УДК 330.115

О РЕШЕНИИ МОДЕЛИ ПРЕДПРИЯТИЯ В ОАСУ

С.М.Анцыз, И.В.Донсков

Неотъемлемой частью модели функционирования отраслевых систем, описанной в [1] , являются модели развития (функционирования) предприятий, входящих в отраслевую систему. В изложенных в [1,2] схемах формирования плана отрасли каждая итерация предполагает изменение множества вариантов развития для большинства предприятий. Такой процесс требует построения сотен и даже тысяч вариантов развития предприятий, что накладывает довольно жесткие временные требования на вычислительные схемы, решающие модели предприятий.

Кроме того, при согласовании планов предприятий на отраслевом уровне часто возникают ситуации несовместности условий и ограничений, налагаемых на функционирование отдельных предприятий. Вычислительная схема решения модели предприятия должна содержать средства борьбы с такой несовместностью и позволять пользователю получать приемлемые варианты развития предприятий и в этих ситуациях, т.е. должна быть результативной.

Настоящая статья посвящена некоторым вопросам построения эффективной (в указанном смысле) вычислительной схемы решения модели развития предприятия, формализуемой в виде некоторой задачи дискретного программирования с линейными ограничениями. Эта модель является дальнейшим развитием описанных в [3] "дискретной" и "непрерывной" моделей развития предприятия в ОАСУ. Ниже приводится лишь схема модели, более подробно с составом информации и алгоритмами формирования коэффициентов задач можно ознакомиться в [3] .

Переменными модели являются:

$X=\{x_i^t\}$ – выпуски изделий, где x_i^t – объем выпуска i-го изделия в год t; $i=1,\dots,I$, $t=1,\dots,T$;

$Y=\{y_i^t\}$ – выпуски изделий на базовых мощностях, где y_i^t – объем выпуска i-го изделия на оборудовании и площадях, пригодных к использованию к началу года t;

$Z=\{z_t\}$ – объемы капиталовложений на СМР, необходимые на расширение площадей по годам;

$U_1=\{u_1^t\}$ – объемы капиталовложений на оборудование;

$U_2=\{u_2^t\}$ – объемы капиталовложений, используемых для проведения СМР;

$\Omega=\{\omega_m^t\}$ – наличное количество оборудования по видам работ, где $m=1,\dots,M$;

ε_1, ε_2 – уровни выпуска продукции в определенной структуре.

На переменные накладываются следующие ограничения:

– на выпуск продукции

$$X-\varepsilon_1\cdot\Pi\cdot(D-d)-\varepsilon_2\cdot D\geq \underline{d}, \qquad (1)$$

где $D=\{D_i^t\}$ – заявка на продукцию предприятия, $d=\{d_i^t\}$ – нижняя граница значений переменной X, $\Pi=\{\pi_i^t\}$ – приоритеты изделий; $\underline{d}=\{\underline{d}_i^t\}$ определяется по правилу

$$\underline{d}_i^t=\begin{cases}0, & \text{если все компоненты } \Pi \text{ равны между собой:}\\ d_i^t & \text{в противоположном случае;}\end{cases}$$

– на использование дефицитных ресурсов (труда, оборудования по видам работ и др.)

$$A\cdot X\leq B, \qquad (2)$$

где A – матрица удельных затрат соответствующих ресурсов, а B – объемы этих ресурсов, выделенных предприятию;

– на капитальные вложения для приобретения оборудования

$$\left.\begin{aligned} &F\cdot(X-Y)-U_1\leq 0,\\ &\omega_m^t\geq\omega_m^0-\vartheta_m^1,\\ &\sum_{i=1}^{I}x_i^\tau\cdot\alpha_{im}^\tau-\omega_m^\tau\leq\vartheta_m^{\tau+1}, \qquad \tau=1,\dots,T-1,\\ &\sum_{i=1}^{I}y_i^t\cdot\alpha_{im}^t-\omega_m^t\leq 0, \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

$$U_1\leq R_1, \qquad (4)$$

где w_m^t - количество единиц оборудования m-й группы, выбывающего в год t, w_m^0 - наличное количество оборудования группы m в базовом для планируемого периода году; $\alpha_{im}^t \in A$ - нормативы станкоемкости m-го вида на выпуск продукции; F - матрица удельных капиталовложений на оборудование; R_1 - вектор ограничений на эти капиталовложения по годам;

