Выпуск 45(62) ОПТИМИЗАЦИЯ 1989 г.

Модели динамики и равновесия

УДК 330.115

О СИСТЕМНОСТИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Б.Г.Аббасов, А.М.Рубинов

В работе [1] приведены численные примеры, показывающие, что такие показатели, как производительность труда, рентабельность, себестоимость и др. не всегда обладают свойством системности. Это означает, что в некоторых случаях можно так перераспределить ресурсы между предприятиями, что значение какого-либо из этих показателей на нижних уровнях иерархии увеличится, а его значение на верхнем уровне уменьшится. Данное обстоятельство является весьма существенным, особенно в условиях, когда предприятие может свободно распоряжаться своими ресурсами. Представляет интерес выяснить условия, при которых указанный выше эффект возможен. Это удобно сделать с помощью экономико-математических моделей. Приведем одну простую модель подобного типа. При этом ради определенности будем говорить о производительности труда.

Рассматривается экономическая система, состоящая из двух производственных единиц (ПЕ). Их деятельность описывается с помощью двухфакторных производственных функций F_1 и F_2 соответственно. Число $F_i(K_i, L_i)$ показывает выпуск продукции (в рублях) i-й ПЕ в состоянии (K_i, L_i), т.е при наличии основных производственных фондов K_i и фонда заработной платы L_i ($i = 1,2$). Предполагается, что функции F_1, F_2 положительно однородны первой степени, дифференцируемы и возрастают по каждому аргументу.

Пусть (K_i, L_i) - состояние i-й ПЕ ($i = 1,2$). Предельную фондоотдачу $\frac{\partial F_i}{\partial K}(K_i, L_i)$ в этом состоянии обозначим через ℓ_i, предельную производительность труда $\frac{\partial F_i}{\partial L}(K_i, L_i)$

через π_i. Под производительностью труда в состоянии (K_i, L_i) понимается, как обычно, величина $\frac{1}{L_i} F_i(K_i, L_i)$. Будем говорить, что в рассматриваемых состояниях (K_1, L_1), (K_2, L_2) нарушается системность показателя "производительность труда" (в малом), если найдется такие достаточно малые по абсолютной величине числа $\Delta K, \Delta L$, что

$$\frac{F_1(K_1+\Delta K,\ L_1+\Delta L)}{L_1+\Delta L} > \frac{F_1(K_1, L_1)}{L_1}; \qquad (1)$$

$$\frac{F_2(K_2-\Delta K,\ L_2-\Delta L)}{L_2-\Delta L} > \frac{F_2(K_2, L_2)}{L_2}; \qquad (2)$$

$$\frac{F_1(K_1+\Delta K, L_1+\Delta L)+F_2(K_2-\Delta K, L_2-\Delta L)}{L_1+L_2} < \frac{F_1(K_1, L_1)+F_2(K_2, L_2)}{L_1+L_2}. \qquad (3)$$

Иными словами, существует такое достаточно малое перераспределение ресурсов, в результате которого производительность труда в каждой ПЕ возрастает, а во всей системе в целом падает.

Справедливо следующее утверждение.

ТЕОРЕМА. Пусть (K_1, L_1) и (K_2, L_2) – состояние 1-й и 2-й ПЕ соответственно, причем фондовооруженность $\ell = K_2/L_2$ состояния (K_2, L_2) больше фондовооруженности $\ell = K_1/L_1$ состояния (K_1, L_1). Системность показателя "производительность труда" нарушается (в малом) в состояниях (K_1, L_1) и (K_2, L_2) тогда и только тогда, когда выполняется одно из следующих соотношений:

$$\ell_2 > \ell_1,\quad \pi_2 > \pi_1; \qquad (4)$$

$$\ell_2 > \ell_1,\ \pi_2 \le \pi_1,\ (\pi_2-\pi_1)+\ell_2(\ell_2-\ell_1) > 0; \qquad (5)$$

$$\ell_2 < \ell_1;\ \pi_2 > \pi_1,\ (\pi_2-\pi_1)+\ell_1(\ell_2-\ell_1) > 0. \qquad (6)$$

Не останавливаясь на детальной интерпретации этой теоремы, отметим лишь, что, как из нее следует, системность показателя "производительность труда" может нарушаться весьма часто. Таким образом, использовать этот показатель в условиях, когда ПЕ может распоряжаться своими ресурсами, следует весьма осторожно.

Наметим схему доказательства теоремы. Отбросив величины высшего порядка малости, заменим разности $F_1(K_1+\Delta K, L_1+\Delta L)-F_1(K_1,L_1)$, $F_2(K_2-\Delta K, L_2-\Delta L)-F_2(K_2,L_2)$ дифференциалами и затем, воспользовавшись теоремой Эйлера об однородных функциях, перейдем от системы неравенств (I)-(3) к системе

$$L_1\Delta K-K_1\Delta L>0;\ -L_2\Delta K+K_2\Delta L>0;$$
$$(\ell_2-\ell_1)\Delta K+(\pi_2-\pi_1)\Delta L>0.$$

Примени результаты, содержащиеся в статье Фань Цзи [2], можно установить, что при условии $\ell_2>\ell_1$ последняя система имеет решение в том и только в том случае, когда выполнено одно из соотношений (4)-(6).

Подобным же образом исследуется вопрос о системности других показателей. При этом наряду с величинами ℓ_i, π_i могут применяться и другие величины. Так, когда речь идет о норме прибыли, приходится использовать предельную норму замещения $\sigma_i=\pi_i/\ell_i$. Оказывается, что если $\sigma_1\geq 1$, $\sigma_2\geq 1$, то системность нормы прибыли нарушается в тех же случаях (3)-(6), когда нарушается системность производительности труда (нарушается системность этих показателей при одних и тех же $\Delta K,\Delta L$. Если же хоть одна из норм замещения меньше единицы, условия нарушения системности указанных показателей различаются.

Литература

I. Лившиц В.Н. Принципы оценки социально-экономической эффективности// Системный анализ социально-экономической эффективности хозяйственных мероприятий. - Рига, I98I.
2. Фан Цзи. О системах линейных неравенств// Линейные неравенства и смежные вопросы. - М., I959.

Поступила в ред.-изд. отдел
0I.02.I989 г.