УДК 681.3.06:51

ОБ АЛГОРИТМИЧЕСКОМ ФОРМИРОВАНИИ ЛИНЕЙНЫХ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

В.Ф.Фефелов

В работе [I] изложен алгоритм формирования линейной динамической модели оптимального планирования народного хозяйства. В данной работе делается попытка распространить подход, использованный в упомянутой работе, на алгоритмическое формирование общей задачи производственного планирования. При таком подходе сначала четко определяются алгоритмы, вычисляющие нормативы затрат и выпусков в способах по некоторой базисной экономической информации. Затем проводится многосторонний анализ модели с целью сгруппировать как алгоритмы, так и исходные данные для них в удобные агрегаты. Большое внимание при этом уделяется минимизации объема исходной информации, необходимой для построения модели. В качестве приложения общей схемы избраны модель [I] и задача внутрихозяйственного планирования сельскохозяйственного предприятия [4].

Рассмотрим общую задачу производственного планирования, в которой учитываются N ингредиентов и τ технологических способов $\alpha^s=(\alpha_1^s,\dots \alpha_N^s)$. Отрицательные компоненты обозначают затраты соответствующего ингредиента, положительные - выпуск, нулевые компоненты соответствуют ингредиентам, не участвующим в способе. Будем называть множество $\Sigma^3(\alpha^s)=\{i:\alpha_i^s<0\}$ шкалой затрат, а множество $\Sigma^b(\alpha^s)=\{i:\alpha_i^s>0\}$—шкалой выпусков способа, их объединение $\Sigma(\alpha^s)$—шкалой способа. Совокупность B^s векторов β^j $(j=1,\dots,\ell^s)$ назовем подспособами способа α^s, если некоторый алгоритм $\mathcal{F}$ восстанавливает по этой совокупности способ α^s. Для подспособов β^j определены понятия затрат и выпусков, шкал затрат и выпусков.

Условимся для определенности, что в дальнейшем под алгоритмом будем понимать процедуру, написанную на языке АЛГОЛ-60. Тождественно равными алгоритмами будем считать такие процедуры, которые имеют одни и те же формальные параметры, включая порядок их в заголовке процедуры, и для одного набора фактических параметров дают один и тот же результат. Данными для алгоритма называется набор фактических параметров.

Назовем представлением подспособа β^j следующую совокупность алгоритмов и исходных данных для них.

а) Алгоритм $\mathcal{A}^з$, который по данным $\delta^з=\{\delta_1^з,\dots,\delta_k^з\}$ восстанавливает шкалу затрат подспособа β^j, $\Sigma^з(\beta^j)=\mathcal{A}^з(\delta^з)$.

б) Алгоритм $\mathcal{A}^в$ и $\delta^в=\{\delta_1^в,\dots,\delta_\ell^в\}$, такой, что $\Sigma^в(\beta^j)=\mathcal{A}^в(\delta^в)$.

в) Для каждого $i\in\Sigma(\beta^j)$ задан алгоритм $\mathcal{A}^i$ и данные для него $\delta^i=\{\delta_1^i,\dots,\delta_{s_i}^i\}$, так что $|\beta_i^j|=\mathcal{A}^i(\delta^i)$.

г) Алгоритм $\mathcal{A}$:

$$\beta_i^j=\begin{cases}-|\beta_i^j|, & \text{если } i\in\Sigma^з(\beta^j);\\ |\beta_i^j|, & \text{если } i\in\Sigma^в(\beta^j)\end{cases}$$

Таким образом, представление подспособа β^j есть совокупность

$$\Pi(\beta^j)=\{\mathcal{A}^з,\delta^з;\mathcal{A}^в,\delta^в;\mathcal{A}^i,\delta^i;\ i\in\Sigma(\beta^j);\mathcal{A}\},\quad (1)$$

а способа α^s совокупность

$$\Pi(\alpha^s)=\{\mathcal{F};\Pi(\beta^j),\ j=1,\dots,\ell^s\}.$$

Совокупность $\Pi=\{\Pi(\alpha^s)\}$, $s=1,\dots,r$, образует представление задачи производственного планирования. Имея такое представление, легко восстановить технологические способы α^s.

Для любой задачи производственного планирования существует тривиальное представление, а именно: для каждого способа $\alpha^s=(\alpha_1^s,\dots,\alpha_N^s)$, $s=1,\dots,r$, совокупность подспособов $B^s=\{\beta^1\}$, так что $\alpha^s=\beta^1$. Алгоритм $\mathcal{F}$ – тождественный, $\mathcal{F}:\alpha_i^s=\beta_i^1$,

$$\mathcal{A}^з:\ \delta_i^з=\delta_i^з;\ \delta^з=\Sigma^з(\alpha^s);\ \mathcal{A}^в:\ \delta_i^в=\delta_i^в;\ \delta^в=\Sigma^в(\alpha^s);$$

для каждого $i\in\Sigma(\beta^1)$ $\quad \mathcal{A}^i:|\beta_i^1|=\delta_1^i,\ \delta^i=\{\delta_1^i=|\alpha_i^s|\}.$

Совокупность этих представлений образует тривиальное представление задачи.

Понятно, что представление Π, определенное выше, является слишком громоздким, поэтому в конкретных приложениях этой схемы важно проводить факторизацию представлений способов как по совпадению алгоритмов $\mathfrak{A}^3$, $\mathfrak{A}^6$, $\mathfrak{A}^i$, так и по сведению данных для них в массивы.

Рассмотрим некоторые приемы, применяемые при этом.

1) Пусть подспособ β^j способа α^s имеет представление (I) и для некоторых $i_1, \ldots, i_v \in \Sigma(\beta^j)$ выполняется тождество $\mathfrak{A}^{i_1} \equiv \ldots \equiv \mathfrak{A}^{i_v}$ (обозначим этот алгоритм через $\mathfrak{A}^{\gamma}$), следовательно, $\delta_{i_1} = \ldots = \delta_{i_v}$. Тогда v пар $\mathfrak{A}^{i_k}$, δ^{i_k} $(k=1,\ldots,v)$ в представлении (I) заменим следующей конструкцией. Образуем подшкалу $\gamma = \{i_k : 1 \leqslant k \leqslant v\}$ и массив $\Delta = (\delta^{i_1}, \ldots, \delta^{i_v})$.

Представление (I) перепишем в виде

$$\Pi(\beta^j) = \{\mathfrak{A}^3, \delta^3; \mathfrak{A}^6, \delta^6; \gamma, \xi, \psi; \mathfrak{A}^i, \delta^i, i \in \Sigma(\beta^j) \setminus \gamma; \mathfrak{A}\},$$

$$\xi : \mathfrak{A}^{\gamma}; \quad \psi : \Delta .$$

Будем называть ξ ссылкой на алгоритм, а ψ ссылкой на данные, которым без уточнения их вида припишем следующий смысл: для каждого $i_k \in \gamma$ вычисляем $|\beta^j_{i_k}|$, используя алгоритм $\mathfrak{A}^{\gamma}$ и соответствующий набор данных δ^{i_k}. Нам важно сейчас только то, что это соответствие можно установить.

