УДК 330.115

МОДЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ЭКСТЕНСИВНОГО РОСТА НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА

К.Ю.Борисов, А.М.Рубинов

В заметке рассматривается вопрос о применении однопродуктовой модели экономической динамики к исследованию динамики народного хозяйства. На основе модели выдвигается гипотеза о том, что возможности экстенсивного роста народного хозяйства СССР к началу восьмидесятых годов были существенно исчерпаны.

1. Рассмотрим динамическую однопродуктовую модель народного хозяйства, состояниями которой служат двумерные векторы $x=(k,\ell)\geqslant 0$, где k - фонды, ℓ - трудовые ресурсы. Эта модель задается с помощью производственной функции F, коэффициента сохранности фондов $\nu\in[0,1]$, коэффициента превращения инвестиций $\lambda\in(0,1]$, темпа роста трудовых ресурсов $\alpha\geqslant 1$. Состояния модели рассматриваются в моменты времени $t=0,1,2,\ldots$ Пусть (k_t,ℓ_t) - состояние модели в момент t. Выпуск продукции в этом состоянии совпадает с числом $F(k_t,\ell_t)$. Рабочая сила ℓ_{t+1} и фонды k_{t+1} в момент $t+1$ находятся из равенств

$$\ell_{t+1}=\alpha\ell_t\ ,\quad k_{t+1}=\nu k_t+\lambda I_t\ , \tag{1}$$

где I_t - инвестиции:

$$0\leq I_t\leq F(k_t,\ell_t)\ . \tag{2}$$

Конечная или бесконечная последовательность (k_t,ℓ_t), для которой выполняются соотношения (1) при некоторых I_t, удовлетворяющих неравенствам (2), называется траекторией. Качество траекторий оценивается с помощью последовательности потребления c_t, где $c_t = F(k_t, \ell_t) - I_t$.

Считаем ниже, что F – однородная первой степени, дважды непрерывно дифференцируемая функция, причем $F(0,1) = F(1,0) = 0$ и

$$\frac{\partial F}{\partial k} > 0, \quad \frac{\partial F}{\partial \ell} > 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial k^2} < 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial \ell^2} < 0.$$

ЗАМЕЧАНИЕ I. Экономическая интерпретация величин, фигурирующих в модели, неоднозначна. Так, под фондами можно понимать как основные, так и все производственные фонды, под выпуском – валовый общественный продукт, национальный доход или конечный продукт. При этом соответствующую интерпретацию приобретают инвестиции, а также коэффициенты ν, λ, участвующие в определении модели.

Пусть (k_t, ℓ_t) – траектория модели, $\eta_t = k_t/\ell_t$ – фондовооруженность состояния (k_t, ℓ_t), $f(\eta_t) \equiv F(\eta_t, 1) = 1/\ell_t \, F(k_t, \ell_t)$ – производительность труда в этом состоянии, $\omega_t = c_t/\ell_t$ – удельное потребление в момент t. Понятно, что

$$\omega_t = \frac{1}{\ell_t}\left(F(k_t, \ell_t) - \frac{1}{\lambda}(k_{t+1} - \nu k_t)\right).$$

Откуда следует равенство

$$\omega_t = f(\eta_t) - \frac{1}{\lambda}(\alpha \eta_{t+1} - \nu \eta_t). \qquad (3)$$

Рассмотрим вначале стационарные бесконечные траектории (k_t, ℓ_t); стационарность означает, что соответствующая последовательность η_t постоянна. Пусть на рассматриваемой траектории $\eta_t = \eta$. Тогда при всех t выполняется равенство $\omega_t = \omega$, где $\omega = g(\eta)$, а функция g определена формулой

$$g(\eta) = f(\eta) - \frac{\alpha - \nu}{\lambda}\eta \qquad (\eta \geqslant 0).$$

Пусть $\bar\eta$ – точка максимума функции g на положительной полуоси, $\bar\omega = g(\bar\eta)$. Точка $\bar\eta$, называемая, как известно, золотой фондовооруженностью (или золотым правилом) Фелпса, описывает поведение всех "хороших" траекторий модели. Это подтверждается следующим предложением.

