

## I. Из архива Л.В.Канторовича

**СТЕНОГРАММА МЕТОДОЛОГИЧЕСКОГО СЕМИНАРА  
МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА МГУ****Обсуждение книги Л.В.Канторовича "Экономический  
расчет наилучшего использования ресурсов"<sup>1</sup>**

25 мая 1961 года

**С.А.Яновская.** Заседание методологического семинара, посвященное обсуждению книги Леонида Витальевича Канторовича "Экономический расчет наилучшего использования ресурсов", объявляется открытым.

Слово для доклада предоставляется Л.В.Канторовичу.

**Л.В.Канторович.** Хочу начать доклад с небольшого предисловия. Я в несколько затруднительном положении, потому что математические методы в экономике, которых будет касаться мой доклад, являются новой, но уже довольно обширной областью, затрагивающей две науки – математику и экономику. Но в то же время эта область еще очень мало разработана. Поэтому, по-видимому, придется дать некоторое представление о самых основных задачах данной области, но в то же время нельзя ограничиться очень краткой информацией, и поскольку мой доклад в какой-то мере

---

<sup>1</sup> См.: Канторович Л.В. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. – М.: Изд-во АН СССР, 1959 г.

ставится как дискуссионный, то в нем должны найти отражение и те вопросы, которые послужили предметом дискуссии.

План доклада я строю таким образом: некоторая вводная часть, в которой хочу осветить методологические проблемы и их экономический характер, затем я дам математическую характеристику этих проблем и потом опять вернусь к тем методологическим вопросам, которые возникнут в связи с экономическим осмыслением получаемых математических результатов.

Должен предупредить, что у меня будет, когда я стану говорить о вопросах экономики, некоторая текстовая часть. Математики не очень привыкли относиться к текстовой части с должным вниманием, хотя и в словесных формулировках могут быть совершенно конкретные и содержательные тезисы. Поэтому я просил бы уделить некоторое внимание и этой части доклада.

Начало я частично прочту, чтобы не занимать слишком много времени.

Сорок лет назад В.И. Лениным был подписан декрет об образовании Государственной плановой комиссии, в результате чего были созданы организационные предпосылки для использования одного из решающих преимуществ социализма — планового развития народного хозяйства.

Прошедшие сорок лет, громадные успехи в развитии народного хозяйства, достигнутые за это время, являются не только свидетельством преимуществ социалистического строя, но и свидетельством того, что государственное планирование, планирование народного хозяйства социалистической системы полностью себя оправдало в сложных условиях капиталистического окружения, в масштабе грандиозной страны.

Однако партия, а вместе с ней и советская наука сосредотачивают внимание на нерешенных вопросах, на устранении недостатков, на текущих и перспективных задачах.

В планировании имелись определенные недостатки и в прошлом. Все развивающееся и усложняющееся социалистическое производство, решение основной экономической задачи предъявляют новые большие требования к планированию и к экономической науке.

Очень важным этапом явились июльский и январский Пленумы ЦК. Хотя вопросы развития экономической науки неоднократно ставились и раньше, но именно на июльском Пленуме ЦК впервые не в отдельных выступлениях, а в решениях Пленума была поставлена как очередная нестолжная задача — задача совершенствования планирования, совершенствования системы ценообразования и экономических показателей работы предприятий. Эта задача выдвинута как актуальнейшая государственная задача, в том числе она поставлена и перед советской наукой.

Известная неразрешенность этой задачи к настоящему времени, помимо имевшего место отставания экономической науки, недостаточно интенсивной работы в ней, имеет причиной и некоторые большие объективные трудности. На этих трудностях я хочу сейчас остановиться, потому что они в экономических проблемах определенным образом играют роль и отражаются на математической трактовке этих проблем. Хочу о них поговорить описательно экономически.

Я назвал бы три такие трудности.

1. Многообразие возможных решений, плановых и экономических, в условиях современного производства проявляется в том, что одного и того же вида продукция может производиться на разных предприятиях, одни виды продукции могут заменяться другими, могут использоваться разные виды сырья и т.д., могут быть натуральные продукты и синтетические заменители и т.п. В каждом вопросе могут быть, скажем, три решения, а если возьмем сочетание решений — различные планы, то тут получим  $3^{100}$  возможных вариантов, откуда ясно, что примитивное непосредственное сопоставление всех этих вариантов было бы немислимо.

2. Необходимость сочетания балансовых и стоимостных моментов. С одной стороны, к планам предъявляется требование балансовой согласованности. Например, при определенных ресурсах труда надо предусмотреть затраты в пределах, не больших чем эти трудовые ресурсы составляют. Продукция должна быть произведена не какая попало, а та, которая определяется потребностями. Должны быть сбалансированы промежуточные продукты. Угля, например, должно быть столько произведено, сколько будет по-

треблено в других отраслях. С другой стороны, важно, чтобы продукция была произведена с минимальными затратами, в соответствии с принципом экономии труда. Эти два условия не так непосредственно согласуются друг с другом. Вы определяете, например, на каких предприятиях производить данные виды продукции. Может оказаться, что дешевле всего, с наименьшими затратами все 10 видов продукции производятся на каком-то одном предприятии, а на других затраты на их производство больше. Если вы распределение сделаете исходя из минимума затрат, то в таком случае нарушится балансовая пропорциональность: первое предприятие будет перегружено, а другие - недогружены. Нужно учитывать сочетание этих моментов. Этот вопрос возникает и в математической постановке, и это нетривиальная задача в математике.

3. Невозможность и недопустимость полной централизации решений. Если предпринять попытку в центре составить план, в котором предусмотреть с полной детальностью все технические и экономические решения, то этот план немисливо было бы ни составить, ни осуществить, так как это было бы вроде тех военных планов, над которыми издевался Лев Толстой в "Войне и мире", такие планы были бы совершенно нереальны.

Важно построить и найти такие методы выбора технических и экономических решений, которые бы позволили обеспечить принцип демократического централизма, чтобы планово-экономические решения принимались на всех уровнях сверху донизу и были взаимно согласованными.

В докладе я ставлю целью показать, какую роль могут сыграть в решении этих задач математика и ее средства. Сосредотачиваю внимание на методологических вопросах, но в какой-то мере придется коснуться и существа вопроса.

Вопросы методологии применения математики в экономике уже ставились, в частности, они были в центре внимания год тому назад проходившего первого Всесоюзного совещания по применению математики в экономических исследованиях. Эта первая встреча математиков и экономистов была очень полезной, но в ней выявилось неполное взаимное понимание: в частности, у ряда экономи-

стов были недостаточно обоснованные опасения в отношении при-  
менения математики в экономике.

Высказывались опасения, как бы не произошло так, что ис-  
чезнет экономическая материя и останутся одни формулы и т.д.

Интенсивно происходящий в науке процесс математизации за-  
хватывает все новые области науки и человеческой деятельнос-  
ти. Этот процесс объективно порождается, с одной стороны, уси-  
лением мощи теоретических и технических средств математики, в  
частности появлением электронных счетных машин, с другой сто-  
роны, усложнением объектов исследования в других науках и в  
жизни, необходимостью углубления исследования, уточнения коли-  
чественной стороны анализа.

Важно подчеркнуть, что ввиду закона перехода количества в  
качество и по другим причинам нередко оказывается, что матема-  
тический анализ служит и эффективным средством раскрытия новых  
качественных сторон явлений. Достаточно сослаться на открытие  
Нептуна, анализ качественной стороны явлений в сверхзвуковых  
потоках и др. вопросы.

Общие принципы взаимосвязи явлений и взаимопроникновения  
наук действительны и для экономической науки. Более того, эконо-  
мическая наука, в которой количественная сторона явлений  
играет особенно большую роль, представляет самое благодатное  
поле для применения математических методов. Это подтверждается  
историей науки. Известно, какое важное место математические  
формулы и абстракции занимают в "Капитале" Карла Маркса. Карл  
Маркс творчески овладел и аппаратом высшей математики, именно  
имея в виду его использование в экономических исследованиях.  
Исключительное значение статистическому и цифровому анализу  
придавал и В.И. Ленин.

Таким образом, то обстоятельство, что математика до недав-  
него времени почти не использовалась в наших экономических  
исследованиях, следует считать плодом недоразумения. В настоя-  
щее время на такой позиции стоит и большинство экономистов.

Несомненно, что в силу ряда причин в социалистическом про-  
изводстве, ввиду сложности экономического анализа в нем, боль-  
ших требований к его точности, поскольку этот анализ у нас

служит базой для конкретных практических решений, математические средства должны играть еще большую роль, чем в марксовской теории капиталистического производства. Я убежден, что именно недостаточное использование этих методов экономической наукой является существенным тормозом в овладении сложными закономерностями современной социалистической экономики.

Можно констатировать процесс возникновения новой прикладной математической науки, которая может быть названа математической экономикой, специально развивающей математический аппарат, приспособленный для исследования количественной стороны экономических явлений. Эта наука использует как классический математический аппарат — анализ, математическую статистику, так и аппарат, специально созданный в связи с её задачами — линейное программирование и другие области прикладной математики.

По отношению к экономической науке математическая экономика должна занять такое же место, какое занимает математическая физика и теоретическая механика по отношению к физике и механике.

Таким образом, в своих методологических принципах и предпосылках математическая экономика должна опираться на марксистскую экономическую науку, служа ей и обогащая её новыми средствами.

Поэтому понятна полная неуместность противопоставления математической экономики, скажем, политической экономии, опасение, что создание таковой приведет к отрыву количества от качества, ослаблению внимания к качественной стороне в конкретных экономических науках и т.д. Очевидно, что, наоборот, наличие дисциплины, специально создающей необходимый математический аппарат для экономических наук, обогащающий их новыми эффективными средствами, может сделать эти науки еще более действенными в познании и овладении экономическими явлениями, способствовать интенсивному их развитию.

Это прекрасно видно на примере физики и механики, где применение математической физики и теоретической механики не только не лишило физику и механику их предмета, но и оказало

неоценимую помощь в овладении важнейшими проблемами микромира, космоса и т.д. Обычно применение этих методов базируется на создании некоторых математических моделей для соответствующего круга явлений, например для динамики системы материальных точек в механике. В соответствии с этими общими принципами должно строиться и применение их в экономике. Это подтверждает и экономическая теория капиталистического производства К.Маркса, в которой такую большую роль играют модели. Именно при построении и выборе математической модели прежде всего сказывается содержательный анализ предмета. Только при правильной методологии, при правильном понимании существа предмета модель будет научно полноценной, будет отвечать природе анализируемых явлений, сохранять их важнейшие черты и отвлекаться от второстепенных. При оценке качества модели играет также важную роль практика как критерий истинности всякого познания. Обоснованность, качество и полнота модели проверяются на соответствие её предпосылок и выводов практике тем, насколько её использование помогает овладению данным кругом явлений.

Применительно к социалистической экономике основную роль играют оптимальные модели. Я опишу сейчас две производственные модели - линейные модели оптимального текущего и перспективного планирования. Начну с объяснения и анализа этих моделей, а затем коснусь вопроса о степени обоснованности сделанных предпосылок и возможной области применения моделей.

Опишем модель текущего производственного планирования. В основу модели кладется ряд ингредиентов, и этими ингредиентами могут быть различные виды ресурсов: труд, производственные мощности, иногда природные источники, а также различные виды продукции (промежуточной и конечной).

Мне удобно число ингредиентов принять равным  $n+m$ , потому что экономически и математически одна часть из них играет несколько иную роль, чем другая.

Основным элементом плана является производственный или технологический способ. Под производственным способом понимается любой производственный процесс, который характеризуется вектором, в котором компоненты указывают соответственно (в

зависимости от знака) затраты или произведенную продукцию, т.е. сколько данного ингредиента затрачивается либо сколько производится. Этот производственный способ характеризуется таким вектором:

$$\left( a_1^{(s)}, \dots, a_n^{(s)}, \dots, a_{n+m}^{(s)} \right),$$

причем положительные компоненты говорят о том, что данный ингредиент получается в данном способе, а отрицательные - что он затрачивается. Например, при выплавке чугуна: а) затрачивается 1,3 тыс. тонн руды, 1,5 тыс. тонн угля, на сутки занимается обрудование доменной печи и т.д.; б) получается 1 тыс. тонн чугуна. Первое с минусом, второе - с плюсом.

Если какой-то ингредиент в данном способе не участвует, то ему соответствует нулевая компонента.

Между прочим, в экономических вопросах довольно широко применима гипотеза линейности, т.е. что каждый из способов может быть применен с любой интенсивностью  $h_s$  (помножен на любой коэффициент).

Существенно, однако, очень важное экономическое требование, имеющее большое значение и в математическом анализе: интенсивность применения способов непременно не отрицательна, потому что из одной сосны можем сделать десять стульев, но если бы мы попробовали применять коэффициент  $-1$ , то пришлось бы из десяти стульев сделать сосну, что невозможно. Значит, существенно, что интенсивности - не отрицательные числа. Номера способов изменяются от единицы до  $S$ :  $s=1, \dots, S$ .

Что же разумеется под планом? План представляет собой набор интенсивностей, который указывает, какие способы и с какой интенсивностью применяются. План характеризуется определенным балансом всех ингредиентов:

$$z_i = \sum_s a_i^{(s)} h_s.$$

$z_i$  могут быть положительные. Это значит, что соответствующий ингредиент в данном плане производится,  $z_i$  могут быть отрицательные, значит, соответствующий ингредиент затрачивается.

Таково общее математическое описание модели.



Теперь остановлюсь на граничных условиях, которые могут ставиться равным способом. Я сформулирую условия, характеризующие допустимый и оптимальный планы. Нужно оговорить, что эти условия ставятся не обязательно в таком виде, как я описываю их ниже.

