

УДК 51.330.115

## К ОПТИМИЗАЦИИ МЕХОТРАСЛЕВЫХ И МЕЖРАЙОННЫХ СВЯЗЕЙ ПРИ ПЛАНИРОВАНИИ РАЗВИТИЯ ЕДИНОЙ НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ

Д.П.Сыров, Ш.С.Чурквельдэ, Г.М.Арбатский, В.В.Труфанов

На современном этапе развития социалистической экономики все более актуальным становится требование разработки системы оптимального планирования и управления народного хозяйства. Ниже авторами рассматривается одна из возможных концепций по данной проблеме, и дается описание экономико-математической модели оптимизации межотраслевых и межрайонных связей при планировании развития Единой народнохозяйственной системы.

### I. Об иерархии планирования развития Единой народнохозяйственной системы (ЕНХС)

Под Единой народнохозяйственной системой понимается совокупность всех единых отраслевых народнохозяйственных систем (ЕОНХС), производящих те или иные виды продукции, и систем непроизводственной сферы (просвещение, культура, здравоохранение, наука и др.). Единая народнохозяйственная система с учетом внешней торговли характеризуется замкнутым балансом производства и потребления всех видов продукции.

Общепринято, что комплексно проблему оптимизации развития ЕНХС целесообразно решать с помощью совокупности экономико-математических моделей. При этом в иерархии планирования обычно выделяются три уровня: страна-отрасль-район. Однако задача

осостоит не только в создании соответствующих математических моделей для каждого уровня планирования, но и в разработке механизма взаимодействия решений, получаемых на каждом уровне, т.е. механизма обратных связей при итеративной схеме расчетов по иерархической системе моделей.

На рис. I предлагается один из возможных вариантов иерархической системы оптимального планирования развития СНХС. [4].

На первом уровне планирования оптимизируется развитие СНХС с учетом в достаточно укрупненном виде межотраслевых и межрайонных связей. На этом уровне страна рассматривается как совокупность экономических районов, каждый из которых характеризуется своими природными и трудовыми ресурсами, созданными производственными мощностями и другими показателями. Основными решаемыми вопросами являются: а) оптимизация межотраслевых связей и народнохозяйственных пропорций; б) приближенный выбор технологических способов производства; в) оптимизация размещения производств по экономическим районам страны с учетом межотраслевых связей, ресурсов по районам, затрат на транспорт продукции и других факторов (макроразмещение).

Макроэкономический анализ СНХС на первом уровне планирования определяет и требования к используемым для этих целей математическим моделям. Поскольку на этом уровне планирования необходимо рассматривать все отрасли и все экономические районы во взаимосвязи, размерность математических моделей оказывается весьма большой. Поэтому целесообразно максимально упрощенное описание межотраслевых и межрайонных связей.

На втором уровне планирования рассматривается развитие Единых отраслевых народнохозяйственных систем. Если на первом уровне по условиям размерности задачи использовалось упрощенное описание межотраслевых и межрайонных, а также внутриотраслевых связей, то на уровне отраслевого планирования описание внутриотраслевых и внешних связей должно быть более точным (приближающимся к реальным связям) для возможности более детального анализа развития отрасли как с экономической, так и с технической точки зрения.

Представляется, что на этом уровне планирования должны решаться следующие основные задачи: а) уточнение технологических способов производств; б) уточнение районов размещения производств; в) обоснование степени районной концентрации производ-

ства.

Здесь важно подчеркнуть, что эти задачи должны решаться при заданной информации (полученной на первом уровне планирования) о развитии и размещении всех других отраслей, а также о транспортных потоках продуктов и о замыкающих затратах на производство и транспорт продуктов. Таким образом учитываются все внешние ограничения при оптимизации внутренней структуры отрасли.

Однако задачу размещения и обоснования степени концентрации производств отрасли невозможно решить без увязки с задачей внутрирайонного размещения производств. Поэтому решения на втором и третьем уровнях планирования должны между собой увязываться итеративно.

На третьем уровне планирования решается задача оптимизации развития районных народнохозяйственных систем (РНХС).

К основным вопросам, решаемым на данном уровне планирования, следует отнести: а) оптимизацию размещения предприятий по подрайонам экономических районов (микроразмещение); б) определение оптимальных масштабов концентрации предприятий; в) уточнение технологических способов производств.

При решении этих вопросов должна использоваться информация, полученная на первом и втором уровнях планирования, а также информация, характеризующая внутрирайонные условия. На этом уровне планирования вступают в силу так называемые микрофакторы, определяющие конкретное размещение предприятий (удаленность от сырьевой базы и потребителей продукции, наличие строительной базы, транспортных связей, трудовых ресурсов, водоснабжение и энергоснабжение, загрязнение водоемов и атмосферы, микроклиматические условия, возможность кооперации предприятий с другими производствами, наличие земельных площадей и другие факторы).

Следует отметить, что микрофакторы могут играть большую роль при обосновании масштабов концентрации производств, а также влиять на изменение некоторых технологических способов производств. По существу, при заданных внешних ограничениях по транспортным межрайонным потокам продуктов и информации по подрайонам происходит как бы ~~также~~ оптимизация технологических способов производств с учетом микроразмещения предприятий. При этом, как и на первом уровне планирования, все отрасли рассматриваются совместно.

В конечном итоге на данном уровне планирования должны уточняться расчетные экономические показатели различных технологических способов производств. Под расчетными экономическими показателями принимаются те, которые используются на первом и втором уровнях планирования.

Если расчетные экономические показатели, полученные на третьем уровне планирования, а также межрайонное размещение производств (уточненное на отраслевом уровне планирования) существенно отличаются от этих же показателей, используемых и полученных на первом уровне планирования, то расчет по оптимизации развития ЕНХС можно считать законченным<sup>х/</sup>. В противном случае происходит возврат на первый уровень планирования и расчеты повторяются.

Рассмотренная трехстадийная схема оптимизации развития ЕНХС требует разработки соответствующих математических моделей (основные черты которых были кратко изложены выше) для каждого уровня планирования, а также достаточно строгих алгоритмов учета прямых и обратных связей между расчетами на каждом уровне.

По существу, надо признать, что в настоящее время ни на одном уровне планирования нет удовлетворительных математических моделей.

На первом уровне планирования большое развитие и распространение получил метод межотраслевого баланса [1, 7, 10, 19 и др.]. Достоинство метода межотраслевого баланса в том, что он отражает весь процесс производства в народном хозяйстве, формирования стоимости общественного продукта, создания и использования национального дохода. Однако на современном уровне метод межотраслевого баланса требует совершенствования. Как отмечалось в [19], основными недостатками разработки межотраслевых балансов является: а) отсутствие территориальной дифференциации в размещении производств и потреблении продуктов; б) отсутствие выбора технологических способов производств.

По-видимому, в настоящее время в наибольшей мере разработаны математические модели отраслевого планирования. Однако постановки задач в этих моделях далеко не соответствуют необходимым. Это прежде всего относится к учету внешних связей отрасли

---

х/ Количественные критерии существенных и несущественных отклонений должны быть специально разработаны и обоснованы в соответствии с точностью исходной информации.

с ЕНХС. Как известно, отраслевые математические модели решают задачу выбора оптимальных технологических способов производства и размещения предприятий отрасли (в статике или динамике). Однако данные задачи во многих случаях решаются без учета ограничений на используемые материальные и трудовые ресурсы. По существу, для отраслевых задач до настоящего времени нет информации о замыкающих затратах на те или иные виды ресурсов, вследствие чего экономическое сопоставление различных вариантов развития отрасли становится условным. По существу, даже разные технологические способы производства, будучи приведенными к одинаковому производственному эффекту, несопоставимы между собой при автономном рассмотрении отрасли, поскольку они требуют различных ресурсов и по некоторым ресурсам имеются ограничения либо на уровне района, либо на уровне страны в целом.

Таким образом, на уровне отраслевого планирования требуется разработка математических моделей, позволяющих оптимизировать развитие отраслей с учетом их внешних связей с ЕНХС.

Такой же вывод можно сделать и относительно математических моделей для оптимизации развития народного хозяйства на уровне экономического района. Дальнейшая разработка и совершенствование математических моделей для этого уровня планирования должны идти в направлении учета межрайонных связей, микрофакторов для каждого экономического района и ограничений по ресурсам.

Из вышесказанного следует, что в настоящее время необходимы серьезные исследования по разработке системы математических моделей для оптимизации развития ЕНХС на всех уровнях планирования. При этом должно быть использовано все ценное, накопленное в этом направлении к настоящему времени рядом организаций.

