему производства еще не выполнено) и при этом существуют такие $i \in I_{j_0}$, для которых $\Delta x_{i, j_0} = \Delta S_{i, j_0}$, то, следовательно, имеются еще неиспользованные мощности, которые можно перераспределить на увеличение выпуска другой продукции. (Если по всем изделиям, входящим в группу j_0 , спрос удовлетворен, а задание министерства не выполнено, то дальнейшее увеличение выпуска продукции может быть только по согласованию с министерством).

Обозначим через I_{j_0} множество индексов i , для которых $\Delta x_{i, j_0} = \Delta S_{i, j_0}$.

11. Введем множества $I_{j_0}^K$, $K = 1, \dots, K_{j_0}$, такие, что $I_{j_0} = \bigcup_{K=1}^{K_{j_0}} I_{j_0}^K$ и $I_{j_0}^{K_1} \cap I_{j_0}^{K_2} = \emptyset$, ($K_1 \neq K_2$):

$I_{j_0}^K$ - множество индексов изделий, имеющих почти одинаковую технологию производства.

Будем предполагать, что для данной группы изделий ($i \in I_{j_0}^K$) мощности можно использовать для производства любого изделия из этой группы.

12. Определяем $\Delta^1 M_i = \Delta M_i - \Delta x_{ij_0}$, $i \in I_{j_0}$.

13. Рассчитываем

$$\Delta M^{K_{j_0}} = \sum_{i \in I_{j_0}^K} \Delta^1 M_i \gamma_i + \sum_{i \in I_{j_0}} \Delta M_i \gamma_i, \quad K = 1, 2, \dots, K_{j_0},$$

где γ_i - коэффициенты приведения мощностей, отражающие соотношения трудоемкости производства изделий относительно трудоемкости изделия - представителя.

14. Будем рассматривать такие множества $I_{j_0}^K$, для которых $\Delta M^{K_{j_0}} > 0$, т.е. $i \in \bigcup_K I_{j_0}^K$. Обозначим множество таких индексов i через I_{2j_0} .

15. Выбираем

$$G_{\mu j_0} = \max_{\substack{i \in I_{2j_0} \\ i \notin I_{j_0}}} G_{ij_0}.$$

16. Пусть $\mu \in I_{j_0}^{K_{\mu}}$. Находим

$$\Delta^1 x_{\mu j_0} = \min \{ \Delta M^{K_{j_0}} / \gamma_{\mu}, \Delta S_{\mu j_0} - \Delta x_{\mu j_0} \}.$$

17. Сравниваем $\Delta^2 V_{j_0}$ и $\Delta^1 x_{\mu j_0} q_{\mu j_0}$. Если $\Delta^2 V_{j_0} < \Delta^1 x_{\mu j_0} q_{\mu j_0}$, то объем производства изделия μ равен

$$x_{\mu j_0} = \bar{x}_{\mu j_0} + \Delta^2 V_{j_0} / q_{\mu j_0}.$$

18. Если $\Delta^2 V_{j_0} > \Delta^1 x_{\mu j_0} q_{\mu j_0}$, то выбираем μ' такой, что

$$G_{\mu' j_0} = \max_{\substack{i \in I_{2j_0} \setminus \{\mu\} \\ i \notin I_{j_0}}} G_{ij_0}.$$

19. Находим

$$\Delta^1 x_{\mu' j_0} = \min \{ \Delta M^{K_{\mu' j_0}} / \gamma_{\mu'}, \Delta S_{\mu' j_0} - \Delta x_{\mu' j_0} \},$$

где

$$\Delta^1 M_{\mu j_0} = \begin{cases} \Delta M_{\mu j_0}, & \text{если } \mu \notin I_{j_0}^{K\mu} \\ \Delta M_{\mu j_0} - \Delta^1 x_{\mu j_0} \delta_{\mu}, & \text{если } \mu \in I_{j_0}^{K\mu}. \end{cases}$$

20. Сравниваем $\Delta^1 x_{\mu j_0} q_{\mu j_0}$ и $[\Delta^2 V_{j_0} - \Delta^1 x_{\mu j_0} q_{\mu j_0}]$ и т.д.