Будем считать, что экономически у нас первые  $n$  ингредиентов играют роль ресурсов, а остальные  $m$  — виды произведенной продукции. Условия выглядят так.

1)  $x_l \geq x_l^0$ ,  $l=1, \dots, n$ . Это значит, что ресурсные ингредиенты затрачиваются в размере не большем, чем имеющиеся ресурсы. Здесь знак  $\geq$  потому, что эти ресурсы — отрицательные числа. А для абсолютной величины это означает ограничение, что их используется не больше, чем имеется в наличии.

2) Что касается производимых видов продукции, то требуется, чтобы эта конечная продукция производилась в заданной пропорции. Для человека нужно в год две пары сапог, десять пудов зерна и т.д. Следовательно, нужно производить продукцию не как попало, а комплектно, в соответствии с потребностями:

$$\frac{x_{n+1}}{R_1} = \dots = \frac{x_{n+m}}{R_m} = z.$$

3) И, наконец, третье условие. Если число полных комплектов наборов обозначим через  $z$ , то условием оптимальности плана будет требование максимума этой величины:

$$z = \min_{j=1, \dots, m} \frac{x_{n+j}}{R_j} = \max.$$

Итак, три условия определяют оптимальный план:

1)  $x_l \geq x_l^0$ ,  $l=1, \dots, n$ ;

2)  $\frac{x_{n+1}}{R_1} = \dots = \frac{x_{n+m}}{R_m} = z$ ;

3)  $z = \min_{j=1, \dots, m} \frac{x_{n+j}}{R_j} = \max.$

Если по какому-либо виду продукции поставить жесткое условие, т.е. продукция должна быть произведена в заданных размерах, то математически она перейдет в первую группу переменных,

так что не обязательна именно такая смысловая интерпретация, такая приводилась выше.

Для примера приведу три конкретные задачи, описываемые этой моделью.

Первая задача - о распределении программы. Имеется ряд предприятий, на которых может быть произведено несколько видов продукции. Продукция  $i$ -го вида может быть произведена на всех или некоторых из имеющихся предприятий.

Какой вид продукции на каком предприятии нужно производить, чтобы в общем получить комплектный выпуск продукции на всех предприятиях и в максимальном количестве? Что нужно для этого? Нам надо определить оптимальный план: числа  $n_{ik}$ , указывающие, сколько времени  $k$ -е предприятие должно отвести для производства  $i$ -го вида продукции.

В чем будет заключаться производственный способ в данной задаче? Каждый способ имеет только два ингредиента: время работы предприятия со всеми необходимыми для обеспечения его работы затратами и какое-то количество получаемого продукта. Всего  $i \cdot k$  производственных способов, каждый из которых представляет производство одного из  $i$  видов продукции на некотором из  $k$  предприятий. Нужно определить интенсивности этих способов (см. табл. 1, 2).

Из табл. 2 видно, что не безразлично, как распределить производственную программу между предприятиями. Здесь приведен пример с тремя предприятиями и двумя изделиями. Дано простейшее распределение программы - разверстка: оба вида продукции примерно поровну производятся на каждом из предприятий, в итоге в среднем производится по 750 тех и других изделий. На этой же таблице приведено другое решение, когда распределение сделано оптимальным образом и в результате производится по 840 тех и других изделий. При тех же затратах, если исключить материалы (материалы исключаем, так как предполагается, что в данном случае затраты на них всегда одни и те же), при оптимальном варианте производится на 12% продукции больше. Вот - эффект оптимального решения.

## Производственные мощности предприятий и затраты

Пред-прия-тия	Месячная производи-тельность		Месячные затраты предприятия (тыс. руб.)	Стоимость обработки (тыс. руб.)		Материалы (тыс. руб.)	Себестоимость изделий (тыс. руб.)		
	изд.1	изд.2		изд.1	изд.2		изд.1	изд.2	
А	40	20	400	10	20	6	4	16	24
Б	60	40	600	10	15	6	4	16	19
В	50	50	400	8	8	6	4	14	12

## Распределение программы

Пред-прия-тия	План 1				План 2			
	Работа в месяцах по производству		Годовая программа		Работа в месяцах по производству		Годовая программа	
	изд.1	изд.2	изд.1	изд.2	изд.1	изд.2	изд.1	изд.2
А	4	8	160	160	12	-	480	0
Б	5	7	300	280	6	6	360	240
В	6	6	300	300	-	12	-	600
Всего:			760	740			840	840

Если в данном случае - при трех предприятиях и двух видах продукции - такое оптимальное решение можно найти довольно легко, по здравому смыслу, хотя и в этом случае нельзя поручиться, что оно будет реализовано, то если взять реальный сложный случай: десятки предприятий и сотни видов продукции, станет ясно, что оптимальное решение без специальных методов найдено быть не может.

Другая, хорошо известная транспортная задача - когда какой-либо однородный продукт - уголь или сахар - в ряде пунктов страны производится, а в другие - пункты потребления - перевозится. Откуда и куда везти, чтобы бумажные затраты по перевозке были минимальными? Довольно ясно, что это тоже подходит под данную схему.

Третий пример - комплексная обработка сырья, когда одно и то же сырье может обрабатываться несколькими способами и каждый раз будет производиться свой набор продуктов. Какое сочетание этих способов взять, чтобы получить из данного сырья максимальную продукцию нужного состава?

Примером задач этого рода является задача о рациональном раскрое, когда лист можно разным способом кроить на заготовки. Какие применить способы, чтобы получить наибольший эффект?

Я хочу привести некоторое решение данной проблемы. Прежде всего выдвигается такой вопрос: если для данной задачи построить план, то как узнать, оптимальный он или нет? Может быть, и так найден оптимальный план и нет надобности что-то пересчитывать и беспокоиться? А за такой задачей естественно последует другая: как найти оптимальный план?

Оказывается, что решение и первой, и второй задач базируется на теореме, дающей критерий оптимальности плана. Эта теорема имеет и математическую формулу, и наглядный экономический смысл.

Оптимальный план характеризуется наличием системы разрешающих множителей или оценок для всех ингредиентов. Эта конкретная система оценок, связанная с данной задачей, такого рода, что в оптимальном плане, во-первых, для каждого способа выполнено следующее неравенство: оценки всех способов меньше или

равны нулю, и, во-вторых, для способов, фактически применяемых в данном плане, эти оценки равны нулю.

**Теорема.** Для всех ингредиентов существуют оценки  $\xi_1, \dots, \xi_{n+m}$  такие, что

$$1) \xi_i \geq 0;$$

$$2) \sum_i a_i^{(s)} \xi_i \leq 0, h_s \geq 0;$$

$$3) \sum_i a_i^{(s)} \xi_i = 0, h_s > 0.$$

Если для данного плана могут быть указаны такие оценки, что выполнены эти условия, то план оптимальный, а если план оптимальный, то такие оценки всегда существуют.

Можно сказать, что это внутренние, теневые, оценки для всех ингредиентов, показывающие, во что и как надо ценить отдельные ингредиенты, чтобы правильно экономически считать в данных условиях.

Что представляет эта сумма  $\sum_{i=1}^{n+m} a_i^{(s)} \xi_i$ ? Если  $\xi_i$  — цены, то данная сумма — калькуляция денежного итога этого способа. Мы подсчитываем, сколько в нем производится, сколько тратится, чего это стоит и что получится в итоге.

Экономическая интерпретация этих двух условий такова:

1) Никакой способ не может быть сверхрентабельным, т.е. давать возможность неограниченного получения продукции. (Оценка продукции не должна превышать оценки затрат.)

2) В оптимальном плане используются рентабельные способы, т.е. такие, что  $\sum_{i=1}^{n+m} a_i^{(s)} \xi_i$  равна нулю.

Оптимальный план — план, который при каких-то оценках является рентабельным, состоит из рентабельных способов и нет более рентабельных, чем применяемые.

Вопрос о методе. Вероятно, нужно, чтобы хотя одно из этих  $\xi_i$  было положительно?

Ответ. Да,  $\sum_i \xi_i > 0$ .

Что дает этот критерий? Во-первых, если план составлен о этими оценками и если критерий выполнен, то можно ручаться, что план оптимальный. Во-вторых, можно фактически проверить,

оптимален данный план или нет. Надо составить эти уравнения и неравенства и попытаться найти  $\xi_i$ . Если они найдутся, то тогда вы спокойно можете считать план оптимальным.

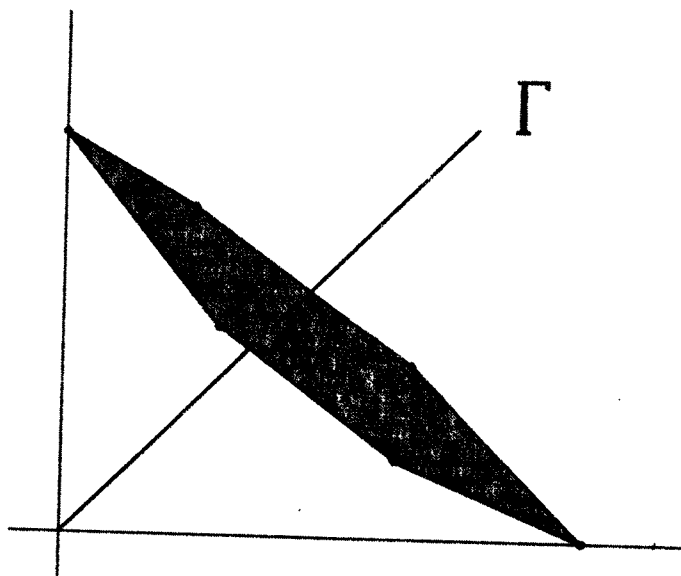
Если же в процессе нахождения оценок обнаружатся противоречивые соотношения, т.е. оказывается, что их найти нельзя, то это, во-первых, свидетельствует о том, что план не оптимальный, а во-вторых, цепочка соотношений, которая данное противоречие устанавливает, дает сразу представление о том, какие делать изменения в плане, чтобы его улучшить. Вы сделаете эти изменения, улучшите его, опять проверите и т.д. — на этом и основан первый способ, первый алгоритм построения оптимального плана, именно: метод последовательного исправления. Вы обнаруживаете неоптимальность плана на основании его исследования, делаете исправление, переходите к лучшему плану, снова проверяете, вносите исправления и каждый раз  $z$  увеличивается. Но когда вы приходите к такому плану, где дальнейшее улучшение уже невозможно, это будет оптимальный план. Таков первый метод нахождения оптимального плана — метод последовательного исправления.

**Вопрос с места.** Мне не понятно. Значит, критерий оптимальности — эти неравенства и эти равенства? Равенства вы пишете для тех  $z$ , для которых  $h_{ij}$  не равно нулю?

**Ответ.** Да, для тех  $h_{ij}$ , для которых данный способ реально применяется в плане. Какой экономический смысл этих оценок? С одной стороны, это будут определяемые данной обстановкой, данными условиями некоторые расчетные цены или, как я их называл, объективно обусловленные оценки данных ингредиентов. Они определяются, как правило, однозначно, но иногда и не однозначно. Во-вторых, они имеют еще такой экономический смысл, оправдывающий их понимание как внутренних цен. Если мы будем верифицировать план, скажем, менять ресурсы или менять состав конечной продукции в некоторых пределах, тогда мы можем от одного оптимального плана перейти к другому, в котором одни виды ингредиентов будут как-то заменяться другими видами, причем для такого изменения плана не понадобится заново пересоставлять его. Оказывается, что при малых вариациях плана ингредиенты заменя-

ются один другим именно в соотношениях, определяемых числами  $\xi_i$  (те соотношения, по которым данные ингредиенты обмениваются в оптимальном плане). Это еще раз подтверждает ценностный смысл данных разрешающих множителей, что имеет важное экономическое значение. Это и естественно, раз они порождены экономической задачей.

Их смысл особенно наглядно виден на такой геометрической интерпретации, которая приведена на рисунке, для частного случая: задачи о комплексном сырье, когда имеется один вид затрат и несколько видов продукции. Из единицы материала (например, листа стали) изготавливается несколько видов продукции (несколько видов заготовок). Имеется несколько возможных способов использования данного сырья, каждый из них можно записать в виде вектора. Комбинация этих способов (векторов) будет некоторым планом. На этих векторах надо построить их выпуклую оболочку. Это будет многогранник возможных планов. Чтобы обеспечить в плане определенный состав продукции, проведем из начала коор-



Многогранник планов

денат луч  $\Gamma$ , отвечающий заданному ассортиментному соотношению. Для нахождения оптимального плана на этом луче  $\Gamma$  найдем крайнюю точку пересечения  $\Sigma$  с многогранником возможных планов. Значит, геометрически эта задача может интерпретироваться как задача нахождения крайней точки в выпуклом геометрическом многограннике.

Трудность в том, что это задача в стомерном пространстве, а если речь идет о народнохозяйственном плане, то будет размерность порядка сотни тысяч. Коэффициенты, определяемые опорной к многограннику плоскостью, и являются разрешающими множителями, объективными оценками и соотношениями возможной замены.

Я не сказал о другом методе нахождения оптимального плана. Пожалуй, о нем стоит сказать, потому что он имеет очень простой экономический смысл.

Первый метод, о котором уже говорилось, — это метод последовательного исправления плана, а второй — метод корректирования оценок. Мы можем заранее задаваться ценами. Выбор цен определит те способы, которые по этим оценкам наиболее оптимальны, наиболее рентабельны. Из этих способов можем составить какой-то план, наиболее близко удовлетворяющий заданному ассортиментному соотношению. Но этот план может быть недопустимым, он может использовать ресурсы не в тех количествах и продукцию производить не ту, которую нужно. При этих ресурсах он был бы оптимальным, но конкретно заданы другие ресурсы. Нужно исправить план. Если каких-нибудь продуктов слишком много, мы снижаем оценки, а если каких-нибудь ресурсов перерасходовано, повышаем их оценки. И составляем новый план. Он будет ближе к допустимому. Последовательными приближениями мы приходим к заведомо рентабельному плану, потому что всё время идем по рентабельным планам и приходим к допустимому. Этот последний и будет оптимальный план.