Ниже дается описание предлагаемой авторами линейной математической модели оптимизации развития ЕНХС на первом (верхнем) уровне планирования.

## II. Математическая модель оптимизации межотраслевых и межрайонных связей при планировании развития ЕНХС (первый уровень – макропланирование на межотраслевом уровне для страны в целом)

### Основные исходные положения

Данная математическая модель предназначена для решения следующих задач: а) определения межотраслевого баланса производства продуктов; б) приближенного выбора технологических способов и межрайонного размещения производств; в) определения укрупненной схемы развития межрайонных транспортных связей; г) баланса трудовых ресурсов по районам.

По содержанию данную математическую модель можно назвать моделью оптимизации межотраслевых и межрайонных связей в динамике развития ЕНХС.

При разработке такой модели возникает ряд принципиальных вопросов, от способа решения которых и принимаемых для этого предположений существенно зависит формализация математической модели. К таким вопросам можно отнести: а) постановку задачи и критерий оптимизации; б) метод учета динамических факторов; в) метод описания и учета возможных вариантов технологических способов производства продуктов; г) форму учета межрайонных связей; д) метод учета районного потребления продуктов; е) метод учета трудовых ресурсов; ж) метод учета внешних связей ЕНХС.

Постановка задачи и критерий оптимизации. Постановка задачи оптимизации развития ЕНХС в предложенной математической модели определяется местом данной модели в системе экономико-математических моделей планирования ЕНХС (рис.1).

Развитие ЕНХС рассматривается на период 10–15 лет. Выбор более длительного периода, по-видимому, нецелесообразен главным образом из-за неопределенности исходной информации на отдаленную перспективу. Весь период развития разбивается на ряд временных интервалов.

Совокупность экономических районов в модели представлена связанным графом, вершины которого являются расчетными центрами районов, а ребра – транспортными связями между районами (рис.2). Предполагается, что в каждом расчетном центре сосредоточено все производство и потребление продуктов района.

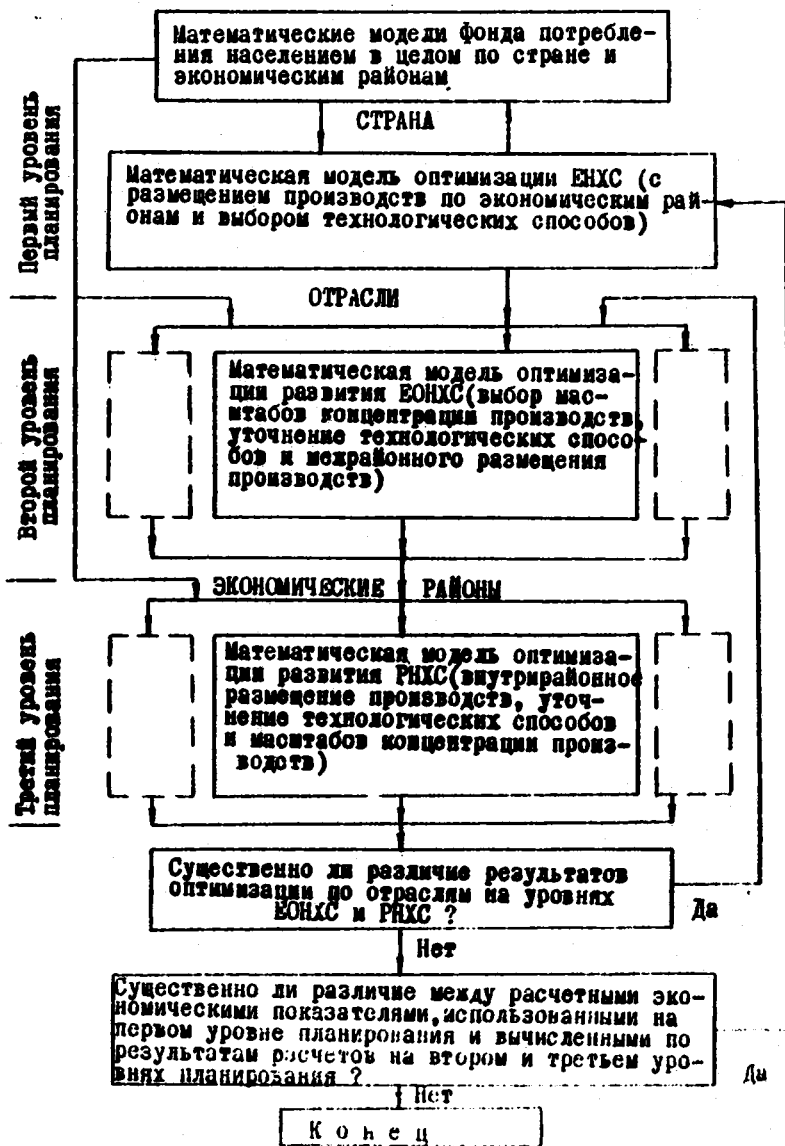


Рис. 1. Иерархическая схема оптимального планирования развития единой народнохозяйственной системы страны (ЕОНХС).

ЕОНХС - Единая отраслевая народнохозяйственная система;  
 РНХС - районная народнохозяйственная система.

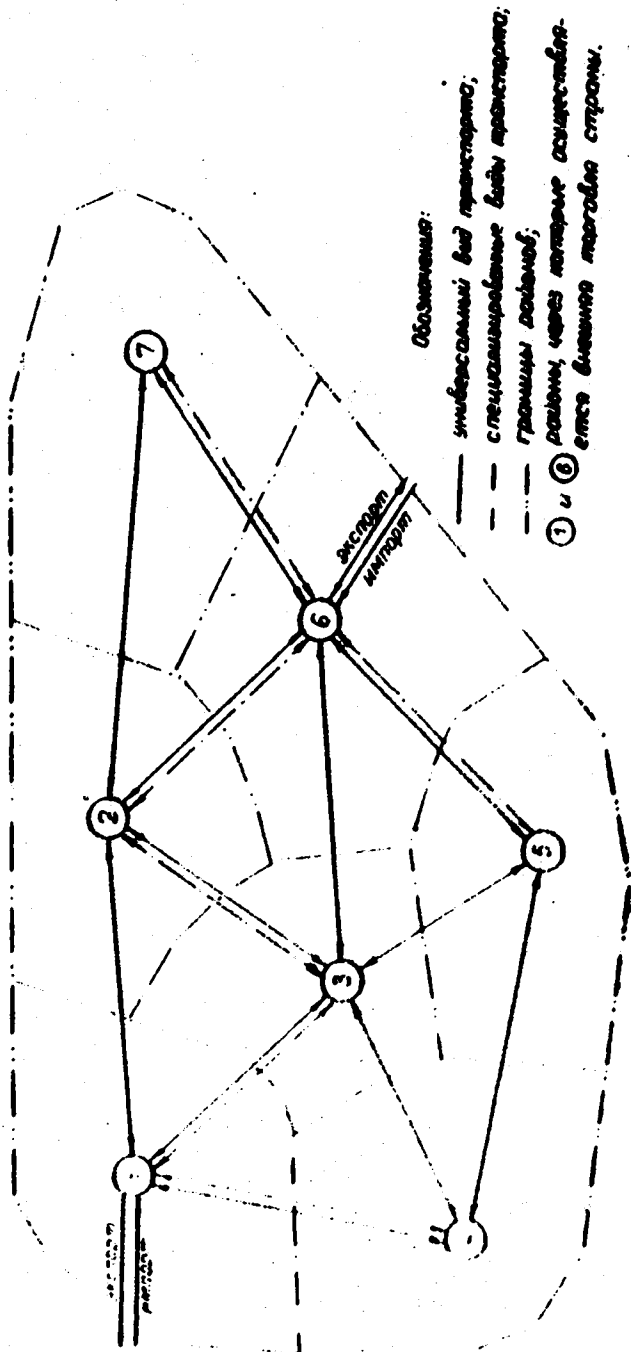


рис 2 Схема учета транспортных связей между экономическими районами страны.



По каждому району предполагается известной информация о технологических способах производства (используемых на действующих предприятиях и запроектированных для новых производств), информация о существующих и запроектированных связях между районами, а также информация о материальных, трудовых, сырьевых ресурсах и предельных ограничениях по ним.

В настоящее время нет единой точки зрения о народнохозяйственном критерии оптимальности. На первый взгляд представляется достаточно логичным использование в модели критерия максимизации уровня производства конечной продукции на конец планового периода. Однако если продолжительность этого периода невелика (например, в нашем случае 10-15 лет), то использование данного критерия может приводить к неоптимальным решениям, которые, обеспечивая максимизацию производства продуктов к концу периода, не учитывают необходимость обеспечения соответствующих темпов развития народного хозяйства за пределами данного периода.