2) Пусть β^j есть подспособ способа α^u, γ^k – подспособ α^w с представлениями:

$$\Pi(\beta^j) = \{\mathfrak{A}^3, \delta^3; \mathfrak{A}^6, \delta^6; \mathfrak{A}^i, \delta^i, i \in \Sigma(\beta^j); \mathfrak{A}\},$$

$$\Pi(\gamma^k) = \{\mathfrak{D}^3, \varepsilon^3; \mathfrak{D}^6, \varepsilon^6; \mathfrak{D}^i, \varepsilon^i, i \in \Sigma(\gamma^k); \mathfrak{A}\}.$$

Пусть $\Sigma = \Sigma(\beta^j) = \Sigma(\gamma^k)$ и для каждого $i \in \Sigma$ верно $\mathfrak{A}^i \equiv \mathfrak{D}^i$. Образуем массивы данных $\Delta = (\delta^i)$, $i \in \Sigma$; $E = (\varepsilon^i)$, $i \in \Sigma$. Тогда представления можно переписать в следующем виде:

$$\Pi(\beta^j) = \{\mathfrak{A}^3, \delta^3; \mathfrak{A}^6, \delta^6; \xi, \psi_\Delta; \mathfrak{A}\},$$

$$\Pi(\gamma^k) = \{\mathfrak{D}^3, \varepsilon^3; \mathfrak{D}^6, \varepsilon^6; \xi, \psi_E; \mathfrak{A}\}.$$

$$\xi : \mathfrak{L}^i, i \in \Sigma; \quad \psi_\Delta : \Delta; \quad \psi_E : E,$$

где $\mathfrak{L}^i \equiv \mathfrak{A}^i \equiv \mathfrak{D}^i$; ξ – ссылка на последовательность алгоритмов; ψ_Δ, ψ_E – ссылки на данные.

3) Пусть для исходных представлений $\Pi(\beta^j)$ и $\Pi(\gamma^k)$ в пункте 2) верно для каждого $i \in \Sigma(\beta^j) \cap \Sigma(\gamma^k)$, что $\mathfrak{A}^i \equiv \mathfrak{B}^i$. Из наборов δ^i, ε^i образуем следующие массивы:

$$\Delta = (\delta^i \ldots 0 \ldots \delta^n), \quad E = (\varepsilon^i \ldots \varepsilon^\ell \ldots 0),$$
$$i \in \Sigma(\beta^j) \cap \Sigma(\gamma^k),$$
$$\ell \in \Sigma(\gamma^k) \setminus \Sigma(\beta^j),$$
$$n \in \Sigma(\beta^j) \setminus \Sigma(\gamma^k).$$

Образуем общую последовательность алгоритмов

$$\mathcal{L}^i, \; i \in \Sigma(\beta^j) \cup \Sigma(\gamma^k),$$

где $\mathcal{L}^i \equiv \mathfrak{A}^i$ для $i \in \Sigma(\beta^j) \setminus \Sigma(\gamma^k)$, $\mathcal{L}^i \equiv \mathfrak{A}^i \equiv \mathfrak{B}^i$ для $i \in \Sigma(\beta^j) \cap \Sigma(\gamma^k)$, $\mathcal{L}^i \equiv \mathfrak{B}^i$ для $i \in \Sigma(\gamma^k) \setminus \Sigma(\beta^j)$.

Тогда в представлениях $\Pi(\beta^j)$ и $\Pi(\gamma^k)$ можно использовать ссылки на эту последовательность алгоритмов и массивы Δ и E.

Отметим, что приемы пунктов I), 2) и 3) могут быть использованы, если $\mathfrak{A}^3 \equiv \mathfrak{B}^3$, либо $\mathfrak{A}^6 \equiv \mathfrak{B}^6$, либо $\mathfrak{A}^3 \equiv \mathfrak{A}^6$.

4) Рассмотрим следующий случай. Пусть для $\Pi(\beta^j)$ и $\Pi(\gamma^k)$ верно, что

$$\mathcal{L} \equiv \mathfrak{A}^i, \; i \in \Sigma^3(\beta^j); \; \mathcal{L} \equiv \mathfrak{B}^k, \; k \in \Sigma^3(\gamma^k);$$
$$\mathcal{L}_1 \equiv \mathfrak{A}^i, \; i \in \Sigma^6(\beta^j); \; \mathcal{L}_1 \equiv \mathfrak{B}^k, \; k \in \Sigma^6(\gamma^k);$$
$$\mathcal{L}^3 \equiv \mathfrak{A}^3 \equiv \mathfrak{B}^3; \; \mathcal{L}^6 \equiv \mathfrak{A}^6 \equiv \mathfrak{B}^6.$$

Образуем массивы

$$\Delta = (\delta^i, \; i \in \Sigma^3(\beta^j)), \quad E = (\varepsilon^k, \; k \in \Sigma^3(\gamma^k));$$
$$\Delta_1 = (\delta^i, \; i \in \Sigma^6(\beta^j)), \quad E_1 = (\varepsilon^k, \; k \in \Sigma^6(\gamma^k)).$$

Представления β^j и γ^k перепишем следующим образом:

$$\Pi(\beta^j) = \{\xi^3, \delta^3; \; \xi^6, \delta^6; \; \xi_1, \Psi_\Delta; \; \xi_2, \Psi_{\Delta_1}; \; \mathfrak{A}\};$$
$$\Pi(\gamma^k) = \{\xi^3, \varepsilon^3; \; \xi^6, \varepsilon^6; \; \xi_1, \Psi_E; \; \xi_2, \Psi_{E_1}; \; \mathfrak{A}\};$$
$$\xi^3 : \mathcal{L}^3; \; \xi^6 : \mathcal{L}^6; \; \xi_1 : \mathcal{L}; \; \xi_2 : \mathcal{L}_1;$$

Ψ_Δ, Ψ_{Δ_1}, Ψ_E, Ψ_{E_1} – ссылки на соответствующие массивы.

5) Рассмотрим представления $\Pi(\beta^j)$ и $\Pi(\gamma^k)$, преобразованные в соответствии с I). Пусть для них выполняется

а) $\mathfrak{A}^3 \equiv \mathfrak{B}^3$, $\mathfrak{A}^6 \equiv \mathfrak{B}^6$;

б) для каждого $\mathfrak{A}^{\gamma_i}$, $\gamma_i \subset \Sigma(\beta^j)$ найдется $\mathfrak{B}^{\mathfrak{R}_\ell}$, $\mathfrak{R}_\ell \subset \Sigma(\gamma^k)$

такой, что $\mathfrak{A}^{\gamma_i} \equiv \mathfrak{B}^{n_\ell}$, и наоборот.