Этот процесс немного напоминает процесс капиталистической конкуренции. Там происходит то же. Если какая-нибудь продукция перепроизведена, цена на нее снижается, её производство становится невыгодным, предприятия закрываются. На те продукты, которых не хватает, цена повышается, открываются новые пред-



приятия и т.д. Но существенная разница здесь в том, что там этот процесс регулирования происходит реально, т.е. связан с огромными потерями, когда закрываются предприятия, уничтожается продукт и т.д. А здесь всё это происходит на бумаге, если мы считаем вручную или в электронной счетной машине, где в течение десяти минут открываются предприятия, разоряются, закрываются, а затем выходит окончательный результат, показывающий, какие должны быть оптимальные предприятия, оптимальное распределение производственных программ по ним, и только этот конечный план и будет реализован.

На этом наглядно видно огромное преимущество социалистической экономики и значение математических методов для нее.

Я не буду упоминать о ряде практически проведенных задач. Всем известна (в печати была освещена) задача о рациональных перевозках на железных дорогах, автомобильным транспортом. Теперь по всем областным транспортным управлениям разосланы инструкции по применению линейного программирования в рационализации перевозок.

Мы решали задачу о выборе наиболее рациональной системы тракторов. Эту задачу демонстрировали во время посещения Новосибирска правительственной делегацией. Там из отдельных типов тракторов машина довольно долго выбирает наиболее рациональную структуру тракторного парка. Дается 800 параметров, в том числе учитываются и календарные сроки. Машина несколько часов считала и выдала следующий результат: 10 типов тракторов не нужны, нужны 3, и в соотношения 8:5:7. Попробуйте догадаться заранее, что надо такой план составить!

Далее необходимо еще отметить, что я тут рассматривал задачу текущего планирования на данный период. Задача перспективного планирования отличается тем, что имеется ряд периодов. Математически она охватывается тем же самым аппаратом. Осложнение тут состоит именно в том, что нам приходится с достаточной практической точностью брать периоды, можно ввести дискретные - кварталы и годы. На семилетку имеется 28 периодов, потому что не безразлично, когда получить уголь - в 1969 или в 1965 году. Это нужно рассматривать как разные продукты. В связи

с этим число ингредиентов увеличивается в данном случае в 28 раз. Производственные способы будут тоже такие, которые охватывают ряд периодов: в один период только производятся затраты (строится предприятие), в другой период уже получается продукция. Способы производства также можно представить в виде векторов, в которых затраты и продукция записываются в виде матрицы  $\{a_{jt}^{(s)}\}$ . В данном случае  $t$  указывает момент времени, к которому относится производство (затраты) тех или иных ингредиентов. Оказывается, что это в общем случае задача того же рода, что и задача текущего производственного планирования, только с большим числом переменных. Поэтому к ней применима и теорема о том, что оптимальный план является наиболее рентабельным. Но тут система оценок оказывается уже динамической: для каждого продукта в каждый момент времени имеется своя оценка  $\xi_{jt}$ , т.е. здесь производится не только соизмерение затрат разного вида, но и разновременных затрат — вот что дает эта динамическая система.

Таким образом, построенная нами модель может применяться и для перспективного планирования, при расчете наиболее эффективных капиталовложений.

Теперь об особенностях применения этих методов в социалистическом обществе.

В социалистической экономике эти задачи действительно раньше возникли, чем в капиталистической, а в результате и методы, позволяющие их решить, первоначально появились в Советском Союзе, а затем за рубежом, где они довольно широко применяются: например, в США методы линейного программирования систематически используются при составлении рационов, при помощи этих методов рассчитаны и внедрены планы севооборотов в штатах Северная Каролина и Айова.

Но в чем заключается возможность более эффективного применения этих методов у нас по сравнению с зарубежной практикой?

Во-первых, возможность их применения у нас в народно-хозяйственном планировании, так как там стихийная экономика: планировать в государственном масштабе невозможно или почти невозможно (какое-то военное планирование возможно), а у нас

вся экономика строится планово - научно. Таким образом, первое, что у нас возможно - это применение таких методов в народнохозяйственном планировании, а ввиду сложности его это есть и наиболее эффективная возможность применения. Западные авторы пишут с завистью о возможности применения этих методов для народнохозяйственных расчетов, о той возможности, которая открывается социалистической экономикой.

Во-вторых, важно то, что применение этих методов возможно не только для самого построения плана, но и для построения экономических показателей. Возникающие при построении оптимального плана показатели являются средством контроля и средством нахождения плана. Но их роль не исчерпывается ролью вспомогательных средств, в самой экономике эти оценки могут иметь большое применение для ценообразования. В капиталистической экономике, где цены, возникающие на рынке, являются решающими, эти множители играют менее важную роль.

У нас же экономические показатели-цены и показатели работы предприятий строятся не стихийно, а возникают в процессе научного планирования, поэтому у нас очень важным является совершенствование методов определения этих показателей. И вот описанный математический анализ, в частности эти объективно обусловленные оценки, возникающие в результате построения оптимального плана, дают важнейшие средства совершенствования этих показателей. Вопросы исчисления цен и экономических показателей, принципиальные основы их построения имеют огромное народнохозяйственное значение. Я хочу это пояснить, указав прежде всего на некоторые недостатки существующих показателей.

В практике цены сейчас строятся на основе себестоимости, т.е. на основе анализа, учета - очень примитивного - в основном непосредственных, видимых затрат труда, без учета их сложной взаимосвязей, которые имеются в условиях современного производства. Как осуществляется построение цен на основе себестоимости, можно показать на том же примере трех предприятий (см. табл.3).

Если цены определить по себестоимости, то с точки зрения предприятия окажется, что для всех предприятий валовая продук-

Т а б л и ц а 3

## Себестоимость с учетом плановой рентабельности

Пред- прия- тие	Месячные затраты в тыс. руб.	Нормативная рентабель- ность пред- приятий (в тыс.руб.)	Изде- лия	Себестоимость (в тыс.руб.)			
				затра- ты на един. издел.	планов. доход- ность с I изд	мате- риалы	полная себе- стои- мость
А	400	160	№ 1	10	4	6	<u>20</u>
			№ 2	20	8	4	<u>32</u>
Б	600	240	№ 1	10	4	6	<u>20</u>
			№ 2	15	6	4	<u>25</u>
В	400	650	№ 1	8	13	6	<u>27</u>
			№ 2	8	13	4	<u>25</u>

ция будет наибольшая, если они будут производить изделие № 1, т.е. для всех этих предприятий выгоднее производить это изделие. Они и будут добиваться, чтобы им это изделие включили в программу, и получается план по разверстке (план №1), а не оптимальный. А то, что оптимально с точки зрения народного хозяйства, для данного предприятия будет невыгодно и от этого изделия оно будет отмахиваться.

То же самое, если мы посмотрим с точки зрения производства данного продукта, — где его производить. Может оказаться выгодным не на том предприятии, на котором это оптимально с точки зрения общего плана. То есть получаются противоречия между интересами отдельных предприятий и народнохозяйственными интересами. Наличие таких противоречий вообще не представляет методологически ничего неожиданного, они возможны и в условиях социалистического хозяйства. Если цены будут построены не на основе индивидуального анализа деятельности отдельных предприятий, а на основе совокупного анализа их системы, притом оптимального анализа, то оказывается, что все противоречия снимаются.

На табл.3 показаны такие цены, найденные исходя из оценок, к которым прибавлены стоимость материалов и стоимость продукта для общества. Цены определены на среднестоймостном уровне, и тогда оказывается, что при таких ценах и при правильных пока-

вателях работы предприятия (естественно оценивать работу предприятия не по валовой продукции, а по чистой), все противоречия снимаются. Каждому предприятию выгодно производить то, что ему приписано оптимальным планом. А то, что не указано в нем, то для него нерентабельно, и предприятие будет само от этого вида продукции отказываться.

Тут возникает вопрос, что если всё так хорошо получается при математическом анализе, всё взаимно согласовано, то вообще, может быть, не нужно применять экономических законов, а применять вместо этого математический расчет?

В действительности, конечно, никакой коллизии между тем и другим нет. Именно, поскольку у математиков экономические показатели объективно возникли в процессе анализа экономических явлений, то они не могут находиться в противоречии с объективными законами экономики, полностью должны с ними согласовываться и укладываться в трудовую теорию стоимости.

Правильное понимание этого вопроса состоит в том, что эти математические расчеты есть просто средство реализации экономических законов социалистического воспроизводства. Но, конечно, это есть их реализация в сложных условиях современного производства и его взаимосвязей.

Известно и в других науках, что одних общих принципов для решения всех вопросов мало, должны быть разработаны и способы применения этих принципов в конкретных условиях, и только тогда эти принципы явятся универсальными. Скажем, в механике принцип равновесия сил является действительно универсальным и реальным. Однако если будем пытаться его применять только с одними активными силами, то мы столкнемся с тем, что в самом принципе можем начать сомневаться. Он реален, если наряду с активными силами будут учтены силы реакции, силы трения или силы инерции и др. А если силы реакции отвергать как реакционные, а силы инерции — как идеалистические, тогда пользоваться этим методом затруднительно.

Такое же рассуждение относится и к закону стоимости. Стоимость определяется общественно-необходимыми затратами труда, но как эти общественно-необходимые затраты строить?

Этот вопрос не простой. Несомненно, тут экономистам-теоретикам надо много подумать, потому что ряд экономических категорий, в том числе и общественно-необходимый труд (эти категории присущи ряду способов производства), в условиях социалистического производства должны трактоваться иначе, чем при капитализме, а именно: ставится вопрос о затратах труда общественного, а не о затратах труда на данном участке, с учетом всех связей и опосредований. Решение этого вопроса подобно приведенному в отношении комплекса предприятий. Перед экономистами-теоретиками стоит также вопрос о других формах проявления закона стоимости, не только товарной, так как стоимость проявляется не только благодаря товарной форме продукции, но она проявляется и в процессе сознательного распределения труда. Например, когда сопоставляем два технологических способа, тогда правильные оценки мы можем произвести только с учетом стоимости.

Очень важным является и ряд других задач, именно учет затрат труда в различных условиях и т. д.

В заключение я хотел бы несколько слов сказать относительно дискуссии, которая возникла в связи с данными работами.

Мне представляется, что появление статьи гг. Гатовского и Сакова в журнале "Коммунист"<sup>2</sup> и ряда статей в "Вопросах экономики"<sup>3</sup> было связано с не совсем правильной позицией, занятой журналом "Вопросы экономики" в отношении применения математических методов в экономике. Журнал основные усилия направил на пропаганду этих методов и ознакомление с ними экономистов, а на критику их без достаточного проникновения в эти методы, к тому же критику часто тенденциозную.

В частности, мне представляется, что было бы преждевременным до окончания дискуссии в специальном журнале выносить первую информацию об этих методах именно в такой критической фор-

---

<sup>2</sup> См.: Гатовский Л., Саков М. О принципиальной основе экономических исследований // Коммунист. - 1960. - № 15.

<sup>3</sup> См.: Вопросы экономики. - 1960. - № 5 и 11.

ме в общий журнал "Коммунист", потому что анализ был произведен не на достаточно глубоком научном уровне, свидетельством чему является то, как менялись взгляды одних и тех же оппонентов по вопросу о линейном программировании. Сначала вообще линейное программирование, математические методы замалчивались, затем линейное программирование характеризовалось как чисто математическая теория, не имеющая никакого отношения к экономике, затем было допущено его применение в пределах предприятия, но говорилось о неприменимости его в области народнохозяйственного планирования и, наконец, в настоящее время считают допустимым применение и к народнохозяйственному планированию, но считают недопустимым использование тех показателей, которые естественным образом возникают в процессе оптимального планирования и которые имеют для нас не меньшее значение.

**Реплика с места.** Есть такая точка зрения, что можно говорить "разрешающие множители", но нельзя говорить "объективно обусловленные оценки". Я слышал и такое возражение.

**Л.В.Канторович.** Это потому, что "разрешающие множители" имеют двадцатилетний стаж, они уже заслужили, чтобы быть допущенными.

...Так вот, такого рода постепенность в освоении новой по методу теории является естественной, однако вызывает удивление та безапелляционность и категоричность, с которой возникающие в процессе этого освоения ступени познания преподносятся читателям уже как истина в последней инстанции.

Также вряд ли правильному развертыванию научного обсуждения способствуют такие факты, как помещение статьи Каца, критикующей работы советских ученых, т.е. мою и Новожилова, в разделе "Критика буржуазных ревизионистских теорий".

Теперь еще несколько конкретных пунктов, по которым я еще хотел бы сказать.

1. Как известно, вопросы ценообразования при социализме принадлежат к числу нерешенных вопросов. Ведущие экономисты стоят на разных точках зрения, а некоторые избегают даже стоять на какой-либо точке зрения, как и авторы статьи в "Коммунисте", воздерживаются от каких-либо высказываний. Поэтому-

то и вызывает удивление категоричность утверждения статьи о бесперспективности использования оптимального плана для ценообразования. Как подтверждает опыт всех серьезных исследований последнего времени, использование оптимальных моделей — это наиболее перспективный подход к анализу ценообразования при социализме.