Поэтому в рассматриваемой модели в качестве критерия оптимальности принимается достижение на конец рассматриваемого периода максимального уровня производства конечной продукции (при заданной ее структуре) при минимуме полных приведенных затрат [4]

Для каждого варианта развития ЕНКС полные приведенные затраты могут быть определены по выражению<sup>х/</sup>:

$$F = \sum_j \sum_f \sum_z \sum_{t=1}^{t^*} (K_{jftz} + S_{jftz}) (1+E)^{T-t} + \frac{\sum_j \sum_f \sum_z S_{jftmz}}{E}, \quad (1)$$

где  
 $K_{jftz}$  и  $S_{jftz}$  - соответственно затраты (в стоимостном выражении) в  $t$ -м интервале, связанные с созданием производственной базы, и эксплуатационные затраты, связанные с производством  $j$ -го продукта  $f$ -м способом в  $z$ -м районе;  
 $S_{jftmz}$  - эксплуатационные затраты в последнем  $m$ -м временном интервале на производство  $j$ -го продукта  $f$ -м способом;  $E$  - нормативный коэффициент эффективности;  $T$  - продолжительность рассматриваемого периода в годах;  $t^*$  - расчетная вре-

х/ Очевидно, что выражение (1) идентично рекомендуемым формулам для определения приведенных затрат [3]. Но в этой форме оно более удобно для модели.

менная координата интервала (при длительности интервала больше года).

Заметим, что в выражении (I) нормативный коэффициент эффективности  $E$  характеризует эффект влияния увеличения капиталовложений в рассматриваемый период для создания более прогрессивной технологии производств (за счет уменьшения объема производства конечных продуктов на конец этого периода) на последующие темпы роста производства продукции за пределами данного (конечного) периода.

По своему содержанию выражение (I) учитывает функционирование ЕНХС за бесконечный период (на уровне развития на конец последнего  $T$ -го года расчетного периода). При этом все затраты приводятся к году  $T$ . Однако минимизация целевой функции по выражению (I) вызывает определенные трудности при решении данной математической модели оптимизации развития ЕНХС, поскольку это связано с итеративной схемой расчетов. Поэтому целесообразно исследовать, возможно ли использовать в качестве критерия минимум народнохозяйственных затрат только за конечный период времени  $T$ , учет которых значительно проще в разработанной модели. В этом случае затраты для каждого варианта развития ЕНХС определяются выражением

$$F = \sum_j \sum_f \sum_z \sum_t (K_{jftz} + S_{jftz}) (1 + E)^{T-t} \quad (Ia)$$

По-видимому, при большой продолжительности рассматриваемого периода развития ЕНХС погрешность в получаемом решении от применения критерия (Ia) вместо (I) будет незначительной (особенно для начальных интервалов).

Учет динамики в модели представляет известные трудности прежде всего из-за увеличения ее размерности, если в ней рассматривать одновременно весь период (10-15 лет). Возможен и иной метод, использующий принцип декомпозиции, — последовательное рассмотрение отдельных временных интервалов с преемственностью информации от предшествующего интервала к последующему. Однако при этом необходима разработка специальных приемов учета обратных связей, т.е. учета влияния условий развития народнохозяйственных систем на последующих уровнях на решения по развитию систем, принимаемых на предшествующих уровнях. Разработка таких методов требует специальных исследований.

Можно также сочетать первый и второй способ учета динамики, т.е. рассматривать в модели одновременно несколько временных интервалов расчетного периода. Сдвигая по ходу времени выбранную группу интервалов и учитывая преобладание информации от расчета к расчету, можно рассмотреть развитие ВНХС за весь период.

Требует дополнительного обоснования вопрос о продолжительности временных интервалов. Увеличение продолжительности приводит к снижению трудоемкости расчетов, но к усложнению методики получения расчетных показателей для каждого интервала. Последнее связано с динамикой этих показателей внутри интервала. По-видимому, продолжительность интервала должна быть связана с точностью информации и составлять 2-3 года для начальных периодов и до 5 лет на более отдаленную перспективу.

Метод учета технологических способов производства. Технологические способы производства представлены в модели векторами коэффициентов затрат различных видов продуктов на производство единицы данного продукта. Будем обозначать через  $a_{ijl\tau}$  - коэффициент текущих затрат  $i$ -го продукта на производство единицы  $j$ -го продукта  $f$ -м способом в  $l$ -м интервале и  $\tau$ -м районе.

Аналогично через  $b_{ijl\tau}$  будем обозначать коэффициенты вложений  $i$ -го продукта на создание производственной базы для выработки единицы  $j$ -ой продукции  $f$ -м способом в  $\tau$ -м районе.

Для учета лага строительства коэффициенты  $b_{ijl\tau}$  представлены в модели вектором

$$b_{ijl\tau} = (b_{ijl\tau}^{t'}, \dots, b_{ijl\tau}^{t''}, \dots, b_{ijl\tau}^{t''}),$$

$(t' \leq \alpha \leq t'')$

где  $b_{ijl\tau}^{t''}$  - коэффициент удельных затрат  $i$ -го продукта в  $l$ -ом интервале  $\tau$  для создания единицы производственной базы  $f$ -го технологического способа производства  $j$ -го продукта в  $\tau$ -ом районе и  $l$ -ом интервале;

$t'$  - год начала строительства данной производственной мощности.

Таким образом,

$$b_{ijl\tau} = \sum_{\alpha=t'}^{t''} b_{ijl\tau}^{\alpha}$$

Возмещение износа основных производственных фондов учитывается в модели через коэффициенты  $b_{ijtr}$  - затраты  $i$ -го продукта на возмещение износа основных фондов, производящих  $j$ -й продукт по  $f$ -му способу в  $t$ -ом интервале и  $z$ -ом районе.

Кроме технологических коэффициентов  $a_{ijtr}$  и  $b_{ijtr}$ , в модель вводятся коэффициенты вида  $h_{ijtr}$  - затраты  $i$ -го продукта на демонтаж производственной базы  $f$ -го технологического способа производства  $j$ -го продукта в  $z$ -ом районе и  $t$ -ом интервале (посредством введения в модель коэффициентов  $h$  появляется возможность учитывать материальные издержки, связанные с демонтажом устаревших производственных мощностей).

Форма учета межрайонных связей. Возможны два способа учета межрайонных связей<sup>27</sup>: 1) поставки продуктов осуществляются непосредственно из данного района в любой другой район (по типу транспортной задачи); 2) транспорт продукции из района в район учитывается между смежными районами (сетевая схема связей). Вторая форма записи связей более экономична, поскольку требует меньшего числа уравнений и переменных и более удобна для учета существующих транспортных связей и заданных ограничений по ним. Поэтому в рассматриваемой модели использована вторая форма учета связей (рис.2). Однако при необходимости (с помощью задаваемой матрицы связей) можно учитывать прямые связи и между несмежными районами.

Весь межрайонный транспорт разделяется на два типа: 1) универсальный и 2) специализированный. Первый тип позволяет транспортировать практически все виды продукции (например, железнодорожный транспорт, автомобильный, водный, воздушный), второй - только определенный вид продукции (газопроводный, нефтепроводный, электронный - передача электроэнергии, транспорт воды). Для упрощения описания межрайонных связей в модели можно учитывать обобщенно один универсальный вид транспорта для транспортировки любого продукта. В этом случае в технико-экономических показателях такого обобщенного вида транспорта учитываются в определенном сочетании все другие универсальные виды транспорта.

Метод учета районного потребления продуктов. Весь объем потребления каждого продукта в каждом районе можно разделить на следующие составляющие: а) личное и общественное потребление;

x/ Данный вопрос рассматривался в [ 23, 27 ] .

б) расходы продуктов на технологию производств, на развитие производственных мощностей и на транспорт; в) фиксированная часть потребления, не зависящая от структуры производств в данном районе и его населенности; г) создание резервов продуктов.

Объем личного и общественного потребления продуктов учитывается через удельные нормы потребления на душу населения<sup>x/</sup>.

Фиксированная часть потребления в районе определяется потребностями обороны, экспорта и импорта<sup>xx/</sup>. В эту составляющую расходов может входить и потребление в тех отраслях, которые не включены в модель оптимизации развития ЕНХС, т.е. объемы и размещение производств этих отраслей принимается заданным по районам. Следовательно, можно рассматривать и незамкнутую систему народного хозяйства, т.е. только часть отраслей. Подобная постановка задачи часто вынуждена из-за необходимости сокращения размерности задачи.