Обозначим $\mathcal{L}^3 \equiv \mathfrak{A}^3 \equiv \mathfrak{B}^3$; $\mathcal{L}^6 \equiv \mathfrak{A}^6 \equiv \mathfrak{B}^6$; $\mathcal{L}^i \equiv \mathfrak{A}^{\gamma_i} \equiv \mathfrak{B}^{n_\ell}$.

и тогда представление преобразуем следующим образом:

$$\Pi(\beta^j) = \{\xi^3, \delta^3; \xi^6, \delta^6; \gamma_i, \xi_i, \psi_{\Delta_i}, \gamma_i \subset \Sigma(\beta^j); \mathfrak{A}\},$$

$$\Pi(\gamma^k) = \{\xi^3, \varepsilon^3; \xi^6, \varepsilon^6; n_i, \xi_i, \psi_{E_i}, n_i \subset \Sigma(\gamma^k); \mathfrak{A}\},$$

$$\xi_1 : \mathcal{L}^1; \ldots; \xi_\tau : \mathcal{L}^\tau; \quad \bigcup_{i=1}^{\tau} \gamma^i = \Sigma(\beta^j):$$

$$\psi_{\Delta_1} : \Delta_1; \ldots; \psi_{\Delta_\tau} : \Delta_\tau; \quad \psi_{E_1} : E_1; \ldots; \psi_{E_\tau} : E_\tau,$$

где ξ, ψ имеют прежний смысл. Описанные приемы могут применяться к преобразованным представлениям.

Заметим также, что для описания взаимодействия алгоритмов и экономного задания данных для них удобно использовать операции над списками и алгоритмами, введенные в языке ДЕЛЬТА-ЭПСИЛОН [2].

Динамическая оптимальная модель народнохозяйственного планирования

Данная модель [3] описывает функционирование народного хозяйства в течение планового периода.

В модели имеется n отраслей, каждая из которых выпускает один продукт, затрачивая все остальные. Условимся на будущее, что отрасль с номером i выпускает продукт с номером i. В каждой отрасли имеется один вид незавершенного строительства, один вид вновь создаваемых фондов, K_i $(i=1,\ldots,n)$ видов старых фондов. Планируемый период разбит на T временных интервалов (лет), занумерованных числами от I до T. Опишем ингредиенты модели. В их число включаются фонды каждого вида, имеющиеся к началу планового периода, всего $\sum_{i=1}^{n} K_i$ ингредиентов по старым фондам и n ингредиентов, относящихся к фондам по незавершенному строительству. Для каждого года характеризуется выпуск n промежуточных продуктов и использование L производственных факторов (видов труда), всего $(n+L)T$ ингредиентов. Имеются еще два ингредиента, один из которых есть оценка выходных фондов, другой - оценка потребительских наборов на конечный период.

По экономическому содержанию способы модели разбиваются на четыре группы:

I) способы,описывающие функционирование фондов, имеющихся к началу планового периода;

2) способы, описывающие окончание незавершенного строительства и функционирование созданных фондов;

3) способы, описывающие создание и функционирование новых фондов;

4) способы, описывающие потребление модели. Это различие вызывает и различие в алгоритмах формирования способов, поэтому будем описывать способы и их представления по этим группам.

Группа I. Способы этой группы описывают функционирование каждого из K_i видов фондов, имеющихся в отрасли i $(i=1,\dots,n)$ к началу планового периода,и различаются по вариантам выбытия и замены устаревшего оборудования.

Пусть b_j^i указывает фондоемкость продукта i, производимого на фондах вида j, $a_{j\tau}^i$ - затраты τ-го продукта на выпуск единицы i-го продукта на j-ом виде фондов отрасли i, $w_{j\ell}^i$ - затраты труда вида ℓ на создание единицы продукции i на фондах вида j, q_i - размер выбытия оборудования в отрасли i, Δ_{ht} задает наличие выбытия в год t в варианте h ($\Delta_{ht}=1$) или его отсутствие ($\Delta_{ht}=0$), p_j^i - цена выходных фондов вида j в отрасли i. Все упомянутые числа неотрицательны.

Тогда способ, описывающий функционирование фондов вида j отрасли i в течение T лет,имеет следующий вид:

$$
\begin{aligned}
\alpha = (\, & 0,\dots,0,-b_j^i,0,\dots,0,\\
& -a_{j1}^i q_i^1,\dots,-a_{j,i-1}^i q_i^1,(1-a_{ji}^i)q_i^1,-a_{j,i+1}^i q_i^1,\dots,-a_{jn}^i q_i^1,-w_{j1}^i q_i^1,\dots,-w_{jL}^i q_i^1,\\
& -a_{j1}^i q_i^t,\dots,-a_{j,i-1}^i q_i^t,(1-a_{ji}^i)q_i^t,-a_{j,i+1}^i q_i^t,\dots,-a_{jn}^i q_i^t,-w_{j1}^i q_i^t,\dots,-w_{jL}^i q_i^t,\\
& -a_{j1}^i q_i^T,\dots,-a_{j,i-1}^i q_i^T,(1-a_{ji}^i)q_i^T,-a_{j,i+1}^i q_i^T,\dots,-a_{jn}^i q_i^T,-w_{j1}^i q_i^T,\dots,-w_{jL}^i q_i^T,\\
& p_j^i b_j^i q_i^T,\ 0),
\end{aligned}
$$

где ради экономии места через q^t обозначено $q^{\sum_{k=1}^{t}\Delta_{hk}}$.

Опишем представление этого способа. Будем задавать его как один подспособ. Пусть $R(i,j)=\sum_{s=1}^{i-1}K_s+j$; $\varphi(t,i)=R(n+1,0)+(n+L)(t-1)+i$. Тогда $\Sigma^b(\alpha)=\{\varphi(t,i): 1\leqslant t\leqslant T;\ \varphi(T+1,1)\}$;

$\Sigma^3(\alpha)=\{R(i,j);\varphi(t,k): 1\leqslant t\leqslant T,\ 1\leqslant k\leqslant n+L,\ k\neq i\}$.

алгоритмы $\mathcal{O}\!\mathcal{L}^{\theta}$ и $\mathcal{O}\!\mathcal{L}^{3}$ можно записать в виде, для которого в качестве данных требуется для $\mathcal{O}\!\mathcal{L}^{\theta}$ число i, для $\mathcal{O}\!\mathcal{L}^{3}$ числа i, j, т.е. $\Sigma^{\theta}(\alpha) = \mathcal{O}\!\mathcal{L}^{\theta}(i)$, $\Sigma^{3}(\alpha) = \mathcal{O}\!\mathcal{L}^{3}(i,j)$.