2. Подвергаемая критике книга, обсуждаемая сегодня, имеет и экономический, и математический аспекты, притом они очень тесно взаимно связаны и объединены. В этой критической статье математический аспект совершенно исключается из рассмотрения, что, конечно, делает все-таки эту критику недостаточно глубокой и полноценной. Эти показатели критикуются, но хотя бы на одном примере эти товарищи подсказали, какие надо взять другие показатели и что они дадут. Один только пример, который приводится для того, чтобы опровергнуть полученное нами решение — это пример товарища Каца, но для опровержения предлагаемого способа очередности осуществления капиталовложений принимается совершенно нелепый порядок, при котором накопленные средства на 5 лет кладутся в кубышку и остаются неиспользованными. Но такой вариант, конечно, менее эффективный. Кроме того, ему пришлось существенно изменить условия задачи. Вот такими двумя методами достигается нужный для т.Каца результат.

3. Следующее возражение состоит в том, что якобы технический прогресс и снижение себестоимости у нас приносятся в жертву учету дефицитности и ограниченности ресурсов. Ясно каждому математику, что никакого противопоставления здесь нет, а эти реально существующие условия ограниченности определенных ресурсов на данный момент не могут не учитываться, они включены в эти уравнения и все это решается совместно, чтобы при всех этих реальных условиях получить наибольший эффект для общества, поэтому бессмысленно говорить, что чему-то отдается предпочтение по сравнению с другим; тут все условия учитываются.

4. По утверждению статьи, "разработку математических методов автор связал с пересмотром марксистской трудовой теории



стоимости". Это утверждение совершенно необоснованно, но оно не может быть обойдено в ответе.

Что касается Марксовой теории капиталистического общества, то хотя экономике капиталистического общества, конечно, книга не уделяет специального места, но в ряде мест ссылка на эти теоретические положения делается, и из этого ясно, что они полностью и безоговорочно применяются и используются.

Однако основное содержание книги касается вопросов социалистической экономики. Здесь, конечно, автор оказался в затруднительном положении, потому что вопросы социалистической экономики и в особенности вопросы количественной стороны экономических законов крайне мало разработаны в нашей экономической литературе, что неоднократно отмечалось на партийных съездах и в партийной печати.

Как я уже говорил, я не ставлю своей задачей решать эти вопросы. Но в некоторых случаях их нельзя было бы обойти, и по некоторым неразрешенным вопросам, например по вопросам ценообразования, я высказываю свою точку зрения. В одних случаях высказываю определенную точку зрения, а в других случаях даже свои сомнения, что можно трактовать так, а может быть, и иначе, т.е. данный вопрос еще должен быть решен. Некоторые из этих точек зрения совпадают с точками зрения тех или иных наших экономистов, некоторые не совпадают. Во всяком случае ясно, что если речь идет о пересмотре, то речь идет о пересмотре положений тех или иных наших экономистов, которые, кстати говоря, не раз и сами меняли эти свои точки зрения, но уж, конечно, никак речь не может идти о пересмотре положений классиков марксизма.

Странным в рецензии является и такой момент: из текста книги видно, что при рассмотрении ряда вопросов автор строил анализ не отвлеченно математически, а старался систематически использовать метод марксистской диалектики, общие принципы марксистской экономической теории, решения Партии и Правительства по экономическим вопросам, опыт хозяйственного строительства. В рецензии об этом нет никакого упоминания; можно спорить, насколько это удалость автору, но во всяком случае в

рецензии даже упоминания об этом не имеется.

5. Наконец, наиболее сильным аргументом, по мнению авторов статьи, является то, что в книге делается попытка соединить маргинальные оценки с трудовой теорией стоимости, что якобы роднит эти построения с субъективистской буржуазной теорией предельной полезности.

Опыт марксистской методологии неоднократно показывал, насколько опасно полагаться на поверхностное сходство, на отдельные внешние аналогии при идеологической оценке тех или иных направлений научных исследований. Недопустима подмена глубокого научного анализа скороспелым наклеиванием ярлыков.

Возможность проведения таких аналогий не была неожиданной для автора. Поэтому в книге неоднократно подчеркивается полная противоположность методологических подходов автора методологии школы предельной полезности.

По теории предельной полезности цены базируются на субъективно определяемой полезности; напротив, объективно обусловленные оценки строятся на основе объективных данных о размере затрат в применяемых производственных процессах и других совершенно реальных экономических и технических показателях.

Однако наши критики игнорируют все указанные коренные различия. По их убеждению, использование предельных затрат (маргинальных оценок) уже само по себе исключает всякую возможность согласования данной концепции с трудовой теорией стоимости Маркса: невозможно "соединить несоединимое".

Вся эта на первый взгляд убедительная аргументация держится на песке. Понятия предельного продукта, предельных затрат не являются монополизированными школой предельной полезности: предельный продукт играет существенную роль в марксистской теории капиталистического производства. Задача соединить несоединимое успешно решена Марксом в его теории дифференциальной ренты, где определение цен на сельскохозяйственные продукты производится по затратам в наихудших условиях, т.е. по предельным (вариационным) затратам, и эти оценки полностью согласованы с общей трудовой теорией стоимости. Так что эта задача соединить несоединимое давно уже разрешена.

Но есть ряд причин, по которым в социалистической экономике вот эти предельные затраты должны чаще входить в игру, и они играют большую роль, чем при анализе капиталистической экономики. Я упомяну только о двух причинах. Одна причина состоит в том, что эти рентные отклонения возникают не только по отношению к стоимости продуктов, производство которых связано с использованием природных источников, но и по отношению к стоимости продуктов, производство которых связано с использованием оборудования. Но тут они носят временный характер, потому что после того, как мы построим новое предприятие, эти отклонения снимаются. Тем не менее экономический анализ при социализме, поскольку он служит базой конкретных решений, должен быть более точным, и временные отклонения, которые действуют в течение 3-5 лет, мы не можем не учитывать.

И вторая причина связана с плановым и оптимальным характером социалистической экономики в отличие от экономики капиталистического общества и других предшествующих формаций, а оптимальные состояния характеризуются вариационными изменениями и дифференциальными затратами.

Таким образом, основное положение состоит в том, что нельзя смешивать две вещи - субъективистскую теорию предельной полезности и понятия предельного продукта и предельных затрат, которые не монополизированы этой теорией и играют большую роль в марксистской экономической теории капиталистического общества. Еще больше их роль в условиях социалистического общества.

В заключение хочу сказать, что усилия критиков были направлены не на глубокий анализ экономического смысла понятий, возникающих при применении математических методов в экономике, а на то, чтобы любыми средствами их осудить и опровергнуть. Поэтому многочисленные высказывания в статье о пользе и значении математических методов носят чисто декларативный характер. Несомненно, эти статьи сыграли большую отрицательную роль: они тормозят дело практического внедрения этих методов и достижения того большого материального эффекта, который они могут дать.

Советская экономическая наука в большом долгу перед наро-

дом. Партией и Правительством поставлена сложная задача совершенствования всей системы народнохозяйственного планирования и экономических показателей, устранения недостатков, имеющихся в этом деле. Решение этой задачи требует объединенных усилий различных коллективов ученых и практических работников.

Большую роль в этом деле должны сыграть и совместные, согласованные усилия математиков и экономистов, между которыми не может не установиться взаимопонимания, творческого контакта, если их усилия будут направлены на разрешение тех важных задач, которые ставятся практикой социалистического строительства.

И, наконец, еще один момент. Не надо понимать, что я против критики и, в частности, я не считал, что в моей работе нет и ряда уязвимых и недоработанных мест. Критика их может сильно помочь доработке. Но важно, чтобы это была критика доброжелательная, направленная на исправление этих недостатков, а не на отбрасывание самих методов, которые, я убежден, полезны и нужны.

**А.Я.Боярский.** Я должен сказать, что являюсь одним из авторов, о которых Леонид Витальевич не упомянул, но я выступал по поводу содержания его книги и поэтому целый ряд высказанных им соображений относится прямо и ко мне<sup>4</sup>.

Должен сказать, не входя сейчас, конечно, в детали дела, не пускаясь в чисто полемические упражнения, в фехтование, так как в этом нет необходимости, и не входя в более глубокое рассмотрение вопросов экономической теории, ее истории и т.п., что в общем и целом всё, что было в рамках регламента доклада, вполне приемлемо, в основном приемлемо. А вот то, что было сказано после окончания регламента, в основном неприемлемо и

---

<sup>4</sup> См.: Боярский А.Я. О математических методах и требованиях марксистской экономической науки: [Рец. на кн.: Канторович Л.В. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. - М., 1959]// Плановое хозяйство. - 1960. - № 1. - С.92-96; Боярский А.Я. Математико-экономические очерки. - М.: Госстатиздат, 1962.

в этом и состоит вся суть спора.

Задача, о которой говорил Леонид Витальевич, может быть поставлена, может быть и решена, в ходе её решения могут быть использованы — назвать ли их "разрешающие множители", назвать ли их "объективно обусловленные оценки" или как-нибудь иначе — но эти параметры могут быть использованы в ходе решения задачи, и в этом ничего дурного нет.

Но где начинается то, о чем согласиться нельзя? Конечно, в попытке придать этим параметрам значение измерителей стоимости — с этим ни один экономист не согласится.

Почему не согласится? Я не вхожу в рассмотрение деталей, а скажу в общих чертах. Не согласится потому, что эти оценки не связаны с балансом трудовых затрат общества. Роль стоимости в капиталистическом обществе заключается в том, чтобы стихийно выполнять функцию распределения труда. В социалистическом обществе стоимость должна служить для расчетов и сознательного распределения через эти расчеты общественного труда, следовательно, и в том, и в другом случае она связана с балансом затрат труда. А оценки, о которых в данном случае идет речь, с балансом труда не связаны, и об этом можно прочесть на тех страницах книги Л.В., на которых говорится об устойчивости решения задачи. Если на тех предприятиях, на которых данные продукты не встречаются в оптимальном плане, как здесь, скажем, на первом и третьем, производятся резкие изменения в затратах труда на единицу продукта, правда, в некоторых рамках (если из этих рамок выйти, устойчивость исчезнет). Если в этих рамках изменить соотношение затрат труда на ту или другую продукцию, так что в целом затраты труда изменятся, оценки останутся не превзойденными. Отсюда видно, что баланс труда с помощью оценок сделать невозможно. Л.В. это подтвердил в той части, где он отмечает, что в условиях социалистического хозяйства расширяется значение рентных отношений, о которых говорит Маркс. Как известно, рента определяется для земли, но Маркс не говорит, что этот способ распространяется на все виды продуктов. Если этот способ распространить на все продукты, мы придем к оценкам, о которых говорится в книге.

Приемлемо или неприемлемо нарушение жестких связей между стоимостью и общим балансом трудовых затрат? Это вопрос экономической теории, которая говорит, что это неприемлемо.

И второе. В этой аудитории нет необходимости говорить о возможности абстрактной постановки вопросов в той или иной науке. Я представляю себе абстрактную экономическую модель. Предприятие может производить только по одному продукту: я помню с детства соляные заводы, например в Донбассе, которые ничего, кроме соли, не производили. Я имею в виду выварку соли из воды. Представьте себе, что либо существуют совершенно одинаковые по своим характеристикам предприятия, либо существует только одно предприятие в каждой отрасли. Скажем, было время, когда был один-единственный тракторный завод в Советском Союзе, и кроме него никакое другое предприятие тракторов не выпускало. Представьте себе, что такое же положение существует в другой отрасли производства.

Мы обратимся сюда (показывает на формулу, написанную на доске). Очевидно, вы можете задать тому или иному из этих предприятий какую-либо программу, коэффициенты, на которые нужно помножить эти векторы (не будем касаться затрат ресурсов, это только осложнит дело), но продукт может получиться только один: тот, который производится на данном предприятии и для производства которого данное предприятие предназначено. В этом случае можно решить задачу только одним единственным способом, соблюдая заданные пропорции продуктов, задав программу на уровне минимума. Взяв тот продукт, который в минимуме, подравнять программу по другому продукту, чтобы соблюсти назначенное соотношение между равными продуктами, и таким образом мы получим весь план.

Но легко показать, что этот план не содержит оценок, ибо оценки появляются только там, где продукты встречаются, где один и тот же способ производства. Можно обозначить так, как это обозначено в докладе: производится несколько равных продуктов, но если нет этих оценок, значит, нет тех параметров, которые должны играть роль стоимости.

Что отсюда вытекает? Отсюда вытекает, что в рамках распре-

деления задания между предприятиями, могущими производить или несколько деталей разных видов, или несколько станков разных видов, или несколько сортов хлопчатобумажных тканей и т.п., задача может решиться. Надо соединить это в одно целое и тоже решить задачу. Но главное, что нужно для определения стоимости, заключается в том, чтобы знать соотношение стоимости не сарпинки и миткаля и не двух видов проката разного профиля, а главная проблема в определении стоимости заключается в том, чтобы найти соотношение стоимости ткани и проката. Но они нигде не встречаются. И если на минуту представить себе то абсурдное положение, о котором я говорил, то ясно, что сама постановка вопроса оказывается неправомерной, ибо ничего, кроме назначения товара, исходя только из заданных пропорций, имея в виду те отрасли, мощность которых является минимальной, на этой почве дать нельзя.

Поэтому и говорилось, что методы, о которых идет речь, могут иметь большое практическое значение и они практически применяются в решении транспортной проблемы, для решения тех задач, о которых писал четверть века назад Леонид Витальевич в ряде других работ. Но нельзя этим никак решать проблему стоимости. Больше ни о чем речи не было.

Теперь обратимся к практическим выводам. Может быть, сегодня Леонид Витальевич пересмотрел эти позиции, но в книге постулируется на каждом шагу утверждение о том, что если нам нужно изменить пропорции или обеспечить рост производства каких-либо материалов, то для этого нужно изменить оценку, чтобы повысить ее для того материала, который оказывается в дефиците. Это, видимо, остается и сегодня, как видно было из доклада.