21. Если путем перераспределения мощности набираем $\Delta^2 V_{j_0}$, то процесс формирования производственной программы для группы j_0 заканчивается, при этом фиксируем оставшиеся мощности для $i \in I_{j_0}$, которые будут использоваться при формировании программы в других группах j :

$$\Delta_0 M_i = \begin{cases} \Delta M_i + (\bar{x}_{ij_0} - x_{ij_0}), & \text{если } v_{j_0} < \bar{V}_{j_0}, \\ \Delta M_i - \Delta x_{ij_0}, & \text{если } \Delta V_{j_0} \leq \Delta^1 V_{j_0}, \\ \Delta M_i - (\Delta x_{ij_0} + \Delta^1 x_{ij_0}), & \text{если } \Delta^2 V_{j_0} \leq \sum_{i \in I_{2j_0}} \Delta^1 x_{ij_0} q_{ij_0}. \end{cases}$$

22. Определяем $\Delta^3 V_{j_0} = \Delta^2 V_{j_0} - \sum_{\substack{i \in I_{2j_0} \\ i \notin I_{1j_0}}} \Delta^1 x_{ij_0} q_{ij_0}$.

23. Увеличение выпуска продукции по группе j_0 возможно только за счет ввода новых мощностей. Необходимо выбрать группы K , в которых желательно увеличение мощности.

Определяем

$$\pi_K = \sum_{i \in I_{j_0}^K} \Delta^1 S_{ij_0} G_{ij_0}, \quad K = 1, 2, \dots, K_{j_0},$$

где $\Delta^1 S_{ij_0} = \Delta S_{ij_0} - \Delta^1 x_{ij_0}$, $i \notin (I_{1j_0} \cup I_1^*)$.

24. Выбираем \bar{K} , такой что $\pi_{\bar{K}} = \max_{K=1, \dots, K_{j_0}} \pi_K$.

Будем расширять производство изделий в группе \bar{K} .

25. Определяем $v^{\bar{K}} = (\sum_{i \in I_{j_0}^{\bar{K}}} \Delta S_{ij_0} M_i^c q_{ij_0}) \delta^{\bar{K}}$ - допустимое увеличение мощности (за один год) по группе \bar{K} , где $\delta^{\bar{K}} \cdot 100\%$ - возможный процент увеличения мощности по данной группе.

26. Сравниваем $\Delta^3 V_{j_0}$ и $v^{\bar{K}}$. Если $v^{\bar{K}} \geq \Delta^3 V_{j_0}$, то увеличиваем производство изделий в \bar{K} группе пропорционально спросу и задание по выпуску продукции для группы j_0 , таким образом, будет выполнено. Прирост производства по соответствующим изделиям определим так:

$$\Delta^2 x_{\nu j_0} = \frac{\Delta^1 S_{\nu j_0}}{\sum_{i \in I_j^{\bar{K}}, i \notin (I_{j_0}^* \cup I_1^*)} \Delta^1 S_{ij_0} q_{ij_0}} \Delta^3 V_{j_0}, \quad \forall \nu \in I_{j_0}^{\bar{K}}$$

27. Если $\nu^{\bar{K}} < \Delta^3 V_{j_0}$, то

$$\Delta^3 x_{\nu j_0} = \Delta^1 S_{\nu j_0} \nu^{\bar{K}} / \sum_{i \in I_{j_0}^{\bar{K}}, i \notin (I_{j_0}^* \cup I_1^*)} \Delta^1 S_{ij_0} q_{ij_0}, \quad \forall \nu \in I_{j_0}^{\bar{K}},$$

и выбираем \bar{K}' такой, что

$$\pi_{\bar{K}'} = \max_{K \in \{1, \dots, K_{j_0}\} \setminus \{\bar{K}\}} \pi_K.$$

28. Сравниваем $\nu^{\bar{K}'}$ и $[\Delta^3 V_{j_0} - \nu^{\bar{K}'}]$ и т.д.

29. Если $\sum_{k=1}^{K_{j_0}} \nu^k < \Delta^3 V_{j_0}$, то будем считать, что пред-

приятие не может выполнить плановое задание по группе j_0 в текущем году. В этом случае общий объем выпуска товарной продукции можно выполнить за счет увеличения производства в других группах j , либо необходимо вмешательство министерства (изменение плановых заданий по объемам производства).

30. Таким образом, сформирована производственная программа для группы j_0 , т.е.

$$x_{ij_0} = \bar{x}_{ij_0} + \Delta x_{ij_0} + \Delta^1 x_{ij_0} + \Delta^2 x_{ij_0}, \quad i \in I_{j_0}$$

31. Аналогичным образом формируется программа для

$$j \in \{1, 2, \dots, n\} \setminus \{j_0\}.$$

Поступила в ред.-изд. отд. .

30.6.1972.