О П Т И М А Л Ь Н О Е   П Л А Н И Р О В А Н И Е

Сборник трудов

1967 г.   Института математики СО АН СССР   Выпуск 8

Л.В. КАНТОРОВИЧ

ОБ ИСЧИСЛЕНИИ НОРМЫ ЭФФЕКТИВНОСТИ НА БАЗЕ ОДНОПРОДУКТОВОЙ МОДЕЛИ РАЗВИТИЯ ХОЗЯЙСТВА*)

Имеется два вида народнохозяйственных моделей: модели микроэкономические, которые имеют дело с отдельными отраслями, многими продуктами, и модели макроэкономические, построенные на глобальных показателях народного хозяйства, таких, как общественный продукт, национальный доход, совокупные фонды, исчисленные по народному хозяйству в целом. Такого рода модели неоднократно применялись для анализа и прогнозирования капиталистической экономики. Естественно и этот подход поставить на службу исследования управляемой социалистической экономики. Работы этого плана имелись и раньше, но моделей оптимального управления мне не встречалось. В нашей совместной с Л.И. Горьковым работе 1959 года [1] было построено несколько типов таких моделей. Модели, предполагающие мгновенную превращаемость фондов, учитывающие отсутствие превращаемости фондов и амортизацию, учитывающие постепенное забрасывание фондов в связи с их экономической отсталостью. Эти модели приводят к дифференциальным уравнениям, к довольно своеобразным

*)Статья представляет собой обработку стенограммы доклада на совместном семинаре математико-экономического отдела Института математики и экономико-математической лаборатории Института экономики СО АН СССР.

интегродифференциальным уравнениям и к другим функциональным уравнениям. В указанной раооте были сделаны также некоторые исследования, касающиеся нормы эффективности. В свое время эта работа докладывалась Л.И.Горьковым на конференции 1960г.[2] и вызвала определенный интерес, в частности в дискуссии по ней участвовал А.Н.Колмогоров [3]. Однако эта работа, хотя она и представлялась перспективной, была фактически заброшена. Только недавно, с прошлого года,в сотрудничестве с И.Г. Глобенко я возобновил работу по этому вопросу.Результаты первого более или менее законченного этапа, относящиеся к простейшей однопродуктовой модели, с мгновенной превращаемостью фондов опубликованы в нашей заметке в ДАН [4]. В данной статье основное внимание уделено экономической постановке вопроса и выводам.

Рассматривается однопродуктовая модель.На первый взгляд однопродуктовая модель представляется крайней степенью идеализации по отношению к реальному народному хозяйству.Рассматривается всего один продукт, его и едят, в него одеваются,из него же строят фабрики и делают машины. На самом деле эта идеализация не столь велика; в действительности в экономическом подходе все продукты соизмеримы - в деньгах или в труде / по стоимости /. Применяя ту или иную концепцию ценообразования , можно каждый продукт характеризовать денежной оценкой его, и произведенное соизмерение позволяет всякую модель экономики рассматривать,как однопродуктовую в денежном измерении.Это апробировано опытом, поскольку макроэкономические глобальные модели довольно широко используются в западных экономических школах (Харрод, Кейнс и др.).

Тот факт, что модель расширенного производства К. Маркса двухпродуктовая, является убедительнейшим свидетельством возможности эффективного качественного и количественного анализа на базе макроэкономических моделей.

Формально, математически мы считаем, что имеется всего один продукт. С математической стороны то, как именно все продукты превращены в один - через деньги, стоимости,энергетически, или весовым образом, или каким либо другим -не столь существенно.

Итак, рассматриваем экономическую систему, в которой создается один продукт. Часть его идет на потребление, а часть на увеличение основных и оборотных фондов, причем в данной модели эти фонды не различаются между собой.

Исходными являются следующие величины:

$T(t)$ - ресурсы производительного труда, которыми мы располагаем в момент времени t (труд редуцирован -одного вида). Эта функция считается заданной - заранее известной величиной из демографических данных, условий занятости или иных соображений. Через $K(t)$ обозначим фонды хозяйства, которыми оно располагает в момент времени t . Эта функция искомая ; задано начальное $K(0)$. Основное значение в модели имеет производственная функция - $U(K,T)$, т.е. функция, которая характеризует сколько можно произвести продукта в единицу времени, имея данные фонды размера K и данные ресурсы труда T при рациональном использовании их.