- на объем строительно-монтажных работ

$$\begin{gathered} z_t + \sum_{m=1}^{M} \sum_{i=1}^{I} (x_i^t - y_i^t) \cdot \alpha_{im}^t \rho_m - u_2^t \leq 0, \\ U_2 \leq R_2, \end{gathered} \tag{5}$$

где R_2 - вектор ограничений на эти капиталовложения по годам; ρ_m - стоимость монтажа единицы оборудования m-й группы;

- на производственные площади

$$\sum_{i=1}^{I} x_i^t \cdot p_i^t - \sigma \cdot \sum_{\tau=1}^{t} q_\tau \cdot z_\tau \leq P_0, \tag{6}$$

где p_i^t - норматив площади на выпуск i-го изделия в год t; q_τ - коэффициенты освоения вновь вводимой площади; P_0 - производственная площадь в базовом для планируемого периода году; σ - норматив, связывающий площадь с ее стоимостью;

- дополнительные условия

$$\begin{gathered} X - Y \geq 0, \\ X, Y, U_1, U_2, \Omega, \varepsilon_1, \varepsilon_2 \geq 0; \end{gathered} \tag{7}$$

$z \in \{\bar{z}_1, \bar{z}_2, \ldots, \bar{z}_k\} = \mathbb{Z}$ - некоторое дискретное множество величин, соответствующее стандартному набору строительных модулей (цехов, объектов).

В качестве целевой функции задачи выбирается по желанию пользователя численность работающих, уровень выпуска продукции в определенной структуре, затраты ресурсов определенного вида либо обобщающий показатель функционирования предприятия, например товарная продукция.

В реализованных моделях размерность задачи характеризуется следующими параметрами: число ограничений вида (I) достигает $150 \cdot T$, вида (2) составляет $(2 \cdot M + N) \cdot T$, вида (3)-(6) - $(5 + M) \cdot T$, где M - число видов работ, N - число рассматриваемых дефицитных ресурсов. В решаемых задачах для десятилетнего периода $M \leq 15$, $N \leq 20$, число ограничений в задаче достигает 1000-2000.

Таким образом, основные трудности в решении модели предприятия связаны с большой размерностью задачи математического программирования, условиями дискретности, налагаемыми на группу переменных, и возможной несовместностью ограничений.

Пусть $Z = \bar{Z}_0 = 0$. Рассмотрим следующую задачу линейного программирования:

минимизировать величину $\Delta = \sum_{j \in J_1} \delta_{1j} + \sum_{t=1}^{T} \delta_{4t}$ (8)

при ограничениях (3) и ограничениях

$$A \cdot X - \Delta_1 \le B; \qquad (2')$$

$$U_1 - \Delta_2 \le R; \qquad (4')$$

$$\sum_{m=1}^{M} \sum_{i=1}^{I} (x_i^t - y_i^t) \cdot \alpha_{im}^t \cdot \rho_m - u_2^t \le -z_t;$$

$$U_2 - \Delta_3 \le R_2; \qquad (5')$$

$$\sum_{i=1}^{I} x_i^t \rho_i^t - \delta_{4t} \le \rho_0 + \sigma \cdot \sum_{\tau=1}^{T} q_\tau \cdot z_\tau; \qquad (6')$$

$$X \ge d, \; Y \le d;$$

$$Y, U_1, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \delta_{4t} \ge 0, \qquad (9)$$

где $\Delta_1 = \{\delta_{1j} \mid j \in J_1\}$, $\Delta_2 = \{\delta_{2j} \mid j \in J_2\}$, $\Delta_3 = \{\delta_{3j} \mid j \in J_3\}$, J_1, J_2, J_3 - множество номеров ограничений вида (2′), (4′) и (5′) соответственно. В дальнейшем будем называть задачу (8), (2′), (3), (4′), (5′), (6′), (9) задачей получения допустимого варианта (ПДВI).