Опишем алгоритмы, вычисляющие нормативы ингредиентов, и их данные.

$$(\mathrm{I})\ \mathcal{O}\!\mathcal{L}^{s}: (1-a_{ji}^{i})q_i^{\sum_{k=1}^{t}\Delta_{hk}}; \quad \delta^{s}=(a_{ji}^{i}, q_i, t, \Delta_{h1}, \ldots, \Delta_{ht}),$$
$$1\leq t\leq T,\ s\in\gamma=\Sigma^{\theta}(\alpha)\setminus\{\varphi(T+1,1)\}.$$

$$(2)\ \mathcal{O}\!\mathcal{L}^{s}: a_{jr}^{i}q_i^{\sum_{k=1}^{t}\Delta_{hk}}; \quad \delta^{s}=(a_{jr}^{i}, q_i, t, \Delta_{h1}, \ldots, \Delta_{ht}),$$
$$1\leq t\leq T,\ s\in\{\varphi(t,k): 1\leq t\leq T, 1\leq k\leq n, k\neq i\}.$$

$$(3)\ \mathcal{O}\!\mathcal{L}^{s}: w_{jl}^{i}q_i^{\sum_{k=1}^{t}\Delta_{hk}}; \quad \delta^{s}=(w_{jl}^{i}, q_i, t, \Delta_{h1}, \ldots, \Delta_{ht}),$$
$$1\leq t\leq T,\ s\in\{\varphi(t,k): 1\leq t\leq T, n+1\leq k\leq n+L\}.$$

$$(4)\ \mathcal{O}\!\mathcal{L}^{s}: b_j^{i}; \quad \delta^{s}=(b_j^{i}),\ s=R(i,j).$$

$$(5)\ \mathcal{O}\!\mathcal{L}^{s}: p_j^{i}b_j^{i}q_i^{\sum_{k=1}^{T}\Delta_{hk}}; \quad \delta^{s}=(p_j^{i}, b_j^{i}, \Delta_{h1}, \ldots, \Delta_{hT}),\ s=\varphi(T+1,1).$$

Алгоритмы (2) и (3) тождественны, для вычисления нормативов затрат и выпусков способа используется четыре алгоритма, поэтому можно применить преобразование I). Обозначим алгоритм, соответствующий (I), через $\mathcal{L}_1$, (2) и (3) через $\mathcal{L}_2$, $\gamma_1=\Sigma^{\theta}(\alpha)\setminus\{\varphi(T+1,1)\}$, $\gamma_2=\Sigma^{3}(\alpha)\setminus\{R(i,j)\}$. Тогда

$$\Pi(\alpha)=\{\mathcal{O}\!\mathcal{L}^{3}; i,j; \mathcal{O}\!\mathcal{L}^{\theta}; i; \gamma_1, \xi_1, \psi_1; \gamma_2, \xi_2, \psi_2; \mathcal{O}\!\mathcal{L}^{\varphi(T+1,1)}\delta^{\varphi(T+1,1)}; \mathcal{O}\!\mathcal{L}^{R(i,j)}\delta^{R(i,j)}; \mathcal{O}\!\mathcal{L}\}$$

$\xi_1: \mathcal{L}_1$; $\xi_2: \mathcal{L}_2$;

$$\psi_1: \begin{pmatrix} a_{ji}^{i} & q_i & 1 & \Delta_{h1}\ldots\Delta_{hT} \\ & \cdots & & \\ a_{ji}^{i} & q_i & T & \Delta_{h1}\ldots\Delta_{hT} \end{pmatrix}, \qquad \psi_2: \begin{pmatrix} a_{j1}^{i} & q_i & 1 & \Delta_{h1}\ldots\Delta_{hT} \\ a_{j,i-1}^{i} & q_i & 1 & \Delta_{h1}\ldots\Delta_{hT} \\ & \cdots & & \\ a_{j,i+1}^{i} & q_i & 1 & \Delta_{h1}\ldots\Delta_{hT} \\ a_{jn}^{i} & q_i & 1 & \Delta_{h1}\ldots\Delta_{hT} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ a_{jn}^{i} & q_i & T & \Delta_{h1}\ldots\Delta_{hT} \end{pmatrix}$$

Любой способ группы может быть представлен в таком виде, поэтому преобразованные представления удовлетворяют условиям пункта 5). Проведем соответствующие преобразования представлений способов группы I и одновременно экономно зададим данные для алгоритмов. Образуем массивы A^{i} размера $k_i\times(n+L+2)$, где j строку образуют элементы $(b_j^{i}, a_{j1}^{i}, \ldots, a_{jn}^{i}, w_{j1}^{i}, \ldots, w_{jL}^{i}, p_j^{i})$, массивы $q=(q_1,\ldots,q_n)$, $\bar{t}=(1,\ldots,T)$, Δ размера $H\times T$, где строка h состоит из элементов $\Delta_{h1},\dots,\Delta_{hT}$. Тогда способ α^3 получит представление

$$\Pi(\alpha^3)=\{\xi^3\ i,j;\ \xi^6\ i;\ \gamma_i,\ \xi_1,\psi_1;\ \gamma_2,\xi_2,\psi_2;\ \xi_3,\psi_3;\ \xi_4,\psi_4;\ \mathfrak{A}\},$$
$$\xi^3:\mathfrak{A}^3;\ \xi^6:\mathfrak{A}^6;\ \xi_1:\mathfrak{B}_1;\ \xi_2:\mathfrak{B}_2;\ \xi_3:\mathfrak{A}^{\varphi(T+1,1)};\ \xi_4:\mathfrak{A}^{R(i,j)}.$$

Рассмотрим ссылки на данные. Данными для алгоритма $\mathfrak{B}_1$ являются $i+1$-ый элемент j-ой строки матрицы A^i, i-ый элемент массива q, t-ый элемент массива $\bar{t}$ и строка h массива Δ, поэтому ссылка ψ_1 определяется числами i, j, t, h и именами массивов. Данные для $\mathfrak{B}_2$ берутся из j-ой строки матрицы A^i за исключением первого, $i+1$, $n+2$ элементов её. Остальные данные совпадают с данными для $\mathfrak{B}_1$. Данные для $\mathfrak{A}^{R(i,j)}$ – первый элемент строки j из A^i; для $\mathfrak{A}^{\varphi(T+1,1)}$ – первый и последний элементы j-ой строки A^i, i-ый элемент массива q, строка h матрицы Δ. Поэтому ссылки ψ_2, ψ_3, ψ_4 задаются теми же числами i, j, h.

Итак, каждый из способов первой группы имеет описанное представление и определяется полностью числами i, j, h, алгоритмами $\mathfrak{A}^3$, $\mathfrak{A}^6$, $\mathfrak{B}_1$, $\mathfrak{B}_2$, $\mathfrak{A}^{\varphi(T+1,1)}$, $\mathfrak{A}^{R(i,j)}$, $\mathfrak{A}$, массивами A^i, $i=1,\dots,n$; q, $\wedge$. Совокупность всех способов описывается границами $i=1,\dots,n$; $j=1,\dots,K_i$; $h=1,\dots,H$.

