Выпуск 42(59) ОПТИМИЗАЦИЯ 1988 г.

Модели динамики и равновесия

УДК 519.86

РАВНОВЕСИЕ В МОДЕЛЯХ С ЗАДАННЫМ МЕХАНИЗМОМ ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ: СУЩЕСТВОВАНИЕ И ОПТИМАЛЬНЫЕ СВОЙСТВА

В.Гералавичюс

Введение

В обширной литературе, посвященной нестохастическим моделям равновесия, можно выделить две группы моделей: 1) модели типа Эрроу - Дебре, равновесие в которых достигается с помощью цен и изменение которых свободно в рамках некоторого множества; 2) так называемые модели с неравновесными ценами, в которых цены либо фиксированы, либо их изменение ограничено. В моделях этой группы равновесие достигается путем ввода некоторых величин, ограничивающих потребление и (или) производство, или с помощью некоторой процедуры, трансформирующей каждый набор потребления в желаемый.

В моделях обеих групп участники экономики не могут непосредственно влиять на предоставляемые рынком цены. В реальной же экономике на цену продукта решающим образом влияют общественно необходимые затраты труда, необходимые для его производства, т.е., грубо говоря, средние затраты материальных и трудовых ресурсов.

Исходя из этого, автором предлагается новый класс моделей, где цены задаются как некоторая непрерывная функция ресурсов. Кроме хорошей экономической интерпретации эти модели обобщают ряд моделей типа Эрроу - Дебре и моделей с фиксированными ценами. Они, можно сказать, заполняют промежуток, в котором классическая модель Эрроу - Дебре и некоторые модели с фиксированными ценами являются его как бы крайними точками. В п.1 доказывается существование равновесия в этих моделях.

Так как общее равновесие в упомянутых выше экономиках доказывается для широкого класса функций цен и отображений производства, то равновесный спрос может не быть Парето-оптимальным на всем технологическом множестве. В п.2 исследуется следующая проблема: для какого производства возможен хороший подбор механизма ценообразования, т.е. обеспечивающего Парето-оптимальность равновесного спроса. Оказывается, что если производитель достаточно практичен, т.е. ему лучше, когда произведено больше, то можно найти такую функцию цен, обеспечивающую существование общего равновесия, что любой равновесный спрос оптимален по Парето, причем своей цели производитель может добиться посредством максимизации прибыли.

I. Примеры. Основная модель

Начнем с примера, который поможет более четко понять идею основной модели.

Итак, пусть экономика функционирует в дискретном конечном времени $t = 1, \ldots, T$. В каждый момент t производитель располагает некоторым m-мерным вектором ресурсов $X(t) = (X_1(t), \ldots, X_m(t)) > 0$, состоящим из собственного запаса $Z(t) \geqq 0$ и импорта $Y(t) > 0$, т.е.

$$X(t) = Z(t) + Y(t), \quad t = 1, \ldots, T, \tag{I}$$

причем векторы $X(1)$, $Z(1)$ и $Y(t)$, $t = 1, \ldots, T$, считаем фиксированными.

Для производства i-го продукта в момент t выделяется m-мерный вектор ресурсов $x^i(t) \geqq 0$. Количество произведенного i-го продукта задается непрерывной функцией $W_i^t : R_+^m \to R_+^1$. В производство вовлекаются все ресурсы $X(t)$, т.е

$$\sum_{i=1}^{m} x^i(t) = X(t), \quad t = 1, \ldots, T. \tag{2}$$

Следовательно, весь произведенный продукт в момент t при распределении ресурсов $x(t) = (x^1(t), \ldots, x^m(t))$ равен вектору $W^t(x(t)) = (W_1^t(x^1(t)), \ldots, W_m^t(x^m(t)))$. Для потребления выделяется в момент t часть $V^t(x(t))$ продукта $W^t(x(t))$:

$$V^t(x(t)) = A(t)\, W^t(x(t)),$$

где $A(t)$ – m-мерная диагональная матрица,

$$A(t) = \begin{pmatrix} \alpha_1(t) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \alpha_m(t) \end{pmatrix} \quad 0 \le \alpha_i(t) \le 1.$$