То есть, имеется в виду, что эта функция уже включает в себя оптимальное решение, иначе говоря известно, как этими объемами фондов и труда распорядиться наилучшим образом, чтобы произвести максимальное количество продукта в единицу времени. Относительно этой функции делается предположение, довольно естественное, (хотя вообще можно от него отойти) , что она положительно однородная, $U(\lambda K, \lambda T) = \lambda U(K,T)$ $\lambda > 0$ т.е., если располагаем в λ раз большими фондами и трудом , то можем произвести в λ раз больше продукта.

Далее из того факта, что функция $U(K,T)$ базируется на оптимальных способах и допускается гипотеза, что вместе с какими-либо производственными способами можно использовать их линейные выпуклые комбинации, вытекает, что вместе с каждыми двумя точками в множество $U(K,T) > C$ войдет и промежуточная, и следовательно функция $U(x,1)$ является вогнутой книзу. Поэтому последнее требование также включается в принятые гипотезы.

Располагая в момент времени t трудом $T(t)$ и фондами $K(t)$, мы можем выразить национальный доход- производимую

ж) Обращаем внимание на то, что производственная функция дает чистую продукцию получаемую в результате затраты труда T в единицу времени, фонды K приступают и участвуют в производственном процессе, но не расходуются (если некоторая часть их расходуется, то она исключается из чистой продукции) и переходят на следующий период. Таким образом фонды (капитал) играют в этом производственном процессе роль катализатора, влияют на производительность труда, создающего продукт.

системой чистую продукцию, рассчитанную на единицу времени. Она будет определяться формулой:

$$P(t)=u[K(t),T(t)].$$

Относительно характера потребления делаем следующее предположение. Мы полагаем, что либо объем потребления $v(t)$ задан в каждый момент, или же эта функция определяется параметрами состояния системы, т.е.

$$v(t)=v[t,T(t),K(t),P(t)].$$

Иначе говоря, на основе знания того, чем располагает хозяйство, сколько производится продукции, каковы ресурсы труда и пр. решается однозначно вопрос о том, сколько надо выделить на потребление, остальное идет на накопление. Потребление рассматривается в общем объеме не различая личного и общественного.

Типичны две простейшие гипотезы о потреблении:

а) потребление пропорционально ресурсам труда

$$v(t)=aT(t)$$

/можно также предположить определенные темпы роста его

$$v(t)=ae^{\varepsilon t}T(t),$$

б) на потребление отводится некоторая доля продукта-$(1-\gamma)$, а остальная часть γ идет на накопление.

Тогда развитие экономики записывается очень простым дифференциальным уравнением

$$\frac{dK}{dt}=P(t)-v(t)=\bar{u}[K(t),T(t)]-v[t,T(t),K(t),P(t)] \quad (1)$$

Частные случаи Iа и Iб, соответствующие указанным двум гипотезам:

$$\frac{dK}{dt}=u[K(t),T(t)]\,aT(t) \quad \text{(Ia)}$$

$$\frac{dK}{dt}=\gamma u[K(t),T(t)]. \quad \text{(Iб)}$$

Составление уравнения (I) (и его частных случаев) основывается формально на полной однородности продукта, в том числе и материализованного в виде фондов. Иначе говоря, предполагается, что фондам всегда может быть придана нужная форма, из одной формы они могут быть преобразованы в другую и, в частности, благодаря этому можно без потерь перейти от одной структуры производства (соотношения труда и фондов) к другой. Эту гипотезу о мгновенной превращаемости фондов,следует выделить и подчеркнуть, т.к. даже при изучении однопродуктовой модели она не является обязательной (см. (I)).В применении к реальному хозяйству она означает,например, что если в хозяйстве перестало быть эффективным применение тракторов старой системы, то они могут быть в любой момент заменены /проданы , сняты с баланса / на тракторы новой системы на ту же сумму и т.п. Эта гипотеза превращаемости фондов также на первый взгляд кажется, в особенности в применении к социалистическому народному хозяйству, крайней абстракцией. Ниже мы вводим некоторые поправки в модель, частично ослабляющие эту гипотезу. Однако мы сразу же хотим отметить, что даже в первоначальном виде она является не столь жесткой и неправомерной. В разумно строящейся экономике просто не возникает надобность в преобразовании недавно созданных фондов,так как в процессе планирования имеется прогноз и потребности в продукции,и технического прогресса,и соотношения балансов труда,и капитала, и они учитываются в принимаемых экономических решениях относительно капиталовложений. Создаваемые фонды строятся из расчета,что в течение ряда лет они будут давать нужную продукцию и будут экономически эффективными. Короче говоря , гипотеза о возможности превращения фондов приемлема потому , что нет большой надобности в таком превращении и,следовательно, в использовании этой гипотезы.