Представим на минуту, что нужно было бы действовать согласно этому принципу, повторяю, если делать объективно обусловленные оценки не показателями, с помощью которых мы на бумаге или электронной машине производим расчеты, а если положить их в основу цен, сделать основой ценообразования. Как нужно было бы поступить в тот момент, когда партия и правительство наметили грандиозное расширение программы жилищного строительства?

Ясно, что по сравнению с этой программой немедленно оказывается в дефиците программа производства строительных материалов. Может быть, этот дефицит можно преодолеть, но сразу возникает огромная дополнительная нужда в строительных материалах: цементе, кровельном железе, трубах и т.д.

Очевидно, рецепт, который дает оптимальное планирование, заключается в том, чтобы в этот момент резко повысить оценки всех этих строительных материалов. Если бы было принято такое решение, то этим выполнение плана жилищного строительства было бы подрезано под корень, это не требует доказательств.

**Реплика с места. А вы докажете.**

**А.Я.Бонровский.** Если делать из оценок параметры, которые должны систематизировать соотношение стоимости разных продуктов, не встречающихся в одном и том же предприятии, то оказывается неясным, где их взять. Она превышает сферу рентных отношений, лежащих в основе системы расчетов стоимости в нашем хозяйстве, а практические выводы, которые из них следуют, тоже неприемлемы. Поэтому делался вывод, что это хорошо в рамках тех задач, для которых это приемлемо, но неприемлемо для системы всех расчетов в народнохозяйственном плане.

Теперь о том, что тормозит и по какой причине тормозит. С тех пор, как вышла книга, решен ряд задач по программированию и мелкого, и крупного масштаба. Так что торможения не произошло. Но если говорить о нем, то источником является попытка придать оценкам способа, о котором идет речь, ту роль, которую они не могут играть, ту функцию, при попытке выполнения которой мы неизбежно попадем в область противоречий с хорошо установленными теоретическими положениями и в ту область, в которой мы будем встречаться с практически неприемлемыми решениями.

Если бы не было таких претензий, что нужно подчинить этим оценкам всё ценообразование и на этой основе все расчеты стоимости в народнохозяйственном плане, тогда никакого торможения — если говорить о торможении — не было бы. Следовательно, это упрек, вернее, рекомендация: в дальнейшем при разработке методов решения той или иной задачи сформулировать ее корректно.



Она сформулирована для условий, когда способ производства может дать несколько разных продуктов. Между тем для народного хозяйства, в котором сочетаются отрасли, каждая из которых дает определенный продукт, этот способ неприемлем. Вот все, что я хотел сказать.

**А.И. Колмогоров.** Сегодня, по-видимому, основной интерес имеет широкая общая дискуссия о соотношении в вопросах программирования между собственно математической техникой и настоящей экономикой.

Прежде всего первое маленькое замечание исторического порядка. Существуют две заслуги Л.В. Канторовича перед наукой, которые разумно разделить:

Первое. Он давным-давно и первый во всем свете разработал именно математические методы линейного программирования. Сама постановка задачи всем была понятна, но для решения экстремальной задачи в пространстве очень большой размерности требовались новые математические приемы. Иностранцы пишут о них, что в те времена трудно было представить себе, что это есть большая самостоятельная область математики, а Л.В. до этого додумался, и, надо думать, не без влияния нашей экономики, которая этого требовала. Здесь он сделал совершенно несомненный международный внос в саму математику.

Теперь этот метод линейного программирования применяют и американцы, и у нас. У нас он применяется не только в экономике, но и где угодно. Чисто технические задачи решают при помощи линейного программирования, и это дело идет хорошо.

Второй вопрос — о правильном подходе к математическому методу в области планирования социалистического хозяйства. Как раз в такой более узкой технической задаче, например перевозок на железной дороге, никаких особых задач, специфических для социализма, в планировании социалистического хозяйства нет. Если задано какие-то грузы перевезти из какой-то точки в другую и как это разумнее делать, ответ на этот вопрос будет у нас и в Америке совершенно одинаков, так же как нет никакой особой арифметики или особой алгебры. А планирование социалистического хозяйства — это специальная большая задача, для нас

существенная, а там вообще не ставящаяся. Мне кажется, здесь математикам полезно ввести несколько большие пояснения.

Наряду с Л.В.Канторовичем я должен назвать еще одну фамилию — Новожилова В.В., который очень много в этом направлении сделал и как раз ту текстовую часть, важность которой Л.В. подчеркивал, в значительной степени осуществил и так хорошо и красиво написал. Его книжка сравнительно недавно опубликована в рамках сборника.

И вот идет большая дискуссия, насколько Новожилов и Канторович как представители одного течения правы. О чем идет речь? Речь идет о том, почему народное хозяйство в целом требует действительно экономических категорий, а не просто машинного расчета. Потому что это есть живое человеческое общество, которое в отдельных своих частях сознательно действует, а не только на самом высоком уровне общественного руководства.

В самом деле, можно было бы просто представить так: зачем экономические категории? В конечном счете машина может вычислить оптимальный план отопления того дома, в котором я живу за городом. Машина всё рассчитает, но я своим домом сам управляю. Директор и общественность каждого предприятия стараются лучше наладить работу предприятия. Это самостоятельная и сознательная сила. И вот для того, чтобы это местное живое и сознательное планирование направлялось разумно, нужно создать какие-то рамки, чтобы каждое планирование служило бы всему обществу. И это осуществляется не только решением одной вариационной задачи, а в результате использования разных экономических категорий, которые в основном придумывать заново не нужно, и путем соответствующего общего расчета. За это и борется Новожилов и Канторович, чтобы те регулирующие общие данные, которые регулируют это местное планирование, были выработаны путем общесоюзного расчета, а не на глазок. Ничего иного другие экономисты не предлагают. Нет других способов рассчитать основные параметры, которые по существу регулируют это местное планирование. Каждое предприятие старается произвести возможно больше хороших вещей и возможно дешевле. А что значит дешевле? Оно должно покупать какие-то продукты, значит, уже исходить из

каких-то цен; оно должно делать капиталовложения. Признает или не признает эту категорию нормы эффективности капиталовложений, каждое предприятие должно или в банке деньги брать, или тем и иным способом учитывать её, так как нельзя замораживать капитал на большой срок. На самом деле регулирующими нормативами являются цены, те проценты, которые нужно платить, если брать деньги на длительное вложение, а также целый ряд директивных указаний, которые предприятие должно соблюдать. Речь идет о том, чтобы научиться рассчитывать эти общие указания для детального местного планирования, а, к сожалению, никто, кроме Новожилова и Канторовича, не предлагает для этого, насколько я знаю, никаких других методов. Поэтому критика делается несколько нехорошей именно с этой точки зрения, что никаких других предложений не выдвигается, а речь идет о том, что имеются общие государственные директивы, что народное потребление должно идти такими-то темпами, и при этом к концу действия пятилетки или семилетки мы должны придти к возможно большому накоплению. Спрашивается, каким образом придти? Не только рассчитать оптимальный план, а создать автоматически такое положение с ценами и нормами длительных капиталовложений, чтобы естественным образом эта совместная активность пошла на пользу построению оптимального решения всех задач. К сожалению, кроме Новожилова и Канторовича, никто методов, которые бы давали количественный ответ, не предлагает. Насколько они правы — сейчас трудно спорить, так как и доклад Л.В. к этому не дал еще достаточного основания, и выступление тов.Боярского было достаточно общим. Но все-таки некоторые замечания, уже в порядке полемики, хочется сделать.

Неправильно, что метод не дает возможности устанавливать соотношения этих объективно обусловленных оценок (разрешающих множителей) в производствах, которые не имеют ни общей продукции, ни общего сырья. Есть труд. Труд в расчеты Л.В. благополучным образом входит. Во-вторых, неправилен пример с жилищным строительством, который был сейчас приведен, и вот по какой причине. Л.В. дает в методе решение такой задачи: имеются различные варианты производства и уже готовое задание: что же мы

должны получить к концу расчетного периода? Если это готовое задание меняется, то меняется и оптимальный план. Если это оптимальное задание изменилось в сторону большего увеличения жилищного строительства (дома должны быть построены), то те разрешающие множители, которые в результате получаются, вовсе не должны так сильно вырасти. Это было бы интересно проверить. Может быть, они катастрофически вырастут для самого первого года, потому что тогда такое решение о необычайном расширении какого-либо производства происходит внезапно. С точки зрения переходного периода, в ближайшие несколько месяцев, может быть, было бы выгодно начать закупать для осуществления этого строительства материалы. Тогда планирование ведется дискретно.

Как известно, сейчас поставлена задача перехода к непрерывному планированию. Тогда таких скачков не будет в самих директивах.

Ясно, что если вы решаете вариационную задачу и внезапно в середине изменяется задание, то для переходного времени получается парадоксальное решение. Сейчас и поставлена задача непрерывного планирования.

Это - в защиту самых общих устремлений Новожилова и Канторовича.

Теперь некоторая критика. Мне кажется, что в книжке Л.В. (я на этом не настаиваю) имелось чрезмерное увлечение примерами большой эффективности вложений; это является также примерами исправления сделанных ошибок. Там часто указывается, как нормы эффективности вложений оказывают действие 50-100% в год. Это связано с тем, что некоторые предприятия заведомо неразумно действовали, и тогда, срочно перестроившись, можно было бы очень быстро на этой перестройке заработать. На самом деле, по-видимому, Л.В. полагает, что такая общегосударственная норма эффективности капиталовложений - это не 50-100%, но значительна.

Реплика с места. Вероятно, 30%.

К этому вопросу нужно более серьезно подойти: отделить вопрос выигршей от рационализаторских предложений от нормы

эффективности. Это равные вещи. И всегда в некоторых количествах такие выигрыши будут возможны, но нельзя их вводить в плановый расчет.

Мне кажется, что следовало бы продолжить работы Л.В. Тогда истинная природа этих категорий лучше бы обнаружилась. Следовало бы продолжить их в таком направлении, чтобы понять, что расчет есть всегда некоторая условность: в расчете на этот определенный промежуток времени — достижение оптимальных результатов к окончанию данного периода, что, по существу, за этим периодом идет следующий период, уже в этот период мы стремимся выйти к следующему расчетному периоду с возможно лучшими данными для него. Почему я об этом говорю? Потому что тогда, может быть, будет понятнее, в чем природа дискуссии относительно временной дефицитности, которой Л.В. приписывает чрезмерно большое значение.

Представьте себе совершенно нереальное общество, но в принципе социалистическое, которое было бы довольно своей жизнью и спокойно решило 200 лет жить на одном и том же материальном уровне, т.е. производить достаточно продуктов, строить дома вместо разрушающихся и жить спокойно. Что же тогда произойдет с этими категориями? Я утверждаю, что тогда норма эффективности капиталовложений совсем исчезнет. Я думаю, в наше время, если нам предложат строить дом в течение 5 лет, затрачивая 8 единиц труда, или в течение 1 года, затрачивая 10 единиц труда, то мы предпочтем второе: затратить 10 единиц труда и получить дом через год. А в предположении такого своеобразного стационарного общества естественно сделать такой задел один раз, создать возможность сделать вложения для постройки домов, а потом только пользоваться вторым, более дешевым способом. Оптимальный план стационарного общества будет заключаться в том, чтобы строить дома с меньшими затратами труда, но за 5 лет, а для развивающегося общества это не так. Так что, я думаю, высокая норма эффективности капиталовложений органически связана с ростом хозяйства и, я думаю, это можно подтвердить точным расчетом.

У Л.В. в его книге математические расчеты представлены

правильно, но получается так, что оценка труда убывает со временем, что труд в конце периода имеет разрешающий множитель меньший, т.е. делается менее ценным.

Тот же математический результат можно получить, чуть-чуть изменив, может быть, правильное назвав тот же самый расчет, т.е. продукты становятся дешевле, когда мы их можем производить более вооруженно. И поэтому, естественно, невыгодно сейчас начинать вкладывать в постройку домов труд, который тогда будет стоить дешевле. Сама-то техника расчетов безукоризненна, расчеты будут те же самые, но обоснование будет более здоровым.

Мне кажется, что все-таки некоторые доделки, именно — осмысление этих расчетов, необходимы. Из-за необоснованной часто критики и, может быть, часто недостаточного осмысления этих методов расчета отказываться от задачи расчетным путем получить основные директивные факторы, которые будут регулировать местное планирование, нельзя. Это ясно. И никто никаких других методов не предлагает.

А.И.Кац. Товарищи! Я напечатал две статьи в журнале "Вопросы экономики" с довольно резкой критикой книги Леонида Витальевича<sup>1</sup>. Мне хочется сказать, что тут нет абсолютно никакой личной вражды или неприязни между экономистами и математиками и что элементарной основой для взаимопонимания является уловить друг у друга те аргументы, которые выдвигаются, и попытаться на них ответить по существу.

Уже сам тот факт, что на данном обсуждении фактически отсутствуют экономисты, показывает, что такой путь обсуждения не может привести к уяснению истины — путь обсуждения только с математиками. Нужно обсудить это вместе с экономистами. Я пришел сюда, поскольку знал, что буду в известной мере обвиняемым на этом заседании.

Во всяком случае я очень внимательно выслушал выступление Л.В. и должен сказать прямо и откровенно, что попытки уловить

---

<sup>1</sup> См.: "Вопросы экономики" № 5 и № 11 за 1960 г. и № 2 за 1965 г.

с его стороны существа тех аргументов, которые были выдвинуты некоторыми его рецензентами, я не обнаружил, так же как не обнаружил и попытки ответить по существу на эти аргументы.

Во-первых, во всяком случае для большей ясности, я попытаюсь коротко их повторить, может быть, на этот раз будет более удачно.