Остальная часть продукта $B(t)\, W^t(x(t))$, где

$$B(t) = \begin{pmatrix} 1-\alpha_1(t) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1-\alpha_m(t) \end{pmatrix}$$

является собственным запасом производителя в момент $t+1$:

$$Z(t+1) = B(t)\, W^t(x(t)), \quad t=1,\dots,T-1. \qquad (3)$$

Сопоставляя (I) и (3), имеем

$$X(t+1) = B(t)\, W^t(x(t)) + Y(t+1).$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ I. Tm^2-мерный вектор $x = (x(1),\dots,X(T))$ называется траекторией распределения ресурсов, если выполняются соотношения (I)-(3).

Обозначим множество всех траекторий распределения через L. Предположим далее, что дана функция цен $p: L \to R_+^{Tm}$, которая каждой траектории распределения ресурсов $x \in L$ сопоставляет вектор цен $p(x) = (p^1(x),\dots,p^T(x))$ для всех моментов времени. Следовательно, в нашей модели цена не является независимым параметром, а зависит от того, какие ресурсы и куда направлены в производство. Другими словами, в неявном виде здесь подразумевается зависимость цены от себестоимости данного продукта.

В момент времени t каждый из n потребителей модели располагает полем предпочтений, удовлетворяющих стандартным условиям (точно они даются ниже) и непрерывными бюджетами $F_j^t : L \to R_+^1$. Тогда общее равновесие в нашем примере естественно определить следующим образом.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2. Пара $(\bar{x}, \bar{y})$, $\bar{x} \in L$, $\bar{y} \in V(\bar{x}) = (V^1(\bar{x}(1)),\dots,V^T(\bar{x}(T)))$ называется общим равновесием, если найдутся векторы $\bar{v}^j(t)$, являющиеся наиболее предпочтительными в бюджетном множестве

$$Q_j^t(x) = \{ v^j(t) \mid \langle p^t(x), v^j(t)\rangle \le F_j^t(x)\}, \quad j=1,\dots,n, \quad t=1,\dots,T,$$

которые удовлетворяют следующим условиям:

1) $\sum_{j=1}^{n} \bar{v}^{j}(t) \leqq \bar{y}(t), \quad t=1,\dots,T$;

2) $\langle p^{t}(\bar{x}), \sum_{j=1}^{n} \bar{v}^{j}(t) \rangle = \langle p^{t}(\bar{x}), \bar{y}(t) \rangle, \quad t=1,\dots,T.$

Изложенный пример является частным случаем общей модели с заданным непрерывным ценообразованием, к описанию которой мы и приступаем.

Будем рассматривать экономику

$$\mathcal{E} = \langle T, m, G, W(x), p(x), n, (R^{m}_{+}, \succsim^{t}_{j}(x)), F^{t}_{j}(x) \rangle,$$

где

T – количество моментов времени, $t=1,\dots,T$, функционирования экономики;

m – количество продуктов, $i=1,\dots,m$, в каждый момент t;

$G \subset R^{T\ell m}_{+}$ – компактное множество ресурсов, где ℓ – количество ресурсов, $k=1,\dots,\ell$;

$W(x)$ – замкнутое производственное отображение, $W: G \to 2^{R^{Tm}_{+}}$, причем множество $W(G)$ считаем ограниченным;

$p(x)$ – непрерывная вектор-функция цен, $p: G \to R^{Tm}_{+}$;

$(R^{m}_{+}, \succsim^{t}_{j}(x))$ – поле предпочтений j-го потребителя в момент t, которое является полным, рефлексивным, транзитивным, ненасыщаемым и строго выпуклым для каждого j, t и $x \in G$. Кроме того, отношение предпочтения $\succsim^{t}_{j}: G \to 2^{R^{m}_{+} \times R^{m}_{+}}$ считается замкнутым отображением на G. Следует отметить, что из этого следует непрерывность отношения предпочтения $\succsim^{t}_{j}(x)$ для каждого $x \in G$;