Остановимся на характере оптимальности построенной модели. В соответствии с состоянием системы производственная функция определяет уровень производства. Уровень потребления также определен состоянием системы. Таким образом внешне мы имеем детерминированное уравнение и никаких параметров управления и оптимизации нет. Но в действительности эта оптимизация проведена неявно за счет непрерывного оптимального преобразования фондов и использования производственной функции, построенной на основе оптимального выбора производственных решений. Поэтому можно сказать,что в полученном решении осуществлена дифференциальная оптимизация, т.е. в каждый момент времени выбирается та политика, которая дает наибольший при-рост фондов за элемент времени, с учетом требований потребления, подлежащих удовлетворению.

Последнее время на Западе появилось большое количество работ (Купманс, Гейл, Инагаки [5 - 7] и др.) по оптимальным моделям роста, но они построены несколько в ином плане. Там ставится задача оптимизации распределения средств между прошедшим и будущим, трудная и весьма условно и неопределенно ставящаяся проблема.Она очень интересна,но в нашей постановке она не рассматривается и принцип распределения между накоплением и потреблением предполагается заданным.

Наше исследование относится к первому из тех трех типов моделей, которые фигурируют в моей работе с Л.И.Горьковым.Нас будет больше всего интересовать один параметр системы,- норма эффективности. Это параметр чрезвычайно важный для экономических исследований, потому что расчет эффективности конкретных капиталовложений,расчет цен по схеме цены производства и по схемам оптимального планирования в значительной степени опираются на знание норматива эффективности. В то же время отсутствуют объективные и достаточно эффективные подходы для его определения. Подход, который применялся в работах В.В.Новожилова и моих для выбора уровня реализуемых капиталовложений, носит скорее теоретический характер. Правда,В.Н.Богачев делал попытки реализовать его на конкретном отраслевом материале, но реализовать его в целом по стране, по-видимому, чрезвычайно трудно. А нужда в его исчислении очень острая. Даже в таком важном вопросе, как установление новых цен (вводимых с июля 1967 г.) норматив эффективности был принят крайне условным(15%) без достаточного теоретического обоснования. Поэтому очень желательно дать объективные пути для подхода к определению этого важнейшего народнохозяйственного экономического показателя. Представляется,что метод макроэкономических моделей дает некоторые подходы и для грубой количественной оценки и для качественного исследования этого показателя, зависимости его от различных параметров экономической системы.

Удобно для ряда исследований использовать замену переменных, в качестве новой неизвестной функции ввести фондовооруженность труда

$$S(t)=\frac{K(t)}{T(t)}\,. \qquad (2)$$

Тогда уравнение (I) после этой замены приобретает вид

$$S' + \frac{T'}{T} S = \mathcal{U}(S,1) - \frac{v}{T} , \qquad (3)$$

а частный случай (Iб) вид:

$$S' + \frac{T'}{T} S = \gamma \mathcal{U}(S,1) . \qquad (3б)$$

Отметим некоторые случаи, когда это уравнение интегри - руется в конечном виде, в элементарных функциях или в квадра-турах, т.е. в аналитической форме.

Это следующие случаи:

а) $$T = T_0 e^{\delta t} ; \quad 0 \leq t < \infty ,$$

т.е. принимается нормальный показательный рост демографичес - кой функции народонаселения

б) $$\mathcal{U}(K,T) = CK + \ell T$$

случай линейной зависимости. Поскольку любую функцию можно ап-роксимировать так на каком-то участке, этот случай также не-безынтересен.