В модели непосредственно определяется объем резервов. По существу, при постановке задачи на максимум производства конечной продукции максимизируются объемы резервов<sup>xxx/</sup>. В соответствии же с принятым в модели критерием оптимальности величина резервов достигает условного максимума, соответствующего минимуму приведенных затрат при условии полного использования основного лимитирующего ресурса (без последнего условия величина резерва равнялась бы нулю).

Сложно определить пропорции замещения резервов по отдельным видам продуктов, ибо это связано с изменением структуры потребления при изменении его уровня. Исследованию данного вопроса посвящен ряд работ [21, 32 и др.]. В данной модели предполагаются известными коэффициенты, указывающие величину потребления каждого вида продукта при изменении общего уровня потребления.

Учет трудовых ресурсов является существенным фактором при оптимизации развития ЕНХС. Принципиально важна исходная предпосылка

x/ Причем нормы потребления дифференцированы для различных групп населения (как по территориальному, так и по профессиональному признакам). Эти нормы определяются в модели формирования фонда потребления и в данной модели принимаются заданными.

xx/ Объем экспорта и импорта продуктов включаются в фиксированную часть потребления только в случае, если они заданы и не оптимизируются в модели.

xxx/ На возможность подобной постановки задачи указывается

в [9]

о их межрайонном перемещении. По-видимому, такие перемещения возможны. Предшествующий опыт организации народного хозяйства нашей страны подтверждает это положение. В необходимых случаях удалось осуществлять организованные межрайонные перемещения трудовых ресурсов в довольно больших масштабах.

Однако следует признать, что национальная структура экономических районов нашей страны и резкое различие климатических условий отдельных районов приводят к тому, что межрайонные перемещения трудовых ресурсов возможны лишь между определенными районами. Принимая во внимание вышесказанное, в рассматриваемой математической модели сделано предположение, что межрайонное перемещение трудовых ресурсов допускается с определенными ограничениями.

По данным о численности трудовых ресурсов на начало планируемого периода и прогнозируемым коэффициентам прироста населения определяется среднеинтервальная численность трудовых ресурсов для каждого района. Эта расчетная величина корректируется в модели с учетом межрайонного перемещения трудовых ресурсов.

Трудовые ресурсы рассматриваются в модели с дифференциацией по половому составу (мужские и женские ресурсы). Для того, чтобы избежать возможных диспропорций при межрайонном перемещении трудовых ресурсов, в модели принята следующая схема взаимосвязи между мужскими и женскими ресурсами: за независимые переменные принимаются численности межрайонного перемещения мужских трудовых ресурсов, но вместе с тем через соответствующий коэффициент учитывается и перемещение женских трудовых ресурсов, а также населения в целом (через коэффициент семейности, отнесенный на единицу мужских трудовых ресурсов).

#### Описание математической модели

Математическое описание линейной математической модели оптимизации развития НИКС включает условия обеспечения балансов производства и потребления всех видов продуктов по районам, а также все имеющиеся ограничения по развитию производств, производству и транспорту продуктов, использованию ресурсов и др.

Основными искомыми переменными в модели являются:

- $X_{jftz}$  - объем производства  $j$ -й продукции  $f$ -м способом в  $t$ -м интервале в  $z$ -м районе на существующей производственной базе;
- $Z_{jftz}^{\tau}$  - объем производства  $j$ -й продукции  $f$ -м способом в  $t$ -м интервале в  $z$ -м районе на вновь создаваемой производственной базе с началом ее развития в  $\tau$ -м интервале;
- $V_{jftz}$  - снижение объема производства  $j$ -й продукции  $f$ -м способом в  $t$ -м интервале в  $z$ -м районе на существующей производственной базе;
- $P_{jst}^{pk}, P_{jst}^{pkz}$  - объем перевозок  $j$ -го продукта универсальным транспортом (Р) по  $s$ -й линии связи от узла  $z$  к узлу  $k$  и обратно в  $t$ -м интервале;
- $P_{jst}^{qk}, P_{jst}^{qkz}$  - поток  $j$ -го продукта по специализированному  $q$ -му виду транспорта по  $s$ -ой линии связи от узла  $z$  к узлу  $k$  и обратно в  $t$ -м интервале;
- $\Delta N_{ts}^p, \Delta N_{ts}^q$  - дополнительные пропускные способности универсального и специализированного  $q$ -го транспорта, создаваемые на  $s$ -м участке в  $t$ -м интервале;
- $L_{zk}^{mz}, L_{tz}^{mk}$  - объемы перемещения мужских трудовых ресурсов из  $z$ -го района в  $k$ -ый район и обратно в  $t$ -ом интервале (через коэффициент связи между женскими и мужскими трудовыми ресурсами учитывается перемещение женских трудовых ресурсов);

Основные условия в модели записываются в следующем виде:

I. Уравнения баланса производства и потребления  $j$ -го продукта в  $z$ -м районе в  $t$ -м интервале

$$A_{jtz} + A_{jtz}^T - B_{jtz}^A - B_{jtz}^T - B_{jtz}^K - B_{jtz}^L + A_{j(t-1)z}^I - A_{jtz}^I + A_{jtz}^{II} = B_{jtz}^I \quad (2)$$

В выражении (2):

$A_{jtz}$  - объем производства  $j$ -й продукции в  $z$ -м узле за  $t$ -й интервал времени

$$A_{jtz} = \sum_f (X_{jftz} + \sum_{\tau=1}^{\tau=t} Z_{jftz}^{\tau});$$

$A_{jtz}^T$  - объем  $j$ -й продукции, ввозимой (вывозимой) в  $z$ -й район всеми видами транспорта из других районов за  $t$ -й интервал времени

$$A_{jtz}^r = \sum_{s=1}^{s=K_z^p} (P_{jts}^{pzk} - P_{jts}^{pkz}) + \sum_{s=1}^{s=K_z^g} (P_{jts}^{gzk} - P_{jts}^{gkz});$$

$B_{jtz}^A$  - объем  $j$ -й продукции, потребляемой в  $z$ -м районе на технологические нужды в  $t$ -м интервале

$$B_{jtz}^A = \sum_i \sum_f \left[ a_{jiftz}^x \cdot X_{iftz} + \sum_{\tau=1}^{\tau=t} a_{jiftz}^{z\tau} \cdot Z_{iftz}^{\tau} \right];$$

$B_{jtz}^{\tau}$  - объемы  $j$ -й продукции, потребляемой в  $z$ -м районе для транспорта продуктов всеми видами транспорта за  $t$ -й интервал

$$B_{jtz}^{\tau} = \sum_i \sum_{s=1}^{s=K_z^p} \alpha_i^p \varphi_{az}^{ps} (a_{jts}^{pzk} \cdot P_{jts}^{pzk} \cdot P_{its}^{pkz}) + \sum_q \sum_{s=1}^{s=K_z^g} \varphi_{az}^{qs} (a_{jts}^{gzk} \cdot P_{its}^{gzk} + a_{jts}^{gkz} \cdot P_{its}^{gkz});$$

где

$\varphi_{az}^{ps}, \varphi_{az}^{qs}$  - доли полного потребления продуктов на  $s$ -м участке связи, относимые на  $z$ -й район;

$K_z^p, K_z^g$  - соответственно совокупности районов, имеющих универсальные и специальные связи с районом  $z$ ;

$a_{jst}^{pk}, a_{jst}^{pkz}$  - коэффициент удельных затрат  $j$ -го продукта на транспорт эквивалентной единицы продукции по универсальному виду транспорта соответственно от  $z$ -го к  $k$ -му узлу и обратно;

$a_{jst}^{gk}, a_{jst}^{gkz}$  - то же для специализированного  $g$ -го вида транспорта;

$\alpha_i^p$  - коэффициент эквивалентности  $i$ -го продукта эталонному продукту на универсальном виде транспорта;

$B_{jtz}^k$  - объем  $j$ -й продукции, потребляемой в  $z$ -м районе на капиталовложения (развитие производственной базы и пропускных способностей связей) и демонтаж в  $t$ -м интервале

$$B_{jtz}^k = \sum_i \sum_f \left[ \delta_{jiftz}^x \cdot X_{iftz} + \sum_{\tau=1}^{\tau=t} \delta_{jiftz}^{z\tau} \cdot Z_{iftz}^{\tau} + h_{jiftz} \cdot V_{iftz} \right] + \sum_{\tau=1}^{\tau=m} \left[ \sum_{s=1}^{s=K_z^p} \varphi_{az}^{ps} \cdot \delta_{jts}^{pk} \cdot \Delta N_{\tau s}^p + \sum_q \sum_{s=1}^{s=K_z^g} \varphi_{az}^{qs} \cdot \delta_{jts}^{gk} \cdot \Delta N_{\tau s}^g \right];$$