Подробное описание алгоритмов, по которым определяются нормативы способов других групп, дано в [I], поэтому, переходя к описанию способов этих групп. не будем проводить детального анализа способов, а остановимся лишь на результатах этого анализа.

Г р у п п а 2. Каждый способ этой группы описывает достройку фондов отрасли i, строительство которых не завершено, в течение μ лет. Имеются начальные фонды на это строительство. В первые $\mu-1$ периодов времени идет строительство с равномерными затратами на него. В год μ строительство заканчивается, причем объем затрат отличается от затрат в предыдущие годы, и начинается выпуск продукции. Объем выпуска продукции в год μ отличается от объема выпуска продукции в годы $\mu+1,\dots,T$. Способ разбивается на два подспособа β и γ, покомпонентной суммой которых он является. β – описывает строительство фондов, γ – их последующее функционирование.

Опишем β. $\Sigma^3(\beta)=\{R(n+1,i);\varphi(t,\kappa):1\leqslant t\leqslant \min(\mu,T),\ \kappa\in\gamma\}$, где γ – единый для всей модели список номеров отраслей, по которым имеются затраты, поэтому

$$\Sigma^{з}(\beta) = \mathcal{O}\!\mathcal{l}^{з}(i,\mu),\ \Sigma^{з}(\rho) = \{\varphi(T+1,1)\}.$$

Будем считать, что представления всех подспособов типа β группы 2 преобразованы в соответствии с 1). Пусть $T_1 = \min\{\max \mu, T\}$, где максимум берется по всем способам второй группы. Тогда имеются T_1 различных групп подспособов, удовлетворяющих 2). Первую группу образуют подспособы с $\mu = 1$, вторую с $\mu = 2$ и т.д. до $\mu = T_1$. Далее, заметим, что эти способы распадаются на две группы. В одну входят подспособы, для которых $\mu = 1$, нормативы затрат и выпусков в них вычисляются с помощью трех алгоритмов, которые мы обозначим через $\mathcal{O}\!\mathcal{l}_1$, $\mathcal{O}\!\mathcal{l}_2$, $\mathcal{O}\!\mathcal{l}_3$. $\mathcal{O}\!\mathcal{l}_1$ вычисляет норматив ингредиента с номером $R(n+1,i)$, $\mathcal{O}\!\mathcal{l}_2$ – нормативы ингредиентов $\{\varphi(\mu,k) : k \in \gamma\}$, $\mathcal{O}\!\mathcal{l}_3$ – норматив ингредиента $\varphi(T+1,1)$.

В другую группу входят все остальные подспособы. В них, кроме алгоритмов $\mathcal{O}\!\mathcal{l}_1$, $\mathcal{O}\!\mathcal{l}_2$, $\mathcal{O}\!\mathcal{l}_3$ используется алгоритм $\mathcal{O}\!\mathcal{l}_4$, который вычисляет нормативы ингредиентов $s \in \{\varphi(t,k) : 1 \leqslant t \leqslant \mu-1,\ k \in \gamma\}$. Следовательно, для вычисления нормативов одних и тех же ингредиентов в разных подспособах используются различные алгоритмы.

Поэтому представления $\Pi(\beta)$ можно переписать в следующем виде:

$$\Pi(\beta) = \{\xi^{з}_{;}\, i,\mu;\ \xi^{в};\ \gamma_1, \xi_1, \psi_1;\ \gamma_2, \xi_2, \psi_2;\ \gamma_3, \xi_3, \psi_3; \gamma_4, \xi_4, \psi_4; \mathcal{O}\!\mathcal{l}\},$$

$$\xi_1 : \mathcal{O}\!\mathcal{l}_1;\quad \xi_3 : \mathcal{O}\!\mathcal{l}_2;\quad \xi_2 : \mathcal{O}\!\mathcal{l}_4;\quad \xi_4 : \mathcal{O}\!\mathcal{l}_3.$$

Здесь

$$\gamma_2 = \{\varphi(t,k) : 1 \leqslant t \leqslant \mu-1,\ k \in \gamma\},\ \gamma_3 = \{\varphi(\mu,k) : k \in \gamma\},$$

$$\gamma_1 = \{R(n+1,i)\},\qquad \gamma_4 = \{\varphi(T+1,1)\}.$$

Отметим, что γ_2 при $\mu = 1$ пусто. Ссылки на данные для этих алгоритмов определяются числами i, μ.

Опишем теперь подспособ γ. Отметим прежде всего, что при $\mu > T$ $\Sigma^{в}(\gamma) = \Sigma^{з}(\gamma) = \varnothing$ и подспособ γ нулевой.

Пусть $\mu \leqslant T$. Тогда $\Sigma^{в}(\gamma) = \{\varphi(t,i) : \mu \leqslant t \leqslant T\}$;
$\Sigma^{в}(\gamma) = \mathcal{L}^{в}(i,\mu)$; $\Sigma^{з}(\gamma) = \{\varphi(t,k) : \mu \leqslant t \leqslant T, 1 \leqslant k \leqslant n+L, k \neq i\}$;
$\Sigma^{з}(\gamma) = \mathcal{L}^{з}(i,\mu)$. Последовательно преобразуя представле-

ния подспособов типа γ в соответствии с I) и 2), выделим, как и в подспособах β, две группы: при $\mu = T$ и $\mu < T$ и четыре различных алгоритма $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2, \mathcal{D}_3, \mathcal{D}_4$, по которым вычисляются нормативы затрат и выпусков в подспособах γ. Пусть

$$\mathcal{R}_1 = \{\varphi(\mu, i)\},\ \mathcal{R}_2 = \{\varphi(t,i) : \mu+1 \leqslant t \leqslant T\},$$

$$\mathcal{R}_3 = \{\varphi(\mu, k) : 1 \leqslant k \leqslant n+L,\ k \neq i\},$$

$$\mathcal{R}_4 = \{\varphi(t,k) : \mu+1 \leqslant t \leqslant T,\ 1 \leqslant k \leqslant n+L,\ k \neq i\}.$$

Тогда представление подспособа можно записать в следующем виде:

$$\Pi(\gamma) = \{\Upsilon^3, i, \mu; \Upsilon^6, i, \mu; \mathcal{R}_1, \Upsilon_1, \varphi_1; \mathcal{R}_2, \Upsilon_2, \varphi_2; \mathcal{R}_3, \Upsilon_3, \varphi_3;$$

$$\mathcal{R}_4, \Upsilon_4, \varphi_4; \alpha\}; \Upsilon^3 : \mathcal{D}^3; \Upsilon^6 : \mathcal{D}^6; \Upsilon_1 : \mathcal{D}_1; \Upsilon_2 : \mathcal{D}_2; \Upsilon_3 : \mathcal{D}_3; \Upsilon_4 : \mathcal{D}_4.$$

Отметим, что $\mathcal{R}_2 = \mathcal{R}_4 = \varnothing$ при $\mu = T$. Алгоритм $\mathcal{D}_1$ вычисляет нормативы выпусков продукта i в год μ, $\mathcal{D}_2$ нормативы выпуска продукта i в годы $\mu+1, \ldots, T$. Соответственно, $\mathcal{D}_3$ вычисляет нормативы затрат продуктов других отраслей и труда на выпуск единицы i-го продукта в год μ, а $\mathcal{D}_4$ - в годы $\mu+1, \ldots, T$. $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ - ссылки на соответствующие данные, которые определяются числом i.