в) $$\mathcal{U}(K,T) = d K^{\alpha} T^{1-\alpha} , \quad 0 < \alpha < 1 ,$$

функции Кобба-Дугласа (точнее её частный случай) ,которая по данным американской статистики довольно хорошо описывает про-дуктивность предприятий при различных значениях капитала и труда

г) $$\mathcal{U}(K,T) = K \ln \frac{T}{K} ; \ (T \geq K) .$$

Уравнение Iб интегрируется во всех 4-х случаях, а уравнениеIа интегрируется в явном виде в случаях а,б и г.

После того,как функция $K(t)$ найдена из уравнения (I), находится национальный доход $P(t)$, производительность тру-да и другие параметры системы.

Тот факт, что функцию роста системы можно выписать в яв-ном виде, имеет некоторое значение. В институте математики СО АН произведен ряд экспериментальных расчетов линейно-про - граммных динамических моделей (см. статьи Г.Г. Пузановой [8] и Л.А. Пономаревой [9] в настоящем сборнике). Такой путь имеет известные преимущества в части свободы выбора параметров, возможности расчета сложных структур. С другой стороны, этим путем получаются лишь численные результаты частных экспериментов, которые должны как-то обобщаться, анализироваться. Напротив, непрерывные модели дают результаты в аналитическом виде, что облегчает качественный анализ. Не следует противопоставлять эти подходы один другому, видимо разумно сочетать и то и другое средство анализа.

Переходим к основному параметру системы, интересующему нас – норме эффективности. Норма эффективности есть тот эффект в приросте чистой продукции, который дает в расчете на единицу времени целесообразно использованная дополнительная, добавочная (предельная) единица капиталовложений. Как это доказано в нашей статье с Макаровым В.Л. [10], для модели указанного вида она выражается простой формулой:

$$h_э = \frac{du(K,T)}{dK} .$$

Выведем формулу для нормы эффективности в нашей модели. Запишем уравнение для прироста национального дохода:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{d}{dt}\left[T\,u(S,1)\right] = T'\,u(S,1) + T\,u'_S(S,1)\,S'_t .$$

Поскольку производится замена переменной

$$S = \frac{K}{T} , \quad \text{то} \quad h_э = u'_S(S,1) .$$

Заменяя $u'_S(S,1)$ на $h_э$ и затем решая полученные уравнения относительно нормы эффективностий, найдем:

$$h_э = \frac{\frac{dp}{dt} - T'\,u(S,1)}{T\,u(S,1) - T'S - V} = \frac{\frac{1}{p}\frac{dp}{dt} - \frac{T'}{T}}{1 - \frac{T'}{T}\frac{K}{p} - \frac{V}{p}} . \qquad (4)$$

Величины, входящие в эту формулу, имеют наглядный экономический смысл. В числителе – темп роста национального дохода, темп роста народонаселения или трудовых ресурсов, в знаменателе – отношение фондов к национальному доходу (фондоёмкость продук -

ции), отношение фонда потребления к национальному доходу, - величины понятные не только каждому экономисту, но каждому интеллигентному человеку.

В частности, в случае функции Кобба-Дугласа получается особенно простая формула:

$$n_э = \alpha \frac{P}{K} . \tag{4a}$$

Из формулы (4) можно получить и другие следствия. Например, зависимость темпа роста национального дохода от различных факторов

$$\frac{1}{P}\frac{dP}{dt} = \frac{T'}{T} + n_э\left(1 - \frac{T'}{T}\ \frac{K}{P} - \frac{V}{P}\right) .$$

Заслуживает внимания тот факт, касающийся структуры формулы (4), что в выражение нормы эффективности не входит явно производственная функция и $n_э$ связывается непосредственно с глобальными показателями экономики.

Проведем некоторые модификации модели:

Учет технического прогресса. Технический прогресс упрощенно учитывается в следующей форме. Принимается, что через несколько лет можно теми же фондами, с теми же затратами труда произвести больше продукта. Точнее формула для национального дохода берется в следующем виде:

$$P(t) = e^{\rho t}\ u(K,T) , \tag{5}$$

где $u(K,T)$ производственная функция для начального периода. Соответственно уравнение для K принимает вид:

$$\frac{dK}{dt} = e^{\rho t} u(K,T) - V(t) . \tag{6}$$

Не повторяя всех выкладок, приведем формулу нормы эффективности для этого случая:

$$n_э = \frac{\frac{1}{P}\frac{dP}{dt} - \left(\rho + \frac{T'}{T}\right)}{1 - \frac{T'}{T}\ \frac{K}{P} - \frac{V}{P}} . \tag{7}$$