где  $\varphi_{tz}^{ps}, \varphi_{tz}^{st}$  - доли полного потребления продуктов на развитие  $s$ -го участка связи, относимые на  $z$ -ый район;  
 $\beta_{jts}^{ps}, \beta_{jts}^{st}$  - коэффициенты удельных затрат  $j$ -го продукта в  $t$ -интервале на увеличение пропускной способности  $s$ -ой линии связи в  $t$ -ом интервале соответственно для универсального и специализированных видов транспорта;

$V_{jtz}^L$  - объем народного потребления  $j$ -го продукта в  $z$ -ом районе и  $t$ -ом интервале (с дифференциацией норм потребления продуктов на душу населения по территориальному и профессиональному признакам)

$$V_{jtz}^L = \frac{1}{\psi_{tz}} \left\{ \sum_s \sum_p \beta_{jitz} (l_{iftz}^x \cdot X_{iftz} + \sum_{\tau=1}^{t-1} l_{iftz}^{z\tau} \cdot Z_{iftz}^{\tau}) + \beta_{jitz}^{st} \left[ \sum_i \sum_{s=1}^{s=K_i^p} \alpha_i^p \varphi_{tz}^{ps} (l_{itz}^{pzk} \cdot P_{its}^{pzk} + l_{itz}^{pkr} \cdot P_{its}^{pkr}) + \sum_s \sum_{s=1}^{s=K_s^p} \varphi_{tz}^{qs} (l_{itz}^{qzk} \cdot P_{its}^{qzk} + l_{itz}^{qkr} \cdot P_{its}^{qkr}) \right] + \beta_{jitz}^N \left( \sum_{s=1}^{s=K_s^p} \varphi_{tz}^{ps} \cdot l_{itz}^{psH} \cdot \Delta N_{ts}^p + \sum_s \sum_{s=1}^{s=K_s^p} \varphi_{tz}^{qs} \cdot l_{itz}^{qsH} \cdot \Delta N_{ts}^q \right) + \beta_{jitz} (\Delta L_{tz}^N + \Delta L_{tz}^ж) \right\},$$

где

$\beta_{jitz}, \beta_{jitz}^T, \beta_{jitz}^N$  - норма потребления  $j$ -го продукта на душу населения в  $t$ -ом интервале и  $z$ -ом районе для групп населения (с учетом нетрудоспособной части), занятых в различных отраслях промышленности и на транспорте;

$\beta_{jitz}$  - нормы потребления продуктов трудоспособного населения, незанятого в сфере производства;

$\varphi_{tz}^{ps}, \varphi_{tz}^{qs}$  - доли затрат труда на транспорте (универсальном и специализированном) по  $s$ -му участку, относимые к  $z$ -му району;

$l_{iftz}^x, l_{iftz}^{z\tau}, l_{itz}^{pzt}, l_{itz}^{pzk}, l_{itz}^{psH}, l_{itz}^{st}, l_{itz}^{qzk}, l_{itz}^{qkr}$  - удельные затраты трудовых ресурсов соответственно на производство продуктов, на создание производственных баз, универсальном и специализированном видах транспорта, на увеличение пропускных способностей на различных видах транспорта;

- $\Psi_{tz}$  - коэффициент трудоспособного населения в  $z$ -ом районе в  $t$ -ом интервале;
- $\Delta L_{tz}^m, \Delta L_{tz}^k$  - соответственно мужские и женские трудовые ресурсы, не используемые на производстве в  $z$ -ом районе в  $t$ -ом интервале;

Заметим, что выражение для определения народного потребления  $B_{jtz}^t$  является приближенным, поскольку в нем не учитывается различие в районных коэффициентах трудоспособного населения  $\Psi_{tz}$  при межрайонном перемещении трудовых ресурсов. Но поскольку масштабы межрайонных перемещений трудовых ресурсов незначительны по сравнению с общей численностью населения в районах, погрешность в определении  $B_{jtz}^t$  от неучта различия коэффициентов  $\Psi_{tz}$  для отдельных районов, по-видимому, можно считать незначительной.

- $A_{j(t-1)}, A_{jtz}^t$  - резерв  $j$ -го продукта, произведенный соответственно в  $(t-1)$  - и  $t$ -м интервалах в  $z$ -ом районе;
- $A_{jtz}^m$  - объем снижения производства  $j$ -й продукции в  $z$ -м районе (по условиям предельного использования наиболее лимитирующего ресурса) в  $t$ -ом интервале;
- $B_{jtz}^t$  - объем заданного (фиксированного) потребления  $j$ -го продукта в  $z$ -м районе (оборона, заделочное строительство и др.), который вместе с народным потреблением  $B_{jtz}^k$  составляет конечное потребление данного продукта в данном районе в интервале  $t$ .

$$B_{jtz} = B_{jtz}^t + B_{jtz}^k$$

На переменные  $X_{jftz}, Z_{jftz}^t, V_{jftz}$ , характеризующие объемы производства продуктов и его сокращения, наложены ограничения:

$$X_{jftz} + \sum_{\tau=1}^{t-1} V_{jftz} \leq N_{jftz}^0, \quad (3)$$

$$0 \leq Z_{jftz} \leq N_{jftz}^{op}, \quad (4)$$

где  $N_{jftz}^0$  - начальная производственная мощность в  $t$ -ом интервале (с учетом выбытия основных производственных фондов);

$N_{jftz}^{op}$  - предельное возможное увеличение мощности в  $t$ -ом интервале;

Ограничения вида (4) чаще всего встречаются для добывающих отраслей.

2. Ограничения по пропускным способностям универсальных связей:

$$\sum_j \alpha_j^p \cdot P_{jts}^{pkz} - \sum_{\tau=1}^{\tau=t} \Delta N_{\tau s}^p \leq N_{ts}^p, \quad (5)$$

$$\sum_j \alpha_j^p \cdot P_{jts}^{pkz} - \sum_{\tau=1}^{\tau=t} \Delta N_{\tau s}^p \leq N_{ts}^p, \quad (6)$$

$$\sum_j \alpha_j^p \cdot P_{jts}^{pkz} - \sum_j \alpha_j^p \cdot P_{jts}^{pkz} + \Delta P_{ts}^{pkz} - \Delta P_{ts}^{pkz} = 0, \quad (7)$$

где

$\Delta P_{ts}^{pkz}$  и  $\Delta P_{ts}^{pkz}$  - разность между величинами суммарных потоков в направлениях от узла  $z$  у узлу  $k$  и обратно;

Уравнение (7) учитывает порожние пробеги средств транспорта (на величину грузоподъемности, равную  $\Delta P_{ts}^p$ ) на отдельных участках в прямом и обратном направлениях.

3. Ограничения по пропускным способностям специализированных видов транспорта:

$$P_{jts}^{qkz} + P_{jts}^{qkz} - \sum_{\tau=1}^{\tau=t} \Delta N_{\tau s}^q \leq N_{ts}^q. \quad (8)$$

4. Ограничения по предельному объему развития производств суммарно для всех расчетных интервалов

$$\sum_f \sum_{\tau=1}^{\tau=t} \sum_z Z_{jftz}^r \leq N_{jt}^z \quad (9)$$

Ограничения (9) могут иметь различные модификации, как-то: ограничения по предельному объему развития производств для одного или нескольких районов и ограничения для отдельных способов производства.

5. Ограничения по трудовым ресурсам для  $z$ -го района:

а) по мужским трудовым ресурсам

$$L_{tz}^{MA} + L_{tz}^{MT} + L_{tz}^{MP} + L_{tz}^{MK} + \Delta L_{tz}^M = \Psi_{tz}^M \cdot L_{tz}; \quad (10)$$

б) по женским трудовым ресурсам

$$L_{tz}^{ЖА} + L_{tz}^{ЖТ} + L_{tz}^{ЖФ} + \frac{1}{\beta} L_{tz}^{ЖК} + \Delta L_{tz}^Ж = \Psi_{tz}^Ж \cdot L_{tz}, \quad (11)$$

где

- $L_{tz}$  - прогнозируемая численность населения в  $t$ -ом районе в  $t$ -ом интервале;
- $L_{tz}^{MA}, L_{tz}^{JA}, L_{tz}^{MT}, L_{tz}^{JT}, L_{tz}^{MP}, L_{tz}^{JP}$  соответственно количество мужских и женских трудовых ресурсов, используемых на производство всех видов продуктов в  $z$ -ом районе, на ввоз и вывоз продуктов всех видов, на развитие (и сокращение) производственных мощностей;
- $I_{tz}^{MK}$  - приток (отток) мужских трудовых ресурсов в  $z$ -й район из других районов;
- $I_{tz}^M$  - избыток мужских трудовых ресурсов в  $z$ -м районе в  $t$ -м интервале;
- $\psi_{tz}^{MK}$  соответственно коэффициенты мужского и женского трудоспособного населения в  $z$ -ом районе;
- $\beta$  - коэффициент связи между женскими и мужскими трудовыми ресурсами.