В критических статьях подчеркивалось одно обстоятельство, что те методы линейного программирования, которые были выдвинуты Л.В., приемлемы при решении статической экономической проблемы, т.е. когда вы имеете данные условия производства. Дана задача и когда вы не можете изменить условия этой задачи, тогда вы путем применения этих математических способов расчета можете найти оптимальное решение. Когда же речь идет о решении динамической задачи, тогда решение поставленных проблем путем применения методов линейного программирования обуславливает выигрыш в первый период, затем — замедление темпов работ, роста технического прогресса.

**Вопрос.** Динамическую модель вы рассматривали?

**А.И.Кац.** Я сейчас скажу, почему нельзя решить именно динамическую задачу. Вся суть в том, что, учитывая дефицитность тех или иных ресурсов, выбирается не наиболее передовой технический вариант, а такой, который при учете всех этих дефицитных факторов дает в данный момент наибольший результат. В этом экономическая суть всех тех решений, которые предлагает Л.В. в его книге.

Давайте распространим это решение в динамическом разрезе. В данный год мы учитываем дефицитность тех или иных ресурсов и выбираем не наиболее передовые технические решения, а те, которые соответствуют получению максимального роста производства в данный год. Но эти капиталовложения, которые представляют не наиболее передовые технические решения, будут функционировать, в общем, 5-10 лет.

Я полагал, что товарищи более глубоко знакомы с книгой Л.В., что не нужно повторять те предпосылки, которые он принимает; вся книга ратует за то, что нужно выбирать либо минимум затрат труда на единицу продукции, либо выбрать те затраты

труда (оптимальное решение), которые обеспечивают в данный момент наилучший результат — минимальные затраты труда по наибольшему количеству общественной продукции. Первое решение соответствует осуществлению наиболее передовых технических вариантов, которые обеспечивают наибольшую часть общественной продукции в соответствии с тем фондом капиталовложений, которым вы располагаете в данный период.

Л.В. предлагает другое решение: учитывая дефицитность тех или иных ресурсов, использовать годовой фонд вложений так, чтобы, не применяя самых передовых технических решений по целому ряду участков общественного производства, получить в данном году наибольший прирост производства — в этом заключается экономическая суть решения, предлагаемого Л.В.

Если бы была та гипотеза, которую только что выдвигал Андрей Николаевич, что мы достигли высокого уровня богатства и нам не нужно развиваться дальше, тогда решение, предлагаемое Л.В., было бы правильным. Почему? Потому что тогда, учитывая имеющиеся в известных пределах те или иные дефициты, можно было бы получить оптимальный вариант, но без того, чтобы иметь в виду дальнейшее быстрое развитие.

Давайте сейчас посмотрим, что произойдет в течение 10 лет, когда выбирается путь, предлагаемый Л.В., и когда выбирается путь осуществления в каждый год последовательно только наиболее передового технического варианта, независимо от тех или иных дефицитов на данный момент. Я подчеркиваю: независимо от тех или иных дефицитов на данный момент.

Конечно, мы имеем в каждый данный год определенный фонд капиталовложений. Этот фонд капиталовложений можно использовать, чтобы получить в исходе года наибольший рост объема производства. Таково решение, которое дает Л.В.

Но если вы в данном году получили наибольший прирост объема производства при осуществлении целого ряда технических вариантов, средних, не наиболее передовых, т.е. которые предусматривают затраты труда в наибольшей мере, то вы на 10 лет вперед предопределяете на данном участке общественного производства меньший рост производительности труда, меньшее разви-



тие техники. А если вы будете систематически, из года в год, осуществлять такую политику, то получите, что в первый год будет более быстрый прирост производства, а в последующие годы произойдет замедление технического прогресса.

Я пытался показать на одном примере, к чему это приведет. Посмотрим, как рассуждает Л.В.: "Мы имеем самую совершенную машину Б и имеем менее совершенную машину А. Но менее совершенная машина стоит меньше". Л.В. предлагает следующее: давайте применим эти менее совершенные машины, которые будут работать 5 лет, пока изнасятся, а в следующие 5 лет применим более совершенные машины Б. Вот, что получается в таком случае. Для того чтобы понять экономическую суть вопроса, давайте обратимся к тому, что происходит при капитализме в таком случае. При капитализме крупный капитал будет применять обязательно машину Б, т.е. более совершенную, и будет уничтожать своих конкурентов, которые не имеют достаточных средств и поэтому будут прибегать к менее совершенной, но более дешевой машине А. А через 5 лет крупный капиталист применит машину В, которая будет на более высоком техническом уровне и которая будет представлять уже накопленный опыт от применения машины Б.

Если же мы будем исходить из той схемы, которую предлагал Л.В., то мы на 5 лет позже будем вводить те совершенные машины, которые капиталисты ввели раньше. Таким образом, расхождение в том, какой путь выбрать: либо путь оптимального развития в этом году и развития техники в последующие годы, либо путь внедрения новой техники уже в данном году. Закономерности развития техники таковы, что чем быстрее повышается производительность труда, тем меньше затрат капиталовложений приходится на единицу продукции, т.е. машины дешевеют в том смысле, что новая машина на единицу продукции стоит меньше, чем старая машина. При таком техническом развитии совершенно теряет смысл оптимальный расчет, который исходил из того, что новая машина на единицу продукции стоит больше, чем раньше. Так что зря Л.В. отмахивается какими-то упреками по адресу экономистов, что они придерживаются консервативных взглядов и что они противодействуют применению математики в области экономических

исследований. Речь идет о правильном применении и о том, чтобы не применять такие математические приемы расчета, которые в конечном итоге приводят к худшему результату. Я хочу еще раз подчеркнуть, что приемы, разработанные Л.В., имеют большое значение в решении статической задачи. Это бесспорно. И если бы он ограничился этим, то никакой критики со стороны экономистов он не испытал бы. Но речь идет о том, что, создав известный инструмент для расчета, он сам не осознает (извините за резкое выражение), не осознает преимуществ экономического обоснования.

**Вопрос.** Что лежит в основе динамического расчета?

**Ответ.** В основу динамического расчета должен быть положен принцип обеспечения в каждый данный год максимально возможного объема продукции при наименьших затратах труда. Только на основе этого принципа можно обеспечить развитие народного хозяйства наиболее быстрыми темпами.

**Вопрос.** Каждый год должен обеспечить максимум чего-то?

**Ответ.** В каждом году мы имеем известный фонд капиталовложений, который можно использовать так, чтобы, учитывая всю дефицитность ресурсов, получить в данный год наибольший рост производства, осуществляя целый ряд технических вариантов, не наиболее совершенных, которые требуют не наименьших затрат. Это первый путь развития. И второй - в каждый данный год использовать весь фонд капиталовложений на осуществление только передовых технических решений. В первый год в этом случае вы будете иметь меньше продукции, чем в первом случае.

**Вопрос.** Преимущественно какую долю труда надо затратить по каждому варианту и кто будет рассчитывать?

**Ответ.** Эти два варианта можно легко рассчитать. Можно показать как, но не в этом деле. Я хочу сказать, что сам Л.В. в его книге пишет, что дальнейший технический прогресс нельзя предвидеть, нельзя учитывать в расчетах. Поэтому он исходит в динамических построениях, фактически отправляясь от технических данных исходного года. Что же получается? Что по так называемому оптимальному расчету мы в исходном году закладываем использование в ряде случаев капиталовложений не по наилучшему

техническому варианту. На протяжении всей книги Л.В. можно видеть, что именно такое решение он предлагает.

**Реплика с места.** Это наилучший вариант, и он закладывается в расчет.

**А.И.Кац.** Нет, Вы ошибаетесь. Л.В. заявляет прямо, что поскольку имеется дефицитность, лучше не использовать наилучших, наиболее совершенных машин, а использовать менее совершенные, потому что такой расчет дает лучший результат в данном году. Иначе нет смысла оптимального решения. Получается, что вы закладываете в начале по целому ряду решений наименее прогрессивные технические варианты и тем самым фактически создаете условия для замедления технического развития в дальнейшем, потому что завтрашний день техники основывается на сегодняшнем дне: если вы сегодня осуществляете на практике наиболее совершенные технические решения, тогда вы и завтра будете иметь самые передовые технические решения.

Так что в распространении Л.В. методов линейного программирования для решения динамических задач имеется очень крупная ошибка. За ряд лет фактически получаются не оптимальные темпы развития, а меньшие. Л.В., извините за резкое выражение, очень легкомысленно определил различие между его концепцией и концепцией Маркса. Видите ли, Маркс провел исчисление предельных затрат применительно к ренте в сельском хозяйстве, а Л.В. делает только небольшую вещь: он распространяет то, что применимо в сельском хозяйстве при учете ренты, на все продукты общества. Но какая тут разница? А разница колоссальная. В этой разнице заключается весь смысл трудовой теории стоимости Маркса. И не потому, что мы - марксисты, не потому, что мы - консерваторы, не знаю, что еще вы хотите сказать, когда отпускаете шутки на этот счет. Не в этом дело. А дело в том, что Маркс объяснил, что для свободно воспроизводимых благ, когда средства производства и способ производства являются свободно воспроизводимыми, наикратчайшим путем развития производительности труда является применение наиболее совершенных технических приемов, независимо от исходной дефицитности. В этом заключается весь смысл осуществления минимальных затрат труда на еди-

ницу продукции.

Я не знаю, может быть, можно найти математический способ для решения вопроса динамического развития народного хозяйства. Но совершенно очевидно, что данный способ пригоден только для решения статических задач, а для решения динамических задач он дает не наилучший, а наихудший результат.

Вы поставили вопрос, в каком направлении искать положительное решение проблемы? Сейчас начинают осуществляться такие расчеты в нашем народном хозяйстве. Думаю, что они будут развиваться; во всяком случае, в этом лежит путь к осуществлению правильного, научного, основанного на математических средствах, планирования народного хозяйства.

Речь идет об учете межотраслевых связей, об учете полных затрат труда на единицу продукции — это осуществляется путем применения линейной алгебры. И на этом пути можно будет получить полную картину затрат труда на единицу продукции исходя из того принципа, что его надо осуществлять в каждый данный год. Только выбор наиболее технически совершенных способов осуществления капиталовложений даст за весь период наилучшие результаты и наибольший темп развития общественного производства, хотя те методы расчета, которые предлагает Л.В., на первый период дают лучшие результаты. Но эти результаты компенсируются замедлением темпов развития производительности труда в дальнейшем. Если Л.В. постарался бы дать ответ по существу такой постановки вопроса, тогда можно было бы признать и его правоту. Я считаю, что дискуссия возможна только при попытке понимать то, что говорят оппоненты, и при попытке дать ответ по существу на те аргументы, которые приводились.

**А.А.Марков.** Это невозможно понять.

**А.И.Кац.** Очень сожалеем.

**С.В.Валландер.** Я хотел сделать несколько замечаний по поводу выступления г.Каца, который полемизировал относительно постановки задачи. Т.Кац считает, что она не годится для динамических задач, которые могут быть более сложными, и тут-то кроется основная ошибка.

Во-первых, если слушать внимательно доклад Л.В., то можно

было заметить, что задача динамического программирования на известный период времени, скажем, на семилетку, им ставится и для нее предлагается алгоритмическое решение, аналогичное тому, которое соответствует статической задаче. Л.В. и не предлагал непрерывного решения. Для решения задачи с той точностью, с которой это нужно для решения такого экономического вопроса, с точностью, которая была бы вполне достаточной для народного хозяйства, не нужно искать непрерывного решения. Л.В. предлагает непрерывный период времени - семилетку - разбить на 28 кварталов и поставить вопрос, что мы будем иметь в конце семилетнего периода.

Таким образом, аргумент о том, что такая задача не ставится, выдвинутый т.Кацем, отпадает. Это происходит от непонимания.

Т.Кац говорил, что т.Канторович такой нехороший реакционер, что он предлагает в каждый данный момент исходить только из существующего положения с техникой. Вот в технике происходит улучшение, а Канторович этого не предусматривает и в расчет не закладывает.

Опять-таки это неверно, потому что, если разбить семилетку на 28 периодов, то совсем необязательно, что мы в каждом периоде на каждый квартал имеем один и тот же перечень способов производства. Если у нас на выходе в третий год семилетки появляется новый способ производства стали, скажем, кислородное дутье, которое ускоряет производство, то в характеристики способа производства это вносится, в определенный момент закладывается, и программирование отражает в себе тот ход движения в развитии техники, который есть на самом деле, который можно охарактеризовать численно, о котором мы можем говорить. Но какие-либо догадки, что что-то будет хорошо, а то-то будет плохо, не может заложить в свои расчеты ни Л.В., ни т.Кац, ни товарищ Бог, если бы он существовал, - никто не может этого сделать. Можно говорить только о реальных вещах. Если на выходе - серия станков таких-то, если входит в строй такое-то предприятие, пожалуйста, закладывайте это в соответствующий квартал и считайте.

Поэтому предупреждение, что предложенный метод годится только для решения статических задач, с моей точки зрения является заблуждением. Может быть, Л.В. недостаточно популярно это объяснил, может быть, он недостаточно ясно по этому поводу высказался, за это его можно ругнуть. Но что он такую задачу может решить — это является фактом.