Число ограничений общего вида в задаче ПДВI составляет $E = 3 \cdot M \cdot T + TN + const$ и в реализованных моделях не превосходило 200. Для ее решения использовался прямой симплекс-метод с хранением полной обратной матрицы. Допустимое решение этой задачи и соответствующий ему базис получаются за E итераций симплекс-метода, приводящих к плану:

$$\bar{x}_i^t = d_i^t;$$

$$\bar{\omega}_m^t = \max\{\omega_m^0 - w_m^1, \max_{\tau=1,\dots,T-1}(\sum_{i=1}^{I} d_i^\tau \cdot \alpha_{im}^\tau - w_m^{\tau+1})\};$$

$$\bar{y}_i^t = \begin{cases} d_i^t, \text{ если } i \in I_1^t, \\ 0, \text{ если } i \in [1,I] \setminus I_1^t; \end{cases}$$

$$\bar{\Delta}_1 = [A \cdot d - B]^+;$$

$$\bar{U}_1 = F \cdot (d - \bar{Y});$$

$$\bar{\Delta}_2 = [\bar{U}_1 - R_1]^+;$$

$$U_2 = \{\sum_{m=1}^{M} \sum_{i=1}^{I} (\bar{x}_i^t - \bar{y}_i^t) \cdot \alpha_{im}^t \cdot \rho_m + z_t\};$$

$$\bar{\Delta}_3 = [\bar{U}_2 - R_2]^+;$$

$$\bar{\delta}_{4t} = [\sum_{i=1}^{I} \bar{x}_i^t \cdot p_i^t - p_0 - \sigma \cdot \sum_{\tau=1}^{t} q_\tau \cdot z_\tau]^+.$$

Здесь $[a]^+ = a$, если $a > 0$, и $[a]^+ = 0$, если $a \le 0$; $I_1^t = \bigcap_{m \in [1,M]} I_{1m}^t$, где $I_{1m}^t = \{i \mid \sum_{i \in I_{1m}^t} \alpha_{im}^t \cdot d_i^t \le \le \bar{\omega}_m^t$; $\alpha_{im}^t \le \alpha_{jm}^t$, если $i \in I_{1m}^t, j \in [1,I] \setminus I_{1m}^t$; $\sum_{i \in I_{1m}^t \cup j} \alpha_{im}^t \cdot d_i^t > \bar{\omega}_m^t\}$.

В результате решения задачи ПДВI может возникнуть две ситуации.

I) В оптимальном решении задачи ПДВI имеются отличные от нуля переменные δ_{1j} либо δ_{4t}. Это означает, что при данных объемах капиталовложений на СМР не существует варианта развития предприятия, удовлетворяющего ограничениям на производственные площади либо на дефицитные ресурсы. В этом случае необходимо увеличить компоненты вектора z.

Пусть элементы множества $\mathbb{Z}$ упорядочены по возрастанию. Тогда полагаем $z = \bar{\bar{z}}_1 \in \mathbb{Z}$. В задаче ПДВI изменяются в связи с таким предположением правые части в ограничениях $(5')$ и $(6')$. Оптимальный базис задачи сохраняется, меняются только значения переменных u_2^t и δ_{4t}.