$F^{t}_{j}(x)$ – непрерывная бюджетная функция потребителя j в момент t, $F^{t}_{j}: G \to R^{m}_{+}$;

Предполагается, что в модели $\mathcal{E}$ удовлетворяется закон Вальраса:

$$\sum_{j=1}^{n} F^{t}_{j}(x) = \langle p^{t}(x), y(t) \rangle, \quad x \in G, \; y \in W(x), \; t=1,\dots,T.$$

Поведение потребителя в нашей модели является классическим. В каждый момент t определяется бюджетное множество $Q^{t}_{j}(x) \subset R^{m}_{+}$:

$$Q_j^t(x)=\{v^j(t) \mid \langle p^t(x),\ v^j(t)\rangle \leq F_j^t(x)\},\ x\in G,$$

и потребитель выбирает из него наиболее предпочтительный элемент. Это описывается отображением

$$\varphi_j^t(x)=\{\bar v^j(t)\in Q_j^t(x) / \bar v^j(t) \succsim_j^t(x)\, v \quad \forall v\in Q_j^t(x)\}.$$

Настало время сформулировать определение общего равновесия в модели $\mathcal{E}$.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ 3. Пара $(\bar x, \bar y)$, $\bar x\in G$, $\bar y\in W(\bar x)$, называется общим равновесием, если для некоторых векторов $\bar v^j(t)$ выполнены следующие условия:

1) $\bar v^j(t)\in \varphi_j^t(\bar x)$, $j=1,\dots,n$, $t=1,\dots,T$;

2) $\sum\limits_{j=1}^{n} \bar v^j(t) \leqq \bar y(t)$, $t=1,\dots,T$;

3) $\langle p^t(\bar x), \sum\limits_{j=1}^{n} \bar v^j(t)\rangle = \langle p^t(\bar x), \bar y(t)\rangle$, $t=1,\dots,T$.

Как нетрудно заметить, приведенный выше пример является частичным случаем модели $\mathcal{E}$ при $L=G$. Более того, частным случаем модели является модель Эрроу – Дебре, модель чистого обмена и некоторые модели с фиксированными ценами, т.е. так называемые модели с неравновесными ценами. Таким образом, наша модель $\mathcal{E}$ представляет как бы единый подход к общему равновесию как к сбалансированному и в известном смысле оптимальному состоянию экономики.

Сформулируем две теоремы существования равновесия. В первой из них на поведение функции цен наложено только условие положительности, т.е. здесь включен и случай фиксированных положительных цен. Во второй теореме не ограничивается поведение производителя.

ТЕОРЕМА 1. *Пусть в экономике $\mathcal{E}$ выполнены следующие условия:*

1) $p(x)\in \operatorname{int} R_+^{Tm}$, $x\in G$;

2) *существует непрерывная вектор-функция* $f: \operatorname{int} R_+^{Tlm} \to \operatorname{int} R_+^{Tlm}$, *обладающая следующими свойствами:*

a) $\check x\in G$ *для всех* $x\in \operatorname{int} R_+^{Tlm}$, *где*

$$\check x=(\check x(1),\dots,\check x(T));$$

$$\check{x}(t)=(\check{x}^1(t),\ldots,\check{x}^m(t));$$

$$\check{x}^i(t)=\left(\frac{x_1^i(t)}{f_1^{it}(x)},\ldots,\frac{x_\ell^i(t)}{f_\ell^{it}(x)}\right);$$

б) для множества $U\subset\partial R_+^{T\ell m}$

$U=\{x/\exists t,k$, для которых $x_k^i(t)=0, i=1,\ldots,m\}$ и любой последовательности $x^s\to x\in\partial R_+^{T\ell m}\setminus U$, $x^s\in int\, R_+^{T\ell m}$, имеет место

$$\liminf_{s\to\infty} f_K^{it}(x^s)>0,\ i=1,\ldots,m,\ k=1,\ldots,\ell,\ t=1,\ldots,T;$$