Вся совокупность способов второй группы задается ограничениями $1 \leqslant i \leqslant n$, $1 \leqslant \mu \leqslant M_i$.

Группа 3. Каждый способ описывает создание новых фондов в отрасли i и их функционирование. Строительство начинается в год μ и ведется в течение ν лет, так что выпуск i-го продукта начинается в год $\mu+1$. Способ α^3 является покомпонентной суммой двух подспособов γ^1 и γ^2. γ^1 описывает строительство фондов, γ^2 - их функционирование. Структура подспособа γ^2 совпадает с γ предыдущей группы. Его описание можно повторить, заменяя всюду μ на $\mu+\nu$.

В подспособе γ^1 отсутствуют начальные фонды на строительство: $\Sigma^3(\gamma^1) = \{\varphi(t,k) : \mu \leqslant t \leqslant \mu+\nu,\ k \in \Upsilon\}$,

$$\Sigma^6(\gamma^1) = \{\varphi(T+1, 1)\},\ \Sigma^3(\gamma^1) \doteq \mathcal{L}^6(\mu, \nu).$$

Различные алгоритмы, которые выделяются, вычисляют нормативы затрат

I) при $\nu = 0$ $(\Upsilon_1 = \{\varphi(\mu, k),\ k \in \Upsilon\})$;

2) если $\nu \geq 1$ то а) в год $\mu\ (\Upsilon_2 = \Upsilon_1)$, б) в годы $\mu+1, \ldots, \mu+\nu-1$ $(\Upsilon_3 = \{\varphi(t,\kappa) : \mu+1 \leq t \leq \mu+\nu-1, \kappa \in \Upsilon\})$; в) в год $\mu+\nu$ $(\Upsilon_4 = \{\varphi(\mu+\nu,\kappa) : \kappa \in \Upsilon\})$ и выпуска при $s = \varphi(T+1,1)$. Отметим, что при $\mu = T$ $\Upsilon_3 = \Upsilon_4 = \varnothing$. Данные для подспособов третьей группы совпадают с данными для подспособов второй группы.

Таким образом, подспособ Υ^1 задается числами i, μ, ν, $\mathcal{L}^3$, $\mathcal{L}^6$, пятью алгоритмами, и ссылками на данные группы 2. Подспособ Υ^2 определяется числами i, μ, ν и ссылками на алгоритмы и данные, формирующие подспособ Υ группы 2. Совокупность способов третьей группы описывается следующими ограничениями: $1 \leq i \leq n$, $1 \leq \mu \leq T$, $\Sigma_i \leq \nu \leq 2M_i$.

Группа 4. Способы четвертой группы описывают потребление модели и имеют простую структуру. Способ не распадается на подспособы.

$$\Sigma^6(\alpha^5) = \{\varphi(T+1,2)\};\ \Sigma^3(\alpha) = \{\varphi(\mu,\kappa) : 1 \leq \kappa \leq n\};$$

$$\Sigma^3(\alpha^5) = \mathcal{O}\!\mathcal{l}^3(\mu).$$

Алгоритм $\mathcal{O}\!\mathcal{l}_1$ вычисляет нормативы для $s \in \Sigma^3(\alpha^5)$, $\mathcal{O}\!\mathcal{l}_2$ для $s = \varphi(T+1,2)$. Данными для $\mathcal{O}\!\mathcal{l}_1$ является строка чисел $\alpha_{\tau 1}, \ldots, \alpha_{\tau n}$; для $\mathcal{O}\!\mathcal{l}_2$, кроме этого, задается число C_μ. Таким образом, способ определяется числами μ, τ, алгоритмами $\mathcal{O}\!\mathcal{l}^3$, $\mathcal{O}\!\mathcal{l}^6$, $\mathcal{O}\!\mathcal{l}_1$, $\mathcal{O}\!\mathcal{l}_2$, данными для них. Данные образуют массив $\mathcal{D}$ размера $\bar{d} \times n$ и массив C длины T. Совокупность всех способов определяется ограничениями $1 \leq \mu \leq T$, $1 \leq \tau \leq d_\mu$, $d_\mu \leq \bar{d}$.

Таким образом, для каждой группы способов удается построить некий "обобщенный" способ, из которого при различных значениях параметров получаем способы линейной динамической модели оптимального планирования.

Формирование сельскохозяйственной модели. Описание модели внутрихозяйственного планирования

Опишем характерные черты модели внутрихозяйственного планирования сельскохозяйственного предприятия.

I. Наличие внутри хозяйств различных территориальных единиц - отделений, бригад, которые используют независимо различные ресурсы - землю, труд, и т.д. В связи с этим возникающие задачи линейного программирования имеют блочно-диагональную структуру. В то же время имеются ограничения общие для всего хозяйства.

2. Внутри каждого отделения выделяются две отрасли: растениеводство и животноводство (куда мы будем относить также птицеводство и т.п.), которое потребляет корма, производимые растениеводством.

Опишем структуру способов задачи, относящихся к одному подразделению. Проделаем это на макете задачи о выборе производственной структуры сельскохозяйственного предприятия в условиях орошаемого земледелия.

Имеются ингредиенты общие для всего предприятия: Ia) зерно товарное (в центнерах), 2a) молоко (ц), 3a) мясо (ц), 4a) вода на орошение (тысячи м).

В данном хозяйстве учитываются следующие ингредиенты:
Виды земли: I) пашня богарная (га), 2) пашня орошаемая (га), 3) неулучшенные естественные угодья (га), 4) улучшенные естественные угодья (га), 5) площади лиманного орошения (га), а также 6) овощи для внутреннего потребления (ц), 7) трудовые ресурсы (чел./час).
Виды кормов: 8) зерновые на фураж (ц), 9) сено (ц кормовых ед.), I0) силос (ц. к. ед.), II) кормовые корнеплоды (ц.к.д). Зеленые корма, различаемые по времени выхода: I2) в мае (ц.к. ед), I3) в сентябре (ц.к.ед.).