Какое же мое мнение? Тут выступали два экономиста. Я не экономист, но все-таки политекономист сдавал, журналы читаю. Мое мнение такое. Прежде чем критиковать, высказываться, желательно изучить и понять вопрос до конца. Не нужно думать, что каждый предмет усваивается легко. Предметы из соседних областей усваиваются с трудом. Поэтому нужно не догадываться, что в книге имеется, а нужно прочитать внимательно до конца, еще лучше — порешать задачи, понять как следует, привыкнуть к этому, а после этого писать статьи. (Аплодисменты)

**М.И.Вирченко.** Я буду говорить в основном о тех вопросах, которые затронуты в выступлении т.Каца<sup>1</sup>. Он сказал, что методы линейного программирования пригодны только для решения статических задач, при этом достигается оптимум. Но если рассматривать эти задачи в динамическом разрезе, то оптимума достигнуть нельзя с помощью этих методов. Основной метод, которым пользуется т.Кац в своей статье для опровержения положений Л.В. — это анализ задач, условия которых им искусственно изменены по сравнению с принятыми в книге, тогда как решения непропорционально оставлены неизменными. Так, в книге рассматривается ряд примеров статических задач о выборе наиболее эффективных решений, а т.Кац распространяет эти решения и на динамические задачи, в которых условия существенно меняются. В ряде случаев для того, чтобы наилучшим образом использовать имеющиеся ресурсы, приходится вводить способы, которые повышают себестоимость продук-

---

<sup>2</sup> Подробный анализ критических замечаний А.И.Каца, а также А.Я.Боярского и С.Г.Струмилина содержится в статье М.И.Вирченко и Г.Г.Лузановой "О возможностях применения объективно обусловленных оценок в экономических исследованиях" (Вопросы экономики, 1967, № 3).

ции и снижают производительность труда, но ухудшение этих показателей в данной отрасли дает большую экономию в других отраслях. В книге приводится пример с электроэнергией, которая является дефицитной, а увеличение ее производства связано с повышением себестоимости 1 квт/ч с 14 до 24 коп. Тем не менее оказывается выгодным получить дополнительное количество электроэнергии и с такими затратами, поскольку для выработки 1 квт/ч на электростанции требуется 0,12 рабочего часа, а при недостатке 1 квт/ч в других отраслях тратится 0,2 рабочего часа (0,2 - объективно обусловленная оценка 1 квт/ч электроэнергии). Т.Кац это решение распространяет и на динамические задачи, включающие условия по использованию капиталовложений.

Другой пример. Имеется комплекс работ и ограниченное число машин, поэтому работа выполняется частично механизированным способом, частично вручную. Предлагается способ: на работе V вида, поставив на обслуживание машины еще одного рабочего, можно увеличить ее производительность на 10% - с 500 до 550 единиц в день. Если расчет сделать обычным способом, то получим, что себестоимость единицы работ повышается на 10%. Если же в расчете учесть прокатную оценку машины, то окажется, что "полная себестоимость" снижается с 1,5 до 1,42 руб.

Т.Кац считает, что в данном производстве дополнительная рабочая сила используется менее производительно. На самом деле осуществление предлагаемого мероприятия не только не требует дополнительной рабочей силы, а напротив, позволяет получить её экономию. Это оказывается возможным благодаря тому, что использование 30 рабочих для обслуживания 30 машин позволяет увеличить объём работ V вида, выполняемых механизированным способом, на 1500 единиц. В результате этого для выполнения работ V вида потребуется на 46 человек меньше.

Анализируя приведенный и другие аналогичные примеры, А.И.Кац утверждает, что учет дефицитности сводится "к провозглашению "рентабельности" мероприятий по менее производительному использованию дополнительного количества рабочей силы"<sup>3</sup>.

---

<sup>3</sup> "Вопросы экономики", 1960, № 5, с.111.

Если брать в рассматриваемом примере только те работы, которые выполняются механизированным способом, только тех рабочих, которые работают на машинах, то производительность "дополнительных" (на данном участке) рабочих снижается. Если же будем учитывать весь комплекс работ, то несмотря на ухудшение показателей на отдельных участках суммарные показатели для всего комплекса улучшаются.

Для т.Каца очень характерен такой подход. Выводы, которые получаются при решении статических задач, т.е. таких задач, в которых главным является наилучшее использование наличных ресурсов и не привлекаются капиталовложения, т.Кац распространяет на решения динамических задач. Он считает, что дополнительная рабочая сила и капиталовложения используются для производства дефицитных продуктов теми же способами, которые применяются в условиях статики.

Рассмотрим пример динамической задачи, о которой говорил т.Кац: задачи о выборе последовательности осуществления капиталовложений. Коротко о сущности этой задачи.

Имеется отрасль, где все работы производятся вручную, например при добыче руды, и предлагается механизировать эту отрасль. Имеется определенная сумма для капиталовложений, в дальнейшем механизация должна производиться за счет собственных накоплений. Механизировать отрасль можно двумя способами. При первом из них механизация отрасли начинается с использования машин А, у них меньшая производительность, зато они дешевле. А потом по мере накопления средств приобретаются более совершенные машины Б. И второй способ: сразу оснащать отрасль более дорогими, но с большей производительностью машинами Л.В. проводит сравнение этих 2 вариантов с помощью объективно обусловленных оценок и делает вывод, что более эффективным является первый из них. В книге не приводится детальный расчет сравнительной эффективности машин А и Б за несколько лет. А.И.Кац делает такой расчет. Для того чтобы получить желаемый результат - доказать неэффективность предлагаемого Л.В.Канторовичем способа - он вводит предположение: поскольку более совершенные машины имеют больше возможностей для совершенст-



ования, можно принять, что, начиная с третьего года, производительность более совершенных машин повышается на 4%, а менее совершенных — на 2%. И делается расчет без учета и с учетом усовершенствований. В книге говорится, что сначала отрасль вооружается машинами А, после того как вооружение этой машиной заканчивается, т.е. начиная с третьего года, получаемые накопления можно уже использовать для вооружения отрасли более совершенными машинами. А т.Кац предлагает эти средства держать до 6-го года, до полного износа первых 100 машин, и только тогда приобретать более совершенные машины. Всё это время средства совершенно не используются. К этой неправильной предпосылке еще добавляется учет усовершенствований — и цель достигается: валовая продукция и суммарное накопление оказываются большими в варианте, предлагаемом т.Кацем.

Если правильно составить эту модель, если учитывать, что с третьего года начинается вооружение отрасли более совершенными машинами Б, то даже при том условии, что машина Б имеет большие возможности для усовершенствования, при таком изменении условий задачи получается, что суммарная валовая продукция и накопления в варианте, предлагаемом Л.В., — выше. При этом естественно отказаться от условия, что средства лежат неиспользуемыми, а машины А как не совсем износившиеся могут быть переданы в другую отрасль. Поэтому, говоря о динамике на 10 лет, а не только 1 года, более эффективным оказывается все-таки предлагаемый Л.В. вариант. Даже с учетом усовершенствований этот вариант дает большую валовую продукцию, большее накопление для народного хозяйства.

Т.Кац предлагает для достижения максимума за ряд лет направлять капиталовложения на ликвидацию "узких" мест по отдельным частям общественной продукции, выбирая при этом технически наиболее совершенные варианты. Причем в первый год возможна заминка в выпуске продукции, но за ряд лет якобы получаются темпы большие, чем по расчетам Л.В. Канторовича. Таким образом, ставится задача поочередного обеспечения минимума затрат по отдельным частям продукции. Возникает вопрос, как выбирать эти части продукции без учета дефицитности? Какие

объективные критерии надо применять для определения таких "узких" мест? Надо отметить еще, что во всех построениях т.Каца совершенно не учитывается фактор времени, удовлетворение уже сейчас существующей потребности откладывается на будущее.

Л.А.Вагг. Я работаю в Госэкономсовете и по образованию инженер, не экономист, хотя по долгу службы мне приходится как раз заниматься этими вопросами.

Работы тт.Канторовича и Новожилова и ряда других экономистов имеют большое значение для решения вопросов об оценке экономической эффективности. Та острота, которую вывало, в частности, обсуждение книги т.Канторовича, говорит об очень большом неблагополучии в этом вопросе. Не может продолжаться такое положение долгое время, когда между математиками и экономистами нет необходимого контакта. Почему? В чем дело? Почему мы не можем понять друг друга? Кто в этом виноват? Я склонен считать, что больше виноваты здесь экономисты. Математики, в основном, находятся на правильных позициях, именно на тех позициях, которые приводят к правильным решениям в народном хозяйстве. Другое дело, что, может быть, неудачны отдельные формулировки тех или иных положений, в частности в книге т.Канторовича. За это можно его критиковать, поправить, но так с хода отметить всю его работу — это я считал бы неправильным.

Прошу обратить внимание на два выступления, которые здесь имели место, — выступления т.Боярского и т.Каца. Они выступали по-разному. Т.Боярский говорил, что, собственно, то, что здесь предлагалось, позитивная часть, это все приемлемо, а неприемлемы только тракточки, что когда т.Канторович берется определять стоимость, то он попадает в объятия теории предельной полезности и сбивается. А т.Кац выступал иначе. Он говорил, что те практические рекомендации, которые дает т.Канторович, они-то и неправильны, потому что они нас ориентируют на применение худшей техники. Кац говорит, что нужно во всех случаях применять лучшую технику, а Канторович нас тянет назад.

Это основной принципиальный вопрос, потому что здесь т.Кац не одинок. Большинство экономистов, к сожалению, думает так же, как он, в частности авторы статьи, которая здесь упоминалась,

помещенной в журнале "Коммунист", тт.Саков и Гатовский стоят на этой позиции. Они критикуют т.Канторовича, но сами не предлагают никакого позитивного решения. Они не замечают, что практическая жизнь идет примерно по тому пути, который излагается в работах тт.Канторовича, Новожилова и ряда других экономистов, они не в состоянии понять, что происходит в нашей практической жизни, и это наша большая трагедия, которая не дает возможности правильно решить все эти вопросы.

Я считаю, что в целом работа т.Канторовича положительная. Мне хотелось бы остановиться только на нескольких вопросах, которые дают не совсем правильное представление.

Т.Канторович, давая решение всех задач, исходит из рассмотрения в целом всего общества. Говоря о применении математики в экономических исследованиях, мы не можем требовать, чтобы каждая задача, скажем, выбор сырья на каком-то заводе, решалась с просчетом всех взаимосвязей во всем обществе. Должны быть конкретные рекомендации, которые являются ориентиром для любого предприятия в его хозяйственной деятельности, чтобы знать, как поступать экономично, без таких громоздких просчетов. А ведь мы, товарищи, не пользуемся как следует арифметикой, не говоря уже о программировании, не знаем, как определить экономичность предприятия в самых простых условиях, потому что каждый берет какие угодно коэффициенты. Одни считают, что нужно учитывать смежные капиталовложения, а другие считают, что они будут выбирать лучшую машину (так рекомендует т.Кац): "не буду учитывать капиталовложения, а буду учитывать производительность труда". Я утверждаю, что т.Канторович предлагает лучшую машину, потому что она стоит в данный момент дешевле, таких машин можно произвести больше и повысить выпуск валовой продукции.

Т.Кац ратует за более совершенные машины. Это более дорогие машины, но они выпускают продукцию с наименьшей себестоимостью.

Но какая мне польза, если я этой продукции могу мало выпустить? Стоит вопрос о том, строить гидростанции или тепловые станции. По позиции т.Каца надо строить гидростанции. Но ведь

мы должны подходить к этому вопросу, рассуждая следующим образом. Мы задаемся выпуском продукции — электроэнергии. Если мы большие капиталовложения сделаем в гидроэлектростанции, мы получим нужное количество энергии. Но если мы вкладываем в тепловую электростанцию в 5 раз меньше, то кроме этого нам необходимо еще топливо, мы должны дополнительно вкладывать капиталовложения в топливную базу, транспорт, нужны также вложения в легкую промышленность, которая дает продукцию, необходимую для удовлетворения потребностей обслуживающего персонала. И в целом капиталовложений на осуществление всей этой программы потребуется меньше, чем на постройку гидроэлектростанции, и мы получим одну и ту же запланированную продукцию. Следовательно, строительство тепловых станций будет выгоднее.

В статье Сакова и Гатовского говорится о задачах, которые можно решить с помощью математики, например распределение национального дохода, установление пропорций между первым и вторым подразделениями и т.д., масса задач, но для этого нужен стоимостной учет, который невозможно вести, не договорившись, что мы должны учитывать — прибавочный труд пропорционально заработной плате, пропорционально себестоимости или пропорционально капиталовложениям. В зависимости от того или иного решения весь разговор о межотраслевом балансе будет вестись по-разному. Возьмите существующие методы расчета эффективности капиталовложений — вы получите одно решение, а если подчитаете эффективность по расчету, выполненному Л.В., то получается другая схема.

Значит, нельзя решать эти основные принципиальные вопросы, не договорившись о том, как же исчислять затраты труда.

Теперь я хочу сказать следующее. Леонид Витальевич, по моему убеждению, подвергается большой критике потому, что то, что он считает, — не стоимость. Его обусловленные оценки — это не стоимость, или, если говорить точнее, это — стоимость в самом высшем понимании этого слова. Я попробую пояснить свою мысль.

Мы знаем, что цена есть денежное выражение стоимости. Он предлагает цену, а в этом денежном выражении она соответствует

стоимости. Приведу пример. Мы выпускаем топливо: уголь, нефть, газ. Каждый вид топлива будет иметь определенную индивидуальную стоимость. Грубо говоря, уголь будет иметь стоимость за тонну в старых ценах 50 рублей, нефть - 40, газ - 15. Когда вы всё это суммируете, возьмете удельный вес этих продуктов, вы получите цену тонны условного топлива - 110 руб. Вы будете иметь очень высокую прибыль в газе, значительно меньшую в угле. Вы будете знать, что вам нужно развивать газ, потому что вы с наименьшими затратами - 15 руб. на тонну условного топлива - будете получать общественный эффект 110 руб. Это и есть то, о чем говорит Л.В.: учет дефицитности. Правильно ее учитывать или нет? Т.Боярский говорил, что дефицитность учитывать не нужно. Разве можно делать дороже стройматериалы? Если сделаем их дороже, мы не выполним строительную программу. Это же глубочайшее заблуждение. Я не могу употребить других слов, но это заблуждение идеалистического порядка - думать о том, что если вы повысите цены, то этой продукции от этого станет меньше в народном хозяйстве. Ведь государство является производителем и потребителем этой продукции, и если государству это безразлично с точки зрения расчетов покупателей и производителей, то с точки зрения экономии этих строительных материалов совершенно не безразлично, стоят они дешевле или дороже.