в) для любой неограниченной последовательности x^s, где последовательность $\check{x}^s$ сходится, $\lim\limits_{s\to\infty}\check{x}_K^{si}(t)>0$, а $x_K^{si}(t)$ не ограничена для некоторых i , k и t ;

3) если $x\in G$ и $y\in W(x)$, то из $x^i(t)=0$ следует $y_i(t)=0$.

Тогда в модели $\mathcal{E}$ существует общее равновесие.

ТЕОРЕМА 2. Предположим, что в экономике $\mathcal{E}$ выполнены следующие условия:

I) в поле предпочтений $(R_+^m,\succsim_j^t(x))$ любой продукт является желательным;

2) если $x^i(t)\geq 0$, то $p_i^t(x)>0$, и если $x^i(t)=0$, то $p_i^t(x)=0$ для всех $x\in G,\ i=1,\ldots,m,\ t=1,\ldots,T$;

3) выполнены условия 2 теоремы I;

4) $f_K^{i_1t}(x)=f_K^{i_2t}(x),\ i_1,i_2=1,\ldots,m,\ k=1,\ldots,\ell,\ t=1,\ldots,T,\ x>0;$

5) $\sum\limits_{j=1}^{n}F_j^t(x)>0,\ x\in G,\ t=1,\ldots,T;$

6) множество

$$S_j(t)=\{x\subset G/p^t(x)>0 \text{ или } F_j^t(x)>0\}$$

плотно в G для всех $j=1,\ldots,n,\ t=1,\ldots,T$.

Тогда в модели $\mathcal{E}$ существует общее равновесие, причем все равновесные значения цен положительны.

Доказательство теорем I и 2 можно найти в [I].

На первый взгляд несколько громоздким выглядит условие 2 теоремы I, но можно заметить, что для множеств, "похожих" на симплекс, оно легко выполняется. Действительно, для множества L из примера данного пункта функция f имеет следующий вид:

$$f_k^{it}(x) = f_k^t(x) = \frac{\sum_{\tau=1}^{m} x_k^{\tau}(t)}{\bar{X}_k(t)}, \quad x \in \operatorname{int} R_+^{Tm^2};$$

$$\bar{X}_k(t+1) = Y_k(t+1) + (1-\alpha_k(t))\, W_k^t(\tilde{x}^k(t)), \quad t = 1, \ldots, T-1;$$

$$\bar{X}_k(1) = X_k(1) = Y_k(1) + Z_k(1).$$

2. Оптимальные по Парето равновесия в модели $\mathcal{E}$

Как известно, в модели Эрроу – Дебре равновесный спрос оптимален по Парето по всему технологическому множеству. Это достигается, во-первых, потому, что технологическое множество не зависит от управляющей переменной, т.е. от цен, во-вторых, потому, что между потребителями распределяется максимальная прибыль, полученная от производства. В нашей модели $\mathcal{E}$ общее равновесие существует для широкого класса функций цен и отображений производства, поэтому очевидно, что в общем случае не может идти речь об оптимальности по Парето равновесного спроса. В данном разделе продолжим рассмотрение модели $\mathcal{E}$ с отображением производства, имеющим некоторый специальный вид, и найдем условия, достаточные для существования функций цен, которая обеспечивает Парето-оптимальность равновесного спроса. Для более простого изложения проблемы остановимся на статическом варианте модели $\mathcal{E}$, т.е. при $T = 1$.