Значения слагаемых  $L_{tz}^{MA}, L_{tz}^{MT}, L_{tz}^{MP}$  в уравнении (I0), а также значения слагаемых  $L_{tz}^{JA}, L_{tz}^{JT}, L_{tz}^{JP}$  в уравнении (II), определяются с помощью удельных затрат трудовых ресурсов на производство и транспорт продукции.

Б. Уравнения оценки суммарных денежных ресурсов ( $D_t$ ), необходимых для определения размеров оплаты живого труда

$$D_t^A + D_t^T + D_t^N - D_t = 0, \quad (12)$$

где  $D_t^A, D_t^T, D_t^N$  - размер оплаты живого труда, связанного соответственно с производством всех видов продуктов, межрайонным транспортом продуктов, развитием, сокращением (демонтажем) и восстановлением производственных фондов.

Уравнение (12) не накладывает дополнительных условий на решаемую задачу, но оно позволяет получить в процессе решения ценную информацию о необходимых затратах денежных ресурсов для оплаты живого труда. С учетом величины  $D_t$ , а также заданных объемов конечного потребления продуктов можно приводить в соответствие цены на продукты и нормативы по заработной плате.

7. Уравнения связи между общим уровнем изменения объема резервов и распределения этого объема по районам

$$\alpha_j' u_i' - \sum_k A_{jkt} = 0, \quad (13)$$

$$\alpha_j'' u_i'' - \sum_k A_{jkt} = 0, \quad (14)$$

где  $u_i'$  - дополнительная переменная, характеризующая уровень увеличения производства резервов до полного использования трудовых ресурсов;

$u_i''$  - дополнительная переменная, характеризующая уровень снижения производства вследствие невозможности обеспечения заданной структуры конечных продуктов из-за ограниченности тех или иных ресурсов: трудовых, материальных, сырьевых;

$\alpha_j' u$   $\alpha_j''$  - соответственно коэффициенты прироста (снижения) резерва  $j$ -й продукции при увеличении (снижении) общего объема резервов.

8. Уравнение учета целевой функции в форме расчетных затрат

$$B_{jmt}^A + B_{jmt}^T - H_{jmt} = 0, \quad (15)$$

где  $B_{jmt}^A, B_{jmt}^T$  - объем  $j$ -ой продукции, потребляемый в  $i$ -ом районе в последнем  $m$ -м интервале расчетного периода на производственные технологические нужды и на транспорт продукции;

$H_{jmt}$  - суммарный объем  $j$ -го продукта, расходуемый в  $i$ -ом районе и  $m$ -м интервале на производство и транспорт продуктов.

Уравнение (15) позволяет учесть целевую функцию в форме расчетных затрат по выражению (I). Это достигается соответствующим выбором коэффициентов целевой функции для переменных  $H_{jmt}$ , входящих в уравнение (15), а также для остальных переменных в модели.

9. Целевая функция

$$F = (F^A + F^T + F^{u'} + F^{u''} + F^H) \Rightarrow \min, \quad (16)$$

где  $F^A$  - затраты, связанные с производством продуктов (включая развитие и демонтаж производственных мощностей)

$$F^A = \sum_t \sum_j \sum_k \left[ \sum_l (C_{jflk}^X \cdot X_{jflk} + C_{jflk}^V \cdot V_{jflk}) + \sum_{s=1}^{t+m} C_{jflk}^{z\tau} \cdot Z_{jflk}^s \right]; \quad (17)$$

$F^T$  - затраты, связанные с транспортом продуктов (включая и развитие пропускных способностей)

$$F^T = \sum_t \left[ \sum_j \sum_{s=1}^{t+s} \alpha_j^p (C_{lts}^{pzk} \cdot P_{jts}^{pzk} + C_{lts}^{qkz} \cdot P_{jts}^{qkz}) + \sum_{s=1}^{t+s} \sum_j (C_{lts}^{pzk} \cdot P_{jts}^{pzk} + C_{lts}^{qkz} \cdot P_{jts}^{qkz}) + \sum_{s=1}^{t+s} (C_{lts}^{ppzk} \cdot \Delta P_{lts}^{pzk} + C_{lts}^{ppkz} \cdot \Delta P_{lts}^{ppkz}) + \sum_{s=1}^{t+s} C_{lts}^{pN} \cdot \Delta N_{lts}^p + \sum_j \sum_{s=1}^{t+s} C_{lts}^{qN} \cdot \Delta N_{lts}^q \right]; \quad (18)$$

$F^{u'}$  - функция поощрения за увеличение уровня производства резерва продуктов

$$F^{u'} = \sum_{t=1}^{t+m} C_{ut}^i \cdot u_t^i; \quad (19)$$

$F^{u''}$  - функция штрафа за выпуск продукции на предприятиях, не обеспеченных какими-либо ресурсами (фиктивное производство)

$$F^{u''} = \sum_{t=1}^{t+m} C_{ut}^n \cdot u_t^n; \quad (20)$$

$F^H$  - эксплуатационные затраты  $m$ -го года

$$F^H = \sum_j \sum_k C_{jk}^H \cdot H_{jmk}. \quad (21)$$

В выражении (17)-(21)

$C_{jflk}^X, C_{jflk}^{z\tau}$  - удельные затраты на оплату живого труда для производства  $j$ -го продукта  $l$ -м способом, реновации и восстановление производственных фондов соответственно на существующей и созданной в  $t$ -м интервале производственной базе с началом ее развития в  $s$ -м интервале;

$C_{sl}^{pzk}, C_{sl}^{ppkz}, C_{sl}^{qzk}, C_{sl}^{qkz}$  - то же для перевозки единицы продукции универсальным и специализированным транспортом в направлении от  $s$ -го к  $k$ -му узлу и обратно;

$C_{jftz}^V$  - удельные затраты на оплату живого труда на демонтаж производственных мощностей;

$C_{st}^{pr}, C_{st}^{sk}$  - то же на единицу прироста пропускной способности соответственно универсального и специализированного видов транспорта;

$C_{st}^{mkt}, C_{st}^{mkt}$  - удельные расчетные затраты на дорожный пробег средств транспорта соответственно от  $i$ -го и  $k$ -му району и обратно;

$C_{st}^i$  - коэффициент целевой функции, характеризующий поощрение за увеличение общего уровня производства резерва продуктов на единицу;

$C_{st}^n$  - штрафной коэффициент целевой функции для фиктивного производства ( $C_{st}^n \gg |C_{st}^i|$ );

$C_{jt}^n$  - коэффициент целевой функции при переменных  $H_{jmt}$ .

Рассмотрим методику вычисления некоторых коэффициентов целевой функции.

С учетом наличия в модели уравнений вида (15) коэффициенты  $C_{jftz}^{2x}$  и  $C_{jftz}^{3x}$  вычисляются по следующим формулам:

$$C_{jftz}^{2x} = \sum_{t=1}^{t^m} (C_{jftz}^{ax} + C_{jftz}^{bx} + C_{jftz}^{px}) (1+E)^{t-t^*}, \quad (22)$$

$$C_{jftz}^{3x} = (C_{jftz}^{ax} + C_{jftz}^{bx} + C_{jftz}^{px}) (1+E)^{t-t^*}, \quad (23)$$

где

$C_{jftz}^{ax}$  - удельные затраты на оплату живого труда на производство продуктов;

$C_{jftz}^{bx}$  - то же на создание производственных фондов;

$C_{jftz}^{px}$  - удельные затраты на реновацию, а также на оплату живого труда на восстановление производственных фондов (ремонтные работы).

Аналогично, но с некоторыми особенностями могут быть вычислены коэффициенты  $C_{jftz}^V, C_{st}^{pr}, C_{st}^{sk}, C_{st}^{mkt}, C_{st}^{mkt}$  и другие. Очевидно, что коэффициенты целевой функции, вычисленные по выражениям (22) и (23), позволяют учесть только первое слагаемое правой части выражения (1). Второе слагаемое учитывается соответствующим выбором коэффициентов целевой функции при переменных  $H_{jmt}$ . Эти коэффициенты выбираются из условия

$$\sum_j \sum_t C_{jt}^n \cdot H_{jmt} = \sum_j \sum_t S_{jftz} \cdot H_{jmt} = \sum_j \sum_t d_{jmt}^s \cdot H_{jmt}, \quad (24)$$

где  $d_{j,mz}$  - средневзвешенные полные удельные эксплуатационные затраты на производство  $j$ -го продукта в  $m$ -м интервале и  $z$ -м районе.