Учет физического и морального износа. Принимая во внимание физический и моральный износ фондов, мы в некоторой мере приближаем модель к действительности. Теперь уже предполагается, что фонды преобразовываться не могут. Поэтому они становятся менее полноценными – за счет физического износа , за счет морального износа, к которому может быть отнесен "экономический " износ, то есть несоответствие структуры фондов (по уровню фондовооруженности) новым требованиям и, наконец, выбывание фондов из-за их ненужности, в связи с изменением потребности в продукции (в последнем случае учитывается реальная многопродуктовость). Формально говоря, вместо номинальных фондов K рассматриваются уцененные фонды $\bar{K}$, т.е. воспроизводственная стоимость фондов – стоимость фондов, могущих обеспечить (при труде T) ту же продуктивность, что и данные фонды K . Оптимальная на данный момент структура фондов перестает быть оптимальной в течение времени. Обозначим через δ долю фондов, теряемую в расчете на единицу времени. Тогда уравнение для уцененных фондов может быть записано в виде:

$$\frac{d\bar{K}}{dt} = u(K(t) \quad T(t)) - \delta\bar{K}(t) - V t) \cdot \qquad (8)$$

Под производственной функцией $u(\bar{K}, T)$ здесь разумеется функция, характеризующая продуктивность при оптимальной структуре фондов размера K и труде T . Конечно при составлении уравнения могли бы быть приняты и другие гипотезы, например, теряемую долю фондов δ можно было бы считать не постоянной, а зависящей от срока вступления фондов. При принятой гипотезе, исходя из уравнения (8), получаем для нормы эффективности формулу:

$$n_э = \frac{\frac{1}{P}\frac{dP}{dt} - \frac{T'}{T}}{1 - \frac{V}{P} - \frac{K}{P}\frac{T'}{T} - \delta\frac{K}{P}},$$

(она получается из (4), т.к. потерю фондов $\delta\bar{K}(t)$ можно формально присоединить к потреблению).

Учет лага. При формировании уравнения мы считали, что накопления немедленно превращаются в работающие фонды. Фактически имеется процесс строительства, изготовления и монтажа оборудования, период освоения производственных мощностей. Имеет место и известное моральное старение фондов в период строительства. Отражение этих моментов в модели важно, т.к.сроки строительства зависят от организации и технологии строитель - ства, вида предприятий, поэтому важно проанализировать зависимость экономических показателей системы от этих причин.

Учет срока строительства может быть сделан двояко. Можно рассматривать фонды в разные периоды, тогда может быть построено уравнение с запаздыванием. Мы применим здесь более упрощенный подход при составлении уравнения.

Обозначим через v средний срок реализации накоплений (средневзвешенный срок замораживания средств в процессе строительства, дополненный приведенным сроком освоения).Поскольку вступающие в данном году фонды определяются накоплениями сделанными V лет назад, то эти накопления ниже чем накоп - ления данного года в $(1+\beta)^{v}$ раз, где $\beta=\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt}$ -темп роста национального дохода. Поэтому уравнение для уцененных фондов, с учетом срока строительства (и освоения)при достаточной плавности фигурирующих в нем функций, может быть записано в виде:

$$(1+\beta)^{v}\frac{d\bar{K}}{dt}=u(\bar{K},T)-\delta\bar{K}-v\,, \tag{10}$$

где,как указывалось,

$$\beta=\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt} \tag{II}$$

либо

$$\beta\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt}+\delta\,, \tag{IIa}$$

в последнем случае имеется в виду,что учитывается и моральный износ фондов в период строительства.

Для этого случая формула для нормы эффективности принимает вид:

$$n_э=\frac{\left(\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt}-\frac{T'}{T}\right)\left(1+\beta\right)^{v}}{1-\delta\frac{K}{\rho}-\frac{V}{\rho}-\frac{T'}{T}\cdot\frac{K}{\rho}\left(1+\beta\right)^{v}}\,. \tag{I2}$$

Произведенный анализ основывается на крайне упрощенных моделях. Однако нам представляется, что несмотря на это он может оказаться плодотворным, так как простота полученных решений и зависимостей делает удобным качественный анализ. Известным