Итак, возьмем экономику

$$\hat{\mathcal{E}}(p) = \langle m, G, W(x), p(x), n, (R_+^m, j(x)), F_j(q, x) \rangle.$$

Мы специально обозначим модель через $\tilde{\mathcal{E}}(p)$, подчеркивая, что функция цен в этом случае является управляемой величиной. Наша цель, как сказано выше, найти такую модель, когда при остальных заданных компонентах модели существует равновесие с Парето-оптимальным спросом. Бюджетная функция $F_j : R^m_+ G \to R^1_+$ зависит от цен $q \in R^m_+$ и распределения ресурсов $x \in G$. Кроме того, предполагается, что $\sum_{j=1}^{n} F_j(q,x) = \langle q, y \rangle \quad \forall y \in W(x)$.

При определенной функции цен $p(x)$ модель $\tilde{\mathcal{E}}(p)$ с бюджетной функцией $F_j(x) = \tilde{F}_j(p(x), x)$ становится моделью $\mathcal{E}$, и, следовательно, равновесие в ней дается определением 3 с бюджетной функцией $\tilde{F}_j(x)$.

Для конкретизации производственного отображения $W(x)$ нам понадобятся несколько дополнителых понятий. Пусть $H(x) \subset R^m_+$ – компактное выпуклое технологическое множество для вектора ресурсов $x \subset G$, $\theta(x, y)$ – непрерывная функция цели производителя (не зависящая от цен), $\theta : G \times R^m_+ \to R^1$, $K(x)$ – непрерывная вектор-функция накопления (или экспорта), $K : G \to R^m_+$.

Производственное отображение $W(x)$ зададим следующим образом:

$$W(x) = \{\bar{y} \mid \theta(x,\bar{y}) = \max_{y \in H(x)} \theta(x,y)\} - \{K(x)\}. \qquad (4)$$

Предполагается, что $H(G)$ ограничено, а функция $\theta(x, y)$ строго вогнута по y для каждого x. Очевидно, что множество $\{\bar{y} \mid \theta(x,\bar{y}) = \max_{y \in H(x)} \theta(x,y)\}$ состоит из одного элемента, который обозначим через $y(x)_{max}$. Тогда образ $W(x)$ – вектор,

$$W(x) = y(x)_{max} - K(x).$$

Кроме того, считаем, что

$$K(x) \leqq y(x)_{max}.$$

Введем обозначения: $\partial H(x)$ – относительная граница в R^m_+ множества $H(x)$, E_m – стандартный симплекс в R^m_+.

ТЕОРЕМА 3. *Пусть множество $H(x)$ содержит положительный вектор для каждого $x \in G$, а для каждого положительного $\bar{y} \in \partial H(x)$ существует единственный вектор $\gamma(\bar{y}) \in E_m$ такой, что*

$$\langle \eta(\bar y), \bar y \rangle \geq \langle \eta(\bar y), y \rangle, \quad y \in H(x), \tag{5}$$

причем $\eta(\bar y) > 0$, а для любого $y \in \partial H(\bar x) \cap \cap \partial R^m_+$ и любых последовательностей $x^s \to \bar x$, $y^s \to \bar y$, $x^s \in G$, $y^s \in \partial H(x^s)$, $y^s > 0$ имеет место соотношение

$$\lim_{s \to \infty} \eta(y^s) = A(\bar y) > 0, \tag{6}$$

где $A(\bar y)$ – некоторый вектор.

Предположим далее, что отображение $H(x)$ непрерывно по Какутани, а функция $\Theta(x, y)$ монотонно возрастает по y для каждого x, т.е. для любых y', y'', $y' > y''$, выполняется неравенство

$$\Theta(x, y') > \Theta(x, y''). \tag{7}$$

И, наконец, пусть для каждого $x \in G$ имеет место равенство

$$K_i(x) = y_i(x)_{max} \tag{8}$$

лишь только $x^i = 0$, а множество G удовлетворяет условиям 2 теоремы I.