Тогда

$$C_{jz}'' = \frac{d_{j,mz}^s}{E}$$

Значение  $d_{j,mz}$  вычисляется на основе полных удельных эксплуатационных затрат для каждого технологического способа производства  $j$ -го продукта. Расчеты по модели должны проводиться итеративно методом последовательных приближений. Для первого расчета заданы приближенные значения  $d_{j,mz}^s$ , вычисленные с учетом заданных способов производства каждого района.

Поскольку задача решается на минимизацию целевой функции, то значение  $C_{ut}'$  при  $u_t'$ , характеризующем уровень увеличения производства продукции, выбирается отрицательным и многократно превышающим по абсолютной величине коэффициенты целевой функции, определяющие производство продукции всех видов. Тогда величина  $u_t'$  примет предельное значение, соответствующее полному использованию лимитирующего ресурса. По-видимому, в большинстве случаев таким лимитирующим ресурсом будут выступать трудовые ресурсы.

Поскольку штрафные коэффициенты  $C_{ut}''$  на переменные  $u_t''$  характеризуют фиктивное производство, то они выбираются несомненно больше всех других коэффициентов целевой функции.

Очевидно, что при введении коэффициентов  $C_{ut}'$  оптимальный план развития ЕНХС будет отвечать условию максимизации уровня производства продуктов на конец рассматриваемого периода. По существу, решение, полученное с учетом коэффициентов  $C_{ut}'$ , определяет значение верхнего предела области возможных решений.

Если в модели рассматривается достаточно большой по продолжительности период времени, тогда такое решение по развитию ЕНХС, по-видимому, можно считать оптимальным для начальных временных интервалов. Полученный план развития ЕНХС для этих интервалов может рекомендоваться для реализации. По истечении некоторого времени расчеты по оптимизации развития ЕНХС должны проводиться вновь со сдвигом расчетного периода и с учетом уточнившейся информации на перспективу.

Однако для конечного периода развития ЕНХС, как отмечалось выше, более правильно в качестве критерия принимать максимизацию



конечного продукта на конец периода при минимизации приведенных затрат на развитие системы.

Данный критерий учитывает (с помощью нормативного коэффициента эффективности  $F$ ) не только динамику развития народного хозяйства в пределах расчетного периода, но и необходимость развития народного хозяйства соответствующими темпами за пределами расчетного периода, то есть обеспечивается понятием непрерывности планирования. А из этого следует, что уровень производства конечной продукции в последнем интервале расчетного периода по данному критерию будет, как правило, меньше верхнего предельного уровня из области возможных решений, полученного с помощью рассмотренной математической модели.

Для определения уровня производства конечной продукции, соответствующего критерию минимума приведенных затрат, необходимо модифицировать исходную математическую модель. Это осуществляется следующим образом.

Значения коэффициентов целевой функции  $C_{ut}^i$  принимаются равными нулю, и, кроме того, в модель вводятся ограничения на переменные:

$$\begin{aligned} u_m^i &= \bar{u}_m, \\ u_m^{\prime\prime} &= \bar{u}_m^{\prime\prime}. \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{u}_m^i &\equiv \hat{u}_m^i, \\ \bar{u}_m^{\prime\prime} &\equiv \hat{u}_m^{\prime\prime}. \end{aligned} \quad (26)$$

а  $\hat{u}_m^i$  и  $\hat{u}_m^{\prime\prime}$  — значения переменных, полученные в результате решения исходной математической модели.

Смысл ограничения вида (25) можно легко понять из уравнений (13) и (14): они как бы фиксируют определенный уровень производства конечного продукта. Но поскольку в модели уже нет фиктивных отрицательных коэффициентов целевой функции  $C_{ut}^i$ , то достижение этого уровня производства в модели будет осуществляться выбором таких технологических способов, которые обеспечивают минимизацию приведенных затрат за рассматриваемый период, определяемых, как и в исходной модели, выражением (16), с той лишь разницей, что оставшаяся  $F^u$  равна нулю.

Оптимальная величина  $\bar{u}_m^i$  (или  $\bar{u}_m^{\prime\prime}$ ) определяется подбором (путем уменьшения значения  $\hat{u}_m^i$  или увеличения  $\hat{u}_m^{\prime\prime}$ ) до

тех пор, пока еще полностью используются трудовые ресурсы на конец рассматриваемого периода (по-видимому, всегда лимитирующими будут мужские трудовые ресурсы, как более универсальные), а дальнейшее снижение уровня резервов будет приводить уже к недоиспользованию трудовых ресурсов в последнем интервале. Очевидно, что может использоваться и специальный алгоритм для поиска оптимальных значений  $u'_m$  (или  $u''_m$ ).

Таким образом, в конечном итоге может быть найдено решение по развитию ЕНХС, соответствующее минимуму приведенных затрат за рассматриваемый период.

### III. О методах и возможностях практического использования модели

Описанная выше математическая модель оптимизации развития ЕНХС на межотраслевом уровне может использоваться для анализа межотраслевых связей и расширенного воспроизводства в стране за рассматриваемый перспективный период, для решения вопросов территориального размещения производств и ряда других вопросов.

Например, данную модель можно использовать для определения нормативного (оптимального) коэффициента эффективности  $E$ , обеспечивающего максимальные средние темпы роста национального дохода как за рассматриваемый плановый период, так и за его пределы. Для этого, по-видимому, можно использовать следующую схему расчетов.

Рассматривается достаточно продолжительный период развития ЕНХС, охватывающий как плановый перспективный период  $T$ , так и некоторый послеплановый период  $\Delta T$ . По изложенной выше схеме для различных значений  $E$  находится оптимальный план развития ЕНХС за период  $T + \Delta T$ . Сопоставляя полученные уровни производства продуктов на конец периода  $T + \Delta T$ , можно найти оптимальное значение  $E$ , при котором достигается максимальный уровень производства продуктов на конец периода.

Оптимальный план развития ЕНХС позволяет определить полные удельные расчетные затраты на производство продуктов в отдельных районах страны. С учетом этого можно научно обоснованно подойти к решению вопроса формирования цен на продукты. Из анализа модели можно видеть, что цены на продукты определяются при-

иятия уровнем личного и общественного потребления продуктов и принятыми расчетными стоимостными нормативами для оплаты труда.

В данную модель достаточно просто включить дополнительные уравнения, позволяющие дать оценку потребных трудовых ресурсов по отдельным категориям профессий (с высшим образованием, со специальными профессиональным образованием и т.д.), что в свою очередь может определить необходимый перспективный план подготовки специалистов различного профиля. Для того, чтобы можно было записать эти дополнительные уравнения (например, для страны в целом), необходимо иметь информации о структуре потребных профессий на производство той или иной продукции. Например,

$$L_{jft}^* = L'_{jft} + L''_{jft} + \dots + L^{\nu}_{jft}$$

где  $\nu$  - число профессий, необходимых для производства  $j$ -го продукта  $f$ -м способом.

Например, для  $\nu$ -й профессии уравнение баланса в общей форме будет иметь вид:

$$L_t^{\nu} + \Delta L_t^{\nu} - \Delta L_t^{\nu\delta} = L_t^{\nu\delta}$$

где  $L_t^{\nu}$  - общая потребность в стране трудовых ресурсов  $\nu$ -й профессии на производство продуктов всех видов и транспорт;  
 $L_t^{\nu\delta}$  - имеющееся в стране количество трудовых ресурсов данной профессии в  $t$ -м интервале;  
 $\Delta L_t^{\nu\delta}, \Delta L_t^{\nu}$  - соответственно величина избытка и дефицита трудовых ресурсов  $\nu$ -й профессии в  $t$ -м интервале.

В модели несложно учесть и возможность взаимозаменяемости отдельных продуктов. Для этого в модель включаются специальные технологические способы производства продукции, по которым данная продукция получается из другой продукции (заменителя). Удельный объем заменителя, расходуемый на производство единицы данной продукции, определяется коэффициентом эквивалентности продуктов ( $k_j$ )

$$B_j = k_j \cdot B_i$$

где  $B_j$  и  $B_i$  - соответственно объем производимой и заменяющей ее продукции.