ПРЕДЛОЖЕНИЕ I. *Пусть* (k_t, ℓ_t) – *бесконечная траектория модели*, $\eta_t = k_t/\ell_t$ *и величина* ω_t *вычисляется по* формуле (3). Тогда

1) $\underline{\lim}\, \omega_t \le \bar{\omega}$; если $\underline{\lim}\, \omega_t = \bar{\omega}$, то $\eta_t \to \bar{\eta}$;

2) последовательность $S_T = \sum_{t=1}^{T} (\omega_t - \bar{\omega})$ ограничена сверху и выполняется одно из следующих соотношений:

а) $S_T \to -\infty$; б) $\inf_T S_T > -\infty$.

При этом, если справедливо б), то $\eta_t \to \bar{\eta}$.

Утверждение 2 хорошо известно (см., например, обзор [1]), утверждение 1) приведено в [2].

2. Золотое правило можно рассматривать как магистраль, притягивающую все "хорошие" бесконечные траектории модели. В рамках модели оптимальное поведение заключается в приближении к магистрали или даже в выходе на магистраль. Однако внемодельные соображения политического и социального характера часто заставляют рассматривать траектории модели, которые не стремятся к магистрали, а "перескакивают" через нее (такие траектории, как правило, конечны). Эти соображения заставляют, в частности, рассматривать "растущие" траектории, на которых выпуск или фонды растут заданным темпом. Нам будет удобно говорить о "растущих" траекториях, на которых выполняется соотношение $\eta_{t+1} \geq \beta \eta_t$, где $\beta > 1$ - заданное число. Сначала рассмотрим случай, когда $\eta_{t+1} = \beta \eta_t$. Из (3) следует, что в этом случае $\omega_t = g_\beta(\eta_t)$, где

$$g_\beta(\eta) = f(\eta) - \frac{\alpha\beta - \nu}{\lambda}\eta .$$

Понятно, что соответствующая траектория конечна, ибо при достаточно больших η функция g_β принимает отрицательные значения. Пусть $\bar{\eta}_\beta$ - точка максимума этой функции на положительной полуоси. Так как g_β - вогнутая функция, то она возрастает на промежутке $[0, \bar{\eta}_\beta]$ и убывает при $\eta > \bar{\eta}_\beta$. Таким образом, если η_t достаточно мало, то рассматриваемая траектория обеспечивает в течение нескольких промежутков времени, следующих за t, рост потребления. Ее можно рассматривать как траекторию экстенсивного роста. Уточним и поясним это обстоятельство.

Под экстенсивным ростом понимается обычно рост выпуска и потребления, осуществляемый только за счет увеличения объема применяемых факторов производства. В рассматриваемом нами случае таких факторов два: фонды и рабочая сила. Заметим, что в экономической литературе под экстенсивным ростом часто понимается рост, вызванный привлечением трудовых ресурсов, а под интенсивным - рост, вызванный увеличением производительности труда (в рамках модели это равносильно увеличению фондовооруженности). Понятно, однако, что рост, определяемый увеличением фондовооруженности, которое вызвано увеличением объема фондов неизменной структуры и не связано с изменением производственной функции, следует рассматривать как экстенсивный.

Первым обычно исчерпывается фактор "трудовые ресурсы". Рассматриваемая модель (во всяком случае при $\alpha = 1$) как раз описывает ситуацию, когда этот фактор уже исчерпан. На траектории, для которой $\eta_{t+1} = \beta \eta_t$, при небольших η_t рост (экстенсивный) происходит за счет увеличения фактора "фонды", пока он не исчерпает себя полностью, т.е. пока выполняется неравенство $\eta_t < \bar{\eta}_\beta$. При $\eta_t > \bar{\eta}_\beta$ движение по данной траектории приводит сначала к уменьшению удельного потребления, а затем - к прекращению существования (потребление становится отрицательным). Заметим, что $\bar{\eta}_\beta < \bar{\eta}$, где $\bar{\eta}$ - золотое правило.