Тогда существует такая функция цен $\bar p(x)$., для которой существует такое общее равновесие в модели $\tilde{\mathcal{E}}(\bar p)$, что любой равновесный спрос, отвечающий равновесию $(\bar x, W(\bar x))$, является Парето-оптимальным на множестве $\tilde H(\bar x) = H(\bar x) - \{K(\bar x)\}$, и равновесные цены $\bar p(\bar x)$ обеспечивают максимальную прибыль для равновесного производства $W(\bar x)$ на множестве $\tilde H(\bar x)$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Используя ограниченность множества $H(G)$, непрерывность по Какутани отображения $H(x)$ и непрерывность функции $\Theta(x, y)$, легко убедиться, что функция $y(x)_{max}$ непрерывна на G.

Введем множество $\bar G = \{x \mid y(x)_{max} > 0\}$. Ввиду условия

(7), $y(x)_{max} \in \partial H(x)$. Это дает нам возможность, используя условие (5), определить функцию $\bar{p}(x)$ на $\bar{G}$ так:

$$\bar{p}(x) = \eta(y(x)_{max}),$$

причем ввиду (6)

$$\bar{p}(x) > 0, \quad x \subset \bar{G}. \qquad (9)$$

Используя непрерывность функции $y(x)_{max}$, можно показать непрерывность функции $\bar{p}(x)$ на $\bar{G}$. Осталось доопределить $\bar{p}(x)$ на $G \setminus \bar{G}$. Для $x \in G \setminus \bar{G}$ имеем $y(x)_{max} \in \in \partial H(x) \cap \partial R^m_+$. По условию теоремы существует положительный $y \in H(x)$. Тогда, используя выпуклость множества $H(x)$, можно показать, что для любого $\bar{y} \in \partial H(x) \cap \partial R^m_+$ найдется последовательность положительных векторов $y^s \in \partial H(x)$, сходящаяся к $\bar{y}$. Сказанное выше вместе с условием (6) обеспечивает корректность следующего определения функции $\bar{p}(x)$ на $G \setminus G$:

$$\bar{p}(x) = \lim_{s \to \infty} \eta(y^s),$$

где $y^s \in \partial H(x^s), y^s > 0$, и x^s – произвольные последовательности, удовлетворяющие условиям $x^s \to x$, $y^s \to y(x)_{max}$.

Покажем, что функция $\bar{p}(x)$ непрерывна на G. Пусть $x^s \to x$. Если $x \in \bar{G}$, то ввиду непрерывности функции $y(x)_{max}$, начиная с некоторого номера $\bar{s}$, $x^s \in G$, $s > \bar{s}$. Как было указано выше, функция $\bar{p}(x)$ непрерывна на $\bar{G}$. Пусть теперь $x \in G \setminus \bar{G}$. Если с некоторого номера $\bar{s}$ $x^s \in \bar{G}$, $s > \bar{s}$, то по условию (6) имеем опять $\bar{p}(x^s) \to \bar{p}(x)$. Остался случай, когда для любого $\bar{s}$ найдется такой номер $s > \bar{s}$, что $x^s \in G \setminus \bar{G}$. Выберем произвольную подпоследовательность $x^{s_t} \in G \setminus \bar{G}$, которая, очевидно, сходится к x, и покажем, что $\bar{p}(x^{s_t}) \to \bar{p}(x)$, что и дает непрерывность функции $\bar{p}(x)$ в точке x. Пусть ε_t – последовательность чисел, $\varepsilon_t \to 0$. Так как $y(x^{s_t})_{max} \in \partial H(x^{s_t}) \cap \partial R^m_+$, то, как сказано выше, можем найти последовательность $y^v \in \partial H(x^{s_t})$, $y^v > 0$, $y^v \to y(x^{s_t})_{max}$, для каждого x^{s_t}. Следовательно, имея в виду (6), можно найти последовательность $\bar{y}^{s_t}$ такую, что

$$\begin{aligned} &dis(\eta(\bar{y}^{s_t}), \bar{p}(x^{s_t})) < \varepsilon_t \quad ; \\ &dis(\bar{y}^{s_t}, y(x^{s_t})_{max}) < \varepsilon_t \quad . \end{aligned} \qquad (10)$$

Так как $y(x^{s_\tau})_{max} \to y(x)_{max}$, то и $\bar{y}^{s_\tau} \longrightarrow y(x)_{max}$.
Опять применив условие (6), имеем

$$\lim_{\tau\to\infty} \tau(\bar{y}^{s_\tau}) = \bar{p}(x),$$

но тогда ввиду (10)

$$\lim_{\tau\to\infty} \bar{p}(x^{s_\tau}) = \bar{p}(x),$$

что и требовалось.