Как отмечалось выше, принятая форма критерия оптимальности

требует итеративной схемы расчетов, поскольку последний член выражения (I) уточняется методом последовательных приближений. Но одновременно в этой итеративной схеме уточняются и объемы фиксированного потребления продуктов в районах ( $\delta'_{пт}$ ) в последнем интервале расчетного периода (с учетом результатов, полученных на предыдущей итерации).

Следует заметить, что в данной модели задача оптимизации развития ЕНХС решается при заданных уровнях народного (личного и общественного) потребления продуктов, определяемых по принятым нормам потребления. Однако с использованием данной модели можно рассматривать и вопросы оптимизации удельных норм народного потребления продуктов путем многовариантных расчетов. Рассматривая развитие ЕНХС при различных уровнях потребления продуктов в динамике (определяемых принятыми нормами потребления), можно решать задачу оптимизации норм потребления с точки зрения обеспечения нормативных объемов резервов продуктов и максимальных темпов роста национального дохода. Однако для этого должны быть известны зависимости между изменением нормы потребления и ростом производительности живого труда. Определение этих зависимостей является важнейшей задачей в проблеме оптимального прогнозирования народного потребления, в проблеме оптимального распределения национального дохода на накопление и потребление.

Следует специально остановиться на методике учета при анализе развития ЕНХС неопределенности всей исходной информации на перспективу. Это самостоятельная большая проблема, требующая исследований. По-видимому, с помощью детерминированных математических моделей, какой является и рассмотренная выше модель оптимизации развития ЕНХС, неопределенный характер исходной информации можно учитывать лишь путем многовариантных расчетов с варьированием основной исходной информации (объемы потребления продуктов, нормы потребления, показатели, характеризующие перспективные технологические способы производств, материальные, трудовые и сырьевые ресурсы, показатели производительности труда и др.). Анализ результатов многовариантных расчетов позволит выявить основные факторы, определяющие темпы развития народного хозяйства, и на основе этого рекомендовать определенную стратегию развития ЕНХС (как по технологическим способам производств, так и по их размещению по районам страны).

В заключение следует заметить, что предлагаемая математическая

модель оптимизации развития ЕНХС на межотраслевом уровне, безусловно, содержит ряд существенных допущений, без которых, по-видимому, данную задачу решить невозможно. Однако в модели учитываются все основные внутренние и внешние связи ЕНХС, характеризующие функционирование и совместное развитие отраслевых народнохозяйственных систем. Поэтому данная модель может быть использована для анализа развития ЕНХС путем многовариантных расчетов при варьировании исходной информации.

В предложенной математической модели, по существу, оптимизация развития ЕНХС рассматривается с позиций рационального и полного использования трудовых ресурсов как наиболее димитирующего фактора при учете ограничений по остальным видам ресурсов. В модели основное внимание уделяется материальным и стоимостным балансам, межотраслевым и межрайонным связям. Характерно для данной модели то, что в ней практически отсутствуют денежные балансы. Это позволило существенно упростить модель, однако при этом модель не потеряла своих основных важных качеств, необходимых для многостороннего анализа развития ЕНХС.

Представляется весьма важным проведение экспериментальных расчетов по моделям оптимизации развития ЕНХС. Следует подчеркнуть, что получение количественных результатов по математической модели оптимизации ЕНХС на межотраслевом уровне для страны в целом дало бы возможность с позиций народнохозяйственного оптимума увязать оптимизацию развития отдельных отраслей и размещение производств по экономическим районам. Решение модели ЕНХС позволило бы: а) обоснованно задавать внешние ограничения для задач оптимизации отраслей; б) методологически правильно решать вопросы ценообразования на основе вычисленных полных удельных расчетных затрат на продукты; в) обосновать подходы к нормированию величины коэффициента эффективности капиталовложений; г) выявить основные факторы, определяющие максимальные темпы роста производства продуктов в стране, и на них сконцентрировать основное внимание.

Однако для проведения экспериментальных расчетов по данной модели необходимо решение двух проблем: а) разработки эффективных методов математического программирования для решения задач больших размеров; б) подготовки достаточно обоснованной исходной информации. Решению этих проблем в настоящее время необходимо уделить большое внимание.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Аганбегян А.Г., Гранберг А.Г. Экономико-математический анализ межотраслевого баланса СССР. М., "Мысль", 1968.
2. Баранов Э.Ф., Данилов-Данильян В.И., Завельский М.Г. Проблемы разработки системы оптимального планирования народного хозяйства. М., Изд. ЦЭМИ АН СССР, 1970.
3. Волконский В.А. Модель оптимального планирования и взаимосвязи экономических показателей. М., "Наука", 1967.
4. Вопросы оптимизации межотраслевых и межрайонных связей при планировании развития Единой народнохозяйственной системы. Учебное пособие. Авторы: Сыров Ю.П., Чурквендзе Ш.С., Иркутск, 1970.
5. Гранберг А.Г. Многоотраслевая модель оптимального развития и размещения производства в планово-экономических расчетах. "Экономико-математические методы", т.6, вып.3, 1970.
6. Дадаян В.С. Экономические расчеты по модели расширенного воспроизводства. М., "Экономика", 1966.
7. Дудкин Л.М., Ершов Э.Б. Межотраслевой баланс и материальные балансы продуктов. "Плановое хозяйство", 1965, № 5.
8. Ефимов А.Н. Экономика и планирование советской промышленности. М., "Экономика", 1970.
9. Иванов Ю.П., Петров А.А. Динамическая многоотраслевая модель производства (модель  $\mathcal{T}$ ). "Кибернетика", АН УССР, 1970, № 2.
10. Коссов В.В. Межотраслевой баланс. М., "Экономика", 1966.
11. Канторович Л.В. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М., Изд. АН СССР, 1959.
12. Канторович Л.В., Макаров В.Л. Оптимальные модели перспективного планирования. В сб. "Применение математики в экономических исследованиях". М., "Мысль", 1965.
13. Канторович Л.В. Динамическая модель оптимального планирования. "Оптимальное планирование", вып.8, 1967.
14. Канторович Л.В., Макаров В.Л. Вопросы разработки и использования крупноагрегированной модели оптимального перспективного планирования. "Оптимальное планирование", вып.8, 1967.
15. Каценелинбойген А.М., Овсянко Ю.В., Фазрман Е.Ю. Методологические вопросы оптимального планирования социалистической экономики. М., Изд. ЦЭМИ АН СССР, 1966.

16. Клоцвог Ф.Н., Ершов Э.Б., Конис А.А., Бузунов Р.А., Абдыкулова Р.М. Простейшая динамическая модель межотраслевого баланса с элементами оптимизации. Тезисы докладов на симпозиуме по моделированию народного хозяйства. Новосибирск, 1970.
17. Макаров В.А. Модели оптимального роста экономики. "Экономика и математические методы", 1969, № 4.
18. Мам В.А. О задачах оптимального развития народного хозяйства на перспективу в отраслевом и территориальном разрезе. "Экономика и математические методы", т. I, вып. 6, 1965.
19. Межотраслевой баланс и пропорции народного хозяйства. Под ред. А.Н.Ефимова. М., "Экономика", 1969.
20. Монсеев Н.Н. Математика-управление-экономика. И., "Знание", 1970.
21. Народнохозяйственные модели. Теоретические вопросы потребления. М., Изд. АН СССР, 1963.
22. Николаев С.А., Арянин А.Н., Медницкий В.Г. Оптимизация размещения промышленного производства. М., СОНС при Госплане СССР, 1971.
23. Оптимальное территориально-производственное планирование. Под ред. А.Г.Аганбегяна и Д.М.Казакевича. Новосибирск, Изд. "Наука", Сибирское отделение, 1969.
24. Пугачев В.Ф. Оптимизация планирования. М., "Экономика", 1968.
25. Проблемы моделирования народного хозяйства. Ч. I. Под ред. К.А.Багряниновского, В.Н.Богачева, К.К.Вальдтуха. Новосибирск, 1970.
26. Проблемы экономической эффективности размещения социалистического производства в СССР. М., "Наука", 1968.
27. Проблемы народнохозяйственного оптимума. И., "Экономика", 1969.
28. Сиехов Б.М. Перспективное народнохозяйственное планирование. М., "Экономика", 1968.
29. Смирнов А.Д. Моделирование и прогнозирование социалистического воспроизводства. И., "Экономика", 1970.
30. Тезисы докладов на симпозиуме по моделированию народного хозяйства. Новосибирск, -27 июня 1970 г.
31. Тилова методика определения экономической эффективности капитальных вложений. Экономическая газета, 1969, сентябрь, № 39.
32. Шатилов Н.Ф. Моделирование расширенного воспроизводства. М., "Экономика", 1967.

Поступила в редакцию  
21.01. 1971 г.