Рассматривается следующий набор технологических способов.
а) Способы использования орошаемых земель.
Предусматривается производство:

I. зерновых озимых товарных с поливом по полосам с последующим посевом пожнивных без полива. 2. Зерновых озимых товарных с поливом по полосам с последующим посевом пожнивных с поливом по полосам. 3. Зерновых озимых фуражных с поливом по полосам без пожнивных. 4. Зерновых озимых товарных с поливом по полосам без пожнивных. 5. Однолетних трав на лето с поливом по полосам. 6. Однолетних трав на зеленый корм I-го срока сева, полив по полосам. 7. Однолетних трав на зеленый корм 2-го срока, полив по полосам. 8. Однолетних трав на силос, полив по полосам. 9. Сахарная свекла на корм, полив дождеванием. I0. Сахарная свекла на корм, полив по полосам. II. Сахарная свекла на корм, полив по бороздам. I2. Овощи, полив

дождеванием. I3. Овощи, полив по полосам.
б) Способы использования богарной пашни.
Способы производят продукцию: I4. Зерновые озимые товарные. I5. Зерновые озимые фуражные. I6. Однолетние травы на сено. I7. Однолетние травы на зеленый корм, I-го срока сева. I8. Однолетние травы на зеленый корм, 2-го срока сева. I9. Однолетние травы на силос. 20. Сахарную свеклу на корм.
в) Способы улучшения угодий: 2I. Способ улучшения естественных угодий. 22. Способы подготовки угодий к лиманному орошению.
г) Способы использования естественных угодий.
I) неулучшенных: 23. Использование трав с неулучшенных угодий на зеленый корм.
2) улучшенных: 24. Использование трав улучшенных угодий на зеленый корм. 25. Использование трав улучшенных угодий на сено.
3) улучшенных с лиманным орошением: 26. Использование трав с площадей лиманного орошения на зеленый корм. 27. Использование трав площадей лиманного орошения на сено.
д) Технологические способы животноводства: 28. Содержание крупного рогатого скота по I-ому варианту структуры стада. 29. Содержание крупного рогатого скота по 2-ому варианту структуры стада.

Приведем макет задачи линейного программирования (таблица I).

В макете указаны лишь затраты и выпуски в способах, их величины должны быть рассчитаны. Знак " + " указывает выпуск, знак " - " затраты соответствующего ингредиента. При указанных ограничениях нужно максимизировать целевую функцию, которая определяет чистый доход хозяйства. В нашу задачу входит описание алгоритмического получения этой матрицы из данных, сведенных в таблицы. Приступим к непосредственному рассмотрению структуры способов. Сначала рассмотрим способы относящиеся к растениеводству. Выделим среди них следующие группы:

α) Способы, описывающие производство только одного вида продукции: это способы с номерами 3, 4, 5, 7, 8, 9, I0, II, I4, I5, I6, I8, I9, 20, 2I, 22, 25, 27.

β) Способы, описывающие комплексное использование выделываемой сельскохозяйственной культуры: сюда входят I2, I3 способы, сюда же отнесем способы 6, I7, 23, 24, 26.

γ) Способы, описывающие последовательное выращивание на одном гектаре земли различных культур: I, 2 способы.

Таблица I.

Ограничения / Переменные	Линейная форма	Межхозяйственные ограничения				Внутрихозяйственные условия												
		Ia	2a	3a	4a	I	2	3	4	5	6	7	8	9	I0	II	I2	I3
I	a	a			-a		-I					-a						a
2	a	a			-a		-I					-a						a
3	a	a			-a		-I					-a						
4	-a				-a		-I					-a	a					
5	-a				-a		-I					-a		a				
6	-a				-a		-I					-a					a	a
7	-a				-a		-I					-a						a
8	-a				-a		-I					-a			a			
9	-a				-a		-I					-a				a		
I0	-a				-a		-I					-a				a		
II	-a				-a		-I					-a				a		
I2	a				-a		-I				a	-a						a
I3	a				-a		-I				a	-a						a
I4	a	a				-I						-a						
I5	-a					-I						-a	a					
I6	-a					-I						-a		a				
I7	-a					-I						-a					a	a
I8	-a					-I						-a						a
I9	-a					-I						-a			a			
20	-a					-I						-a				a		
2I	-a							-I	+I			-a						
22	-a								-I	+I		-a						
23								-I									a	a
24									-I								a	a
25	-a								-I			-a		a				
26										-I							a	a
27										-I		-a		a				
28	a		a	a								-a	-a	-a	-a	-a	-a	-a
29	a		a	a								-a	-a	-a	-a	-a	-a	-a
	max	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$	$\leq$
		b_1	b_2	b_3	$-b_4$	$-b_1^1$	$-b_2^1$	$-b_3^1$	$-b_4^1$	$-b_5^1$	b_6^1	$-b_7^1$	0	0	0	0	0	0

Будем в дальнейшем различать способы типа α , β , γ . Изучим способы типа α . Все способы этого типа производят только один вид продукции, поэтому шкала выпусков задается указанием номера соответствующего ингредиента $\Sigma^{\ell}(\alpha) = \{i\}$. Структура затрат различается: в одних это вид земли и ингредиент 7 (труд), в других к ним добавляется ингредиент 4а (вода на орошение). Поэтому легко указать такой алгоритм $\mathfrak{A}^3$, что для любого способа типа α $\Sigma^3(\alpha) = \mathfrak{A}^3(i)$, где $1 \leqslant i \leqslant 5$.

Рассмотрим, каким образом рассчитываются нормативы затрат и выпусков в способах α . Рассчитываются следующие нормативы: выход зеленых кормов по месяцам, выход кормов (в к.ед.) и переваримого протеина с Iга кормовых культур, оросительные нормы, затраты труда по орошаемым и неорошаемым культурам. Прямые затраты в руб/га и затраты труда в чел./час./га по неорошаемым культурам рассчитывается по формуле

$$з_1 = з_0^1 + з_0^2 u_1 , \qquad (I)$$

где $з_1$ - норматив прямых затрат (общих в рублях и труда в чел./час), $з_0^1$ - затраты, не зависящие от урожайности, $з_0^2$ - затраты, зависящие от урожайности, рассчитанные на I ц продукции, u_1 - урожайность.

2. Пусть $з_0'$ обозначает затраты, не связанные с поливом и не зависящие от норм и способа полива, $з_0^{экс}$ - затраты на эксплуатацию и ремонт внутрихозяйственной сети; q_j - оросительную норму, $з_j$ - затраты (общие в руб/га и чел./часах/га) на полив j -ым способом, $з_к$ - эксплуатационные межхозяйственные затраты и затраты на ремонт межхозяйственной сети, подводящей воду к $к$ -ому хозяйству (массиву) в руб /м³ воды. Тогда норматив затрат на I га культуры в $к$ -ом хозяйстве, орошаемой j -ым способом, вычисляется по формуле

$$з'_{jк} = з_0' + з_0^{экс} + з_j + з_к q . \qquad (2)$$

3. Оросительная норма

$$q_j = \sum_{l=1}^{n_j} q_{jl} , \qquad (3)$$

где q_{jl} - расход воды при l -ом поливе j -ой культуры, $l = 1, \dots, n_j$.