Если в результате решения задачи ПДВ1 с новыми ограничениями в оптимальном плане будут содержаться ненулевые компоненты векторов δ_{1j} и (или) δ_{4j}, то следует полагать $z = \bar{\bar{z}}_2, \ldots, \bar{\bar{z}}_k$ и т.д. до тех пор, пока в оптимальном плане задачи ПДВ1 все Δ_1 и δ_{4t} не станут равными 0, или до тех пор, пока $k \leq K$. Последний случай соответствует ситуации, когда не существует строительного модуля, введение которого могло бы увеличить производственные мощности для того, чтобы выполнить минимально необходимую заявку на изделия. В этом случае вычислительная схема решения модели должна обратиться к пользователю системы с просьбой скорректировать информацию, исходную для модели предприятия.

2) Величины δ_{1j} и δ_{4t} в оптимальном решении этой задачи равны 0. Следовательно, существует вариант развития предприятия, удовлетворяющий ограничениям по трудовым ресурсам, наличному оборудованию, использованию других дефицитных ресурсов и по производственным площадям. В этом случае следует решить задачу ПДВ2 следующего вида:

минимизировать величину $\Delta' = \sum_{j \in J_2} \delta_{2j} + \sum_{j \in J_3} \delta_{3j}$

при ограничениях (2), (3), (4), (5), (6), (8).

Оптимальное решение задачи ПДВ1 является допустимым решением задачи ПДВ2. Базис, соответствующий оптимальному решению задачи ПДВ1, является допустимым для задачи ПДВ2 (задачи различаются только видом функционала). Для решения задачи ПДВ2 используется тот же метод, что для решения задачи ПДВ1.

При решении задачи ПДВ2 также могут возникнуть две ситуации.

1) Все компоненты δ_{2j} и δ_{3j} в оптимальном решении задачи равны 0. В этом случае существует вариант развития предприятия, удовлетворяющий всем условиям исходной модели. Для того чтобы построить этот вариант, необходимо перейти к решению основной задачи. При этом базис, соответствующий оптимальному решению задачи ПДВ2, является допустимым для основной задачи и может быть использован в качестве начального.

2) В оптимальном плане задачи ПДВ2 имеются отличные от 0 компоненты δ_{2j} и (или) δ_{3j}. Эта ситуация означает, что не существует варианта развития предприятия, удовлетворяющего заданным в исходной модели ограничениям на капиталовложения.

В этом случае для решения модели предприятия следует скорректировать векторы $R_1 = R_1 + \Delta_1^*$ и $R_2 = R_2 + \Delta_2^*$, где Δ_1^* и Δ_2^* берутся из оптимального решения задачи ПДВ2. Далее можно, как и в первом случае, переходить к решению основной задачи.

Изложенная выше схема позволяет достаточно эффективно получить вариант развития предприятия. Несовместные условия на функционирование предприятия корректируются в этой схеме либо в автоматизированном режиме, либо в режиме диалога с пользователем модели. Условие дискретности группы переменных было учтено в процессе решения задачи ПДВI.

Вариацией правых частей в ограничениях (I)-(6) получается набор задач, решением которых являются варианты развития предприятия. При этом для получения допустимого решения второй, третьей и т.д. задач для одного предприятия может быть использовано решение первой.

Описанная выше схема была реализована в программном комплексе ВАРИАНТ, входящем в АСУ подотрасли "МАГИСТРАЛЬ", использующейся в ряде машиностроительных отраслей.

ЛИТЕРАТУРА

1. МАКАРОВ В.Л., МАРШАК В.Д. Модели оптимального функционирования отраслевых систем. - М.: Экономика, 1979.
2. АНЦЫЗ С.М. Система алгоритмов формирования плана объекта с иерархической структурой управления. - В кн.: Проблемы имитационного моделирования производственно-хозяйственной деятельности промышленных предприятий, ч.2. Новосибирск, 1983, с.99-101.
3. ДОНСКОВ И.В. Моделирование развития предприятий в ОАСУ. - Оптимизация, 1982, вып. 29(46), с.103-115.