Обратимся теперь к траекториям, на которых $\eta_{t+1} \geqslant \beta \eta_t$ при некотором $\beta > 1$. Можно считать, кроме того, что $\eta_{t+1} \leqslant \gamma \eta_t$ при некотором $\gamma > \beta$, причем, как следует из экономических соображений, γ не сильно отличается от β. Воспользовавшись формулой (3), получим, что на рассматриваемых траекториях

$$g_\gamma(\eta_t) \leqslant \omega_t \leqslant g_\beta(\eta_t) \,. \tag{4}$$

Справедливы неравенства $\bar{\eta}_\gamma < \bar{\eta}_\beta < \bar{\eta}$. Поэтому при достаточно малых η ($\eta < \bar{\eta}_\gamma$) функции g_γ и g_β возрастают. Кроме того, так как γ мало отличается от β, то и g_γ мало отличаются от g_β. То обстоятельство, что потребление ω_t "зажато" с двух сторон возрастающими функциями, мало отличающимися друг от друга, можно выразить, сказав, что потребление имеет тенденцию к возрастанию. При достаточно больших η, во всяком случае при $\eta > \bar{\eta}$, подобным же образом можно сказать, что потребление имеет тенденцию к убыванию. Иными словами, при этих η рост потребления может быть лишь эпизодическим и незначительным.

Из сказанного выше следует, что золотое правило $\bar{\eta}$ можно рассматривать как верхнюю границу экстенсивного роста экономики на траекториях с "растущей" фондовооруженностью ($\eta_{t+1} > \beta \eta_t$ при $\beta > 1$). Если на подобной траектории фондовооруженность близка к $\bar{\eta}$ или "перескочила" за $\bar{\eta}$, то возможно одно из двух: I) следует отказаться от того, что траектория "растущая", сворачивать рост фондовооруженности и, может быть, даже уменьшить ее, чтобы приблизить к золотому правилу; 2) следует выйти за рамки модели и увеличить золотое правило $\bar{\eta}$ так, чтобы $\bar{\eta}$ существенно превышало η_t . Последнее возможно только за счет интенсификации - на используемом нами языке она означает резкое изменение производственной функции и параметров ν , λ , влекущее рост величины $\bar{\eta}$. Как уже отмечалось, первый вариант невозможен по внемодельным соображениям.

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Привлечение внемодельных соображений, о которых шла речь выше, приводит к интерпретации магистрали, отличной от общепринятой: магистральная фондовооруженность выступает не как "состояние золотого века", а просто как верхняя граница экстенсивного роста.

3. Существует точка зрения, что рассуждения, подобные приведенным выше, носят лишь академический характер, так как наша экономика находится еще далеко от золотого правила. Нами проведена серия расчетов по различным вариантам рассмотренной выше модели применительно к народному хозяйству СССР. Производственная функция строилась на основе информации, имеющейся в ежегодных статистических справочниках. С помощью той же информации оценивались параметры α , ν , λ . Варианты модели отличались различной интерпретацией фондов и выпуска (см. замечание I), а также различными вариантами выбора указанных параметров.

На основе расчетов можно сделать следующие выводы.

I) Приведенная модель достаточно точно отражает (на микроуровне) развитие советской экономики за период 1965-1982 гг.

2) К началу восьмидесятых годов реальная фондовооруженность η_t приблизилась к золотому правилу $\bar{\eta}$ (а в некоторых вариантах превысила $\bar{\eta}$).

Эти расчеты позволяют выдвинуть следующую гипотезу: замедление темпов экономического роста к началу восьмидесятых годов вызвано исчерпанием факторов экстенсивного роста, в частности невозможностью увеличивать выпуск продукции за счет увеличения фондовооруженности.

Результаты данной работы показывают, что при росте фондовооруженности альтернативой процессу интенсификации может служить только сокращение потребления.

ЛИТЕРАТУРА

I. Рубинов А.М. Экономическая динамика // Современные проблемы математики. - М., 1982. - Т.19. - С.59-110.

2. Борисов К.Ю. О магистральном поведении некоторых траекторий// Всесоюзн. семинар по оптимизации и ее приложениям, Душанбе, 25-31 окт. 1986 г. - Душанбе, 1986. - С.42-43.

Поступила в ред.-изд. отдел
19.01.87 г.