Итак, у нас $\bar{p}(x) > 0$, $x \in G$, а условие (8) нам дает

$$W_i(x) = 0 \quad \text{, если} \quad x^i = 0.$$

Таким образом, для модели $\tilde{\mathcal{E}}(\bar{p})$ с бюджетами $\tilde{F}_j(x) = F_j(\bar{p}(x), x)$ выполнены все условия теоремы I, и поэтому существует общее равновесие. Пусть $(\bar{x}, W(\bar{x}))$ – некоторое равновесие.

По определению функции цен $\bar{p}(x)$

$$y(\bar{x})_{max} \in \left[\bar{y} \,\middle|\, \langle \bar{p}(\bar{x}), \bar{y}\rangle = \max_{y\in H(\bar{x})} \langle \bar{p}(\bar{x}), y\rangle\right],$$

откуда, вспомнив, что $\bar{H}(\bar{x}) = H(\bar{x}) - \{K(\bar{x})\}$, имеем

$$W(\bar{x}) = y(\bar{x})_{max} - K(\bar{x}) \in \left\{\bar{y} \,\middle|\, \langle \bar{p}(\bar{x}), \bar{y}\rangle \max_{y\in\bar{H}(\bar{x})} \langle \bar{p}(\bar{x}), y\rangle\right\}, \tag{II}$$

т.е. равновесное производство доставляет максимум прибыли на $\bar{H}(\bar{x})$ при соответствующих ценах $\bar{p}(\bar{x})$. Пусть теперь $\bar{V} = (\bar{V}^1, \ldots, \bar{V}^n)$ – равновесный спрос, отвечающий равновесию $(\bar{x}, W(\bar{x}))$. Предположим, что он не Парето-оптимален на $\bar{H}(\bar{x})$, т.е. найдутся векторы $\tilde{V} = (\tilde{V}^1, \ldots, \tilde{V}^n) \in R^{mn}_+$ и $\tilde{y} \in \bar{H}(\bar{x})$, где

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{V}^j \leqq \tilde{y}, \tag{I2}$$

причем

$$\tilde{V}^j \succsim_j (\bar{x}) \bar{V}^j, \tag{I3}$$

и для некоторого j неравенство (I3) строгое. Тогда ввиду ненасыщаемости отношений предпочтения $\succsim_j (x)$ получаем

$$\langle \bar{p}(\bar{x}), \sum_{j=1}^{n} \tilde{V}^j\rangle > \sum_{j=1}^{n} \tilde{F}_j(\bar{x}).$$

Объединив последнее неравенство с неравенствами (II) и (I2), приходим к следующему противоречивому соотношению:

$$\langle \bar{p}(\bar{x}), \tilde{y} \rangle \geq \langle \bar{p}(\bar{x}), \sum_{j=1}^{n} \tilde{v}^{j} \rangle > \sum_{j=1}^{n} \tilde{F}_j(\bar{x}) = \langle \bar{p}(\bar{x}), W(\bar{x}) \rangle =$$

$$= \max_{y \in \bar{H}(\bar{x})} \langle \bar{p}(\bar{x}), y \rangle .$$

Теорема полностью доказана.

ЛИТЕРАТУРА

I. Гералавичюс В. К проблеме единого подхода к общему равновесию в динамических дискретных конечных моделях, I,П// Lietuvos matematikos rinkinys. - 1984. - Т.24, N3. - С.74-97.

Поступила в ред.-изд. отдел
17.09.87 г.