4. Перевод кормовой продукции в физическом выражении в кормовые единицы и протеин производится по соответствующим коэффициентам.

5. Выход зеленых кормов по месяцам определяется в долях от общей урожайности.

Таким образом, в способах типа α компоненты, соответствующие ингредиенту 4а, рассчитываются по формуле (3), ингредиентам I, 2, 3, 4, 5 равны +I либо 0, ингредиенту 7 - по формуле (I) для неорошаемых культур и по формуле (2) для орошаемых, ингредиентам 8, 9, I0, II, I3 - рассчитываются как произведение некоторого коэффициента на урожайность. Всего используется пять различных алгоритмов для вычисления компонент способов.

Теперь нужно указать, какие данные следует использовать для вычисления компонент способа. Из таблиц данных выясняем, что они зависят от культур, вида земли, на которой она выращивается, от того, для каких целей используется эта культура. Например, однолетние травы, выращиваемые на сено и на зеленый корм, имеют различные показатели урожайности, затрат труда и оросительные нормы, различное содержание протеина и кормовых единиц. Поэтому вполне оправданно считать различными культурами однолетние травы, выращиваемые на сено и на зеленый корм. С указанных позиций определим набор культур, используемых в способах.

Далее поступим следующим образом. Возьмем максимальный набор показателей, необходимых для вычисления компонент способов типа α. (исключая общие для всех культур показатели), и построим матрицу показателей. В этой матрице будет столько столбцов, сколько показателей, и столько строк, сколько различных культур. В способах 2I и 22 не участвует сельскохозяйственная культура, поэтому введем две фиктивных культуры с единичной урожайностью и затратами труда $З_0^i$ в формуле (I), равной α, и остальными показателями, равными нулю. Опишем теперь представление подспособа типа β. Объединим формулы (2) и (I) в один алгоритм, добавив к необходимым данным вид земли. Теперь все способы типа β удовлетворяют условиям пункта I и 3.

Способы типа β отличаются от способов типа α только шкалой выпусков, которую будем задавать перечислением соответствующих ингредиентов.

Способы типа γ распадаются на два подспособа, каждый из которых есть подспособ типа α или β.

Поскольку в способах растениеводства для каждого ингредиента применяются одни и те же алгоритмы, можно образовать "общий" способ из алгоритмов $\mathcal{Ol}^3$, $\mathcal{Ol}^6$ и пяти алгоритмов, вычисляющих компоненты подспособа, каждый со списком ингредиентов, для которых он применяется, и набором ссылок на данные. Представление каждого подспособа можно записать в таком виде: $\Pi(\alpha)=\{i;j,k;n\}$, где по i получаем $\Sigma^3(\alpha)$, по j,k $\Sigma^6(\alpha)$, n задает строку матрицы показателей. $\Pi(\alpha)$ получается пересечением $\Sigma(\alpha)$ и списков ингредиентов "общего" представления.

Перейдем теперь к способам животноводства (28 и 29 способы). Их шкалы выпусков и затрат задаются просто. Для вычисления нормативов ингредиентов применяется один алгоритм. Задается j-ый вариант структуры стада вектором $\alpha d^j=(\alpha d^j_1,\dots,\alpha d^j_m)$, $d^j_i>0$, $\sum_{i=1}^{m} d^j_i=1$, где d^j_i – доля i-ой половозрастной группы от общего поголовья, $\alpha d^j_i=1$. Если $a=(a_1,\dots,a_m)$-вектор нормативов затрат или выходов продукции по каждой половозрастной группе на среднефуражную голову, то комплексный норматив

$$a^j=\sum_{i=1}^{m} a_i\,\alpha\, d^j_i .$$

Данными для этого алгоритма служат наборы вариантов стада $\mathcal{D}$, затрат и выходов продукции A. Итак, $\Sigma^3(\delta)=\{i: 7\leqslant i\leqslant 13\}$;

$$\Sigma^6(\delta)=\{2a,3a\};\ \Pi(\delta)=\{\xi^3;\xi^6;\Sigma(\delta),\xi,\Psi\},$$

$$\xi^3:\mathcal{Ol}^3;\ \xi^6:\mathcal{Ol}^6;\ \xi:\mathcal{Ol}.$$

Ссылка Ψ определяется номером h строки из $\mathcal{D}$ и номером ℓ строки из A.

Рассмотрим теперь задачу в целом. Пусть хозяйство состоит из нескольких подразделений, которые имеют свои наборы ингредиентов, технологических способов и исходных данных. Предлагается задавать следующую информацию о хозяйстве в целом:

1) Номенклатуру $\bar{I}$ ингредиентов хозяйства, являющуюся объединением наборов ингредиентов отдельных хозяйств.

2) Для каждого ингредиента из $\bar{I}$ задается алгоритм, вычисляющий соответствующий норматив по растениеводству; аналогичный набор алгоритмов задается для вычисления нормативов по животноводству; ссылки на данные, задаются в номенклатуре пункта 3.

3) Определяется единая номенклатура показателей для сельскохозяйственных культур; данные о каждой культуре во всех подразделениях задаются в этой номенклатуре показателей.

Для каждого подразделения задается:

а) Набор ингредиентов $I_k \subset I$.

б) Культуры нумеруются независимо от других подразделений.

в) Информация о представлениях способов задается в номенклатуре I .

г) Задаются данные о культурах, используемых в данном подразделении.

По информации I), 2), а) определяется "общее" представление способа k -го подразделения по растениеводству и животноводству. По этому представлению и информации пунктов в), г) получаем способы каждого подразделения.

В заключение отметим, что подобный анализ моделей полезен при создании специализированных языков для алгоритмического формирования важных классов моделей, при переходе от одной формы задания модели к другой и в некоторых других случаях.

Литература

I. Макаров В.Л., Маршак В.Д., Фефелов В.Ф. Алгоритм формирования оптимальных динамических моделей "затраты-выпуск". - "Алгоритмы и программы реализации народнохозяйственных моделей", Новосибирск, 1971, с. 116-133.

2. Петрова Л.Т. Схемно-списочная символика в языке ДЕЛЬТА-ЭПСИЛОН, настоящий сборник, стр. 65-79.

3. Канторович Л.В., Макаров В.Л. Вопросы разработки и использования крупноагрегированной модели оптимального перспективного планирования. -"Оптимальное планирование", 1967, вып.8, с. 23-35.

4. Кардаш В.А., Пражинская В.Г. Планирование использования действующих оросительных систем. -"Оптимальное планирование", 1966, вып.3, с. 57-79.

Поступила в ред.-изд.отдел
30 марта 1972 г.