Если стройматериалы стоят дешевле, тогда можно сделать очень толстые стены и экономить на топливе, когда вы будете жить в этом доме; если же строительные материалы дорогие, вы сделаете стены тоньше и сделаете весьма совершенную систему отопления. Таких примеров можно привести бесчисленное множество и в практике народного хозяйства. Скажем, топливо - 110 руб. тонна. А у нас топливо потребляется на электростанции. Стоит вопрос о сокращении железа, стали и топлива, ведь это тоже взаимозаменяемая продукция, а многие экономисты этого не понимают, потому что если вы хотите меньше расходовать топлива, вы будете у котла развивать холостую поверхность и меньше сжигать топлива. Вы ценой затрат черного металла будете в дальнейшем экономить топливо.

Так можно проследить взаимозаменяемость не непосредствен-

но, а через 2-3 продукта по всему народному хозяйству. К сожалению, наши экономисты сейчас этого не понимают.

Можно легко критиковать, и Л.В. обвиняют во всех смертных грехах, но я считаю, что наши экономисты и, в частности, авторы статьи в "Коммунисте" имели бы моральное право это делать, если бы ясно и точно сказали: "Товарищи! Вот так нужно определять стоимость, так-то ее исчислять в ценообразовании, так-то - в экономических расчетах при определении эффективности".

Так что я считаю, что в этом отношении положение весьма неблагоприятно, поэтому надо вникнуть в существо вопроса глубже.

В заключение хочу сказать, что работа Л.В., естественно, нуждается в поправке, в критике. Я не совсем согласен с ним. Он же в мой адрес говорит, что Вагг считает единственно возможным способом исчисления коэффициента эффективности как отношения стоимости прибавочного продукта к сумме основных и оборотных фондов. Он говорит, что прибавочная продукция увеличивается, коэффициент  $M/K$  возрастает, и если прибавочный продукт больше, то возможность по отношению к капиталовложениям возрастает. Коэффициент эффективности может падать, так как еще не говорится, какая часть этой величины  $M$  должна идти на расширенное воспроизводство: мы можем иметь большие культурные, социальные расходы за счет продукта и малую часть выделять на расширенное воспроизводство, как мы решали в Госплане. И при простом воспроизводстве, когда не будет развиваться техника, этот коэффициент будет равен нулю.

Л.В. нуждается в определенной моральной поддержке, и задача нашего семинара в этой части - наиболее четко сформулировать свое отношение.

**А.А.Смертин.** Товарищи! Я решил взять слово, поскольку речь зашла о ценообразовании. У нас имеется достаточно концепций в отношении ценообразования: и концепция чистой стоимости, и концепция цены производства, и концепция Майзенберга, которую не знаю как наименовать, и, наконец, концепция, которую выдвигают Канторович и Новожилов.

Я не буду останавливаться на критике первых концепций. Но

что же мы слышали и какие критические замечания раздавались в отношении концепции Новожилова и Канторовича? Существование этой концепции заключается в том, чтобы учитывалась дефицитность средств производства — средств ли труда, предметов ли труда. Эта дефицитность должна учитываться.

Чистые стоимостники исходят из того, что народное хозяйство развивается пропорционально и что эта пропорциональность буквально прослеживается изо дня в день, из года в год. В действительности такой постоянной пропорциональности в жизни не наблюдается по той простой причине, что наука и технический прогресс постоянно развиваются, появляются новые машины, новые заменители, и как только появился новый тип производительных машин, потребность на эти машины не может быть сразу удовлетворена до тех пор, пока народное хозяйство не будет достаточно наполнено этими машинами и предложение будет соответствовать спросу.

Как только появился новый заменитель и он оказался эффективным по сравнению с ранее производимыми, продукция народного хозяйства не может удовлетворить сразу всей потребности на этот новый заменитель, требующий меньших затрат, являющийся наиболее эффективным. Следовательно, дефицитность — это явление постоянное, и диспропорции, связанные с несоответствием между потребностями и производством, будут всегда. Концепция чистой стоимости не соответствует действительности по этим объективным причинам.

Канторович и Новожилов предлагают учитывать эту дефицитность: если это средства труда, то в виде прокатной оценки и т.д.

Здесь мы слушали Боярского, который говорил, что у Маркса допускается дифференциальная рента в отношении невоспроизводимых средств производства, а что касается воспроизводимых средств производства, то какой-то ренты, какой-то прокатной оценки быть не может.

Возьмем пример из жизни. В свое время, когда у нас разведанные запасы нефти были малы, мы допускали, что должна быть какая-то дифференциальная рента (или горная рента), и это учи-

тивалось в ценах на нефть. Сейчас, когда запасы нефти у нас недостаточны, но развитие нефтяной промышленности тормозится недостаточным количеством нефтеперерабатывающего оборудования, то положение то же, и мы должны в ценах на это оборудование учитывать его дефицитность.

Затем я хотел остановиться на возражениях т.Каца по поводу того, что схема т.Канторовича якобы ориентирует нас на менее производительное и менее прогрессивное оборудование. Не будем далеко ходить за примерами, а посмотрим, как китайцы при недостаточных материальных ресурсах развили свою металлургию, и это у них оправдалось. В последнее время они переходят к более производительным доменным процессам, а все-таки они шли по пути использования мелких домен, буквально домашних, и они добились производства чугуна и металлов в больших объемах.

По-моему, те возражения, которые были, произошли от непонимания, а может быть, и от чего-то другого.

С.А.Яновская. Больше заявок на выступление у меня нет. Слово для заключения предоставляется Л.В.Канторовичу.

Л.В.Канторович. Я остановлюсь на нескольких отдельных возражениях.

Во-первых, возражения т.Боярскому. Т.Боярский, как первый упрек, поставил то, что объективно обусловленные оценки не годятся в качестве основы стоимостных расчетов, в качестве базовой системы для ценообразования по той причине, что они не соответствуют балансу трудовых затрат. Я думаю, если бы он внимательно посмотрел мою книгу, то там ясно указывается, что объективно обусловленные оценки находятся в полном соответствии с трудовой теорией стоимости. Если за единицу масштаба принять средний труд при средних условиях, то весь конечный продукт (его стоимость) как раз соответствует трудовым затратам.

Я не знаю, стоит ли сейчас более детально на этом останавливаться. Сделаю только одно пояснение. Т.Боярский упрекал меня, что так же мы могли бы считать, что земля является единственным источником стоимости и можно было бы все продукты оценить в земле. Я не ставил задачей доказать справедливость



трудовой теории стоимости. По-моему, она достаточно убедительно доказана Марксом. И этот тезис, что труд — единственный источник всякой ценности, я всецело принимаю. Так что моей целью было не доказать это положение (его математически и нельзя доказать), а показать, что эта система оценок не находится в противоречии с ним.

Т.Боярский строил сложные модели, отвлекаясь от реальных, где каждый продукт производится на одном предприятии и они никакого отношения друг к другу не имеют. Но он не учитывает в своих статьях, что кроме связи через продукты и их заменяемость имеется связь в производстве через производственные факторы и их заменяемость, и прежде всего связь через труд, который фигурирует в исходных уравнениях. Труд, оборудование, которые могут по-разному использоваться, природные источники, транспорт устанавливают связь между различными продуктами. Никаких возражений, что устанавливается связь между миткалем и углем через посредство этих производственных факторов, нет, и это дает достаточное основание для практического построения единой взаимосвязанной и взаимно обусловленной системы цен.

Еще один странный пример приведен относительно жилищного строительства. Он, кстати, и в статье т.Боярского фигурирует, что если будет взят курс на быстрое развитие жилищного строительства, то в этой системе цены на цемент могут сильно возрасти. Да, действительно, на короткий период эти цены возрастут, и это будет целесообразно, как разъяснил т.Вааг, так как это целесообразно и для производителя, и для покупателя, и никаких балансовых расчетов это не нарушит. А что выигрывается? Выигрывается то, что ряд местных материалов становится рентабельным при высокой цене цемента и выявляется ряд хозяйственных возможностей для их применения в связи с этой временной дефицитностью цемента и повышением цен на него, что способствует рассасыванию этой дефицитности, а игнорировать же эту дефицитность нельзя. В основном как раз по этим положениям и пытался меня упрекнуть т.Боярский.

Относительно замечаний т.Каца. Тут приводился пример, пример-уникум, так как это единственный случай, когда на какой-

нибудь конкретной задаче была сделана попытка показать неудовлетворительность методов, предложенных в данной книге, и попытаться найти другое решение. Этот пример служит базой для всех заключений т.Каца, и уже на авторитет т.Каца опираются, не рассматривая вопрос по существу, Саков и Гатовский; так что этот пример заслуживает внимания. В этом примере рассматривается вопрос пропорции при механизации некоторой отрасли. Имеется два вида машин: один вид машин менее совершенных, дающих большую себестоимость, и других - более дорогих и более совершенных, тех, которые проектирует внедрять т.Кац. Выделяют для этой отрасли некоторые начальные средства, дальнейшее вооружение отрасли совершается за счет накоплений. При расчете эффективности оказывается, что в определенный период более эффективно внедрение машин менее совершенных, потому что это позволяет на второй год механизировать всю отрасль, а потом за счет полученных накоплений вводить совершенные машины, более дорогие. В результате процесс оснащения отрасли более совершенными машинами пойдет быстрее. Если избрать этот путь, то это лучше, чем если покупать машины Б, более дорогие, которые первоначально позволяют лишь на незначительный процент механизировать производство.

Но просчетов в книге не сделано. Т.Кац делает этот просчет: как производить перевооружение. Но, во-первых, он делает его странным образом: он полностью оснащает отрасль машинами А (менее совершенными), а потом накопленные средства держит в кубышке и только тогда, когда машина А изношена полностью, он из кубышки вынимает деньги и начинает приобретать машину Б. Но опять-таки у него не получается, и тогда он изменяет условие задачи: принимается, что на этих более совершенных машинах, которые он пропагандирует, из года в год растет производительность быстрее, чем на машинах А. Тогда он добивается того, что этот вариант, который он пропагандирует, выгоден. Но если сделать пересчет, если не класть деньги в кубышку (а разумные экономисты не кладут туда деньги, а сразу используют их), тогда и получается на два года быстрее перевооружение. Если делать попросту и если даже принять изменения в условиях, всё

равно получается, что данный расчет, сделанный в книге, такой непосредственной проверкой полностью оправдывается. Как видим, даже в том случае, когда всего два варианта, если не очень хорошо считать, можно запутаться и не получить верного ответа. Предлагаемые же математико-экономические показатели дадут без всяких сравнений верную оценку.

Андрей Николаевич Колмогоров сделал ряд ценных замечаний. Некоторые из них спорные. В частности, даже в такой экономике с постоянным воспроизводством, как отмечал и т.Кац, все-таки эффективность капиталовложений, хотя и небольшая, сохраняется. Это зависит от того, какой принять масштаб.

Я думаю, поскольку Андрей Николаевич сейчас отсутствует, не стоит касаться этого вопроса, охватывающего более тонкие вещи. Также, я думаю, не стоит задерживать собрание обсуждением вопросов, поднятых т.Ваагом, поскольку они не затрагивают существенных моментов книги.

На этом я закончу свое заключительное слово. Благодарю за внимание.

**С.А.Яновская.** Я предлагаю прежде всего поблагодарить нашего докладчика и всех, кто выступал сегодня в прениях, за активное участие в работе семинара, который затянулся на столь длительное время. (Аплодисменты)

Я хочу предложить семинару принять резолюцию, состоящую в том, что мы одобряем основные положения доклада и книги Л.В.Канторовича и хотим, чтобы они нашли освещение в широкой печати. Есть возражения против принятия такой резолюции?

**С мест.** Нет, принимается. (Аплодисменты)

## Резолюция

семинара по методологии математики  
механико-математического факультета МГУ,  
принятая на заседании семинара 25 мая 1961 года

Заслушав доклад Л.В.Канторовича "Математические методы в экономике" и выступления по этому докладу гг. А.Я.Боярского, А.Н.Колмогорова, А.И.Каца, С.В.Валландера, М.И.Вирченко, Л.А.Ваага, В.П.Попова, А.А.Смертина, семинар по методологии математики механико-математического факультета МГУ пришел к выводу, что работы Л.В.Канторовича имеют большое не только теоретическое, но и практическое значение. Л.В.Канторович является пионером в новой области математики, начало развитию которой было положено его трудами, опубликованными еще в 1939 г.

Методы линейного программирования, созданные Л.В.Канторовичем, находят в настоящее время всё более широкое применение, прежде всего в области социалистической экономики, где они особенно эффективны. Следует отметить, однако, что до настоящего времени математические методы применялись в основном лишь к решению частных экономических задач (в рамках отдельного предприятия, отрасли). Между тем вопреки мнению отдельных экономистов (А.Я.Боярский, А.И.Кац и др.), пытающихся ограничить сферу применения этих методов такими рамками, следует ожидать, что наибольший народнохозяйственный эффект даст использование этих методов и объективно возникающих при оптимальном планировании показателей (объективно обусловленных оценок) для планирования народного хозяйства в целом.

В соответствии с этим семинар считает основные положения доклада Л.В.Канторовича совершенно правильными и присоединяется к его выводу о необходимости применять математические методы во всей практике нашего планирования и экономического анализа в народнохозяйственном масштабе.

Семинар выражает пожелание, чтобы основные положения доклада и книги Л.В.Канторовича "Экономический расчет наилучшего использования ресурсов" нашли освещение в широкой печати.

Председатель С.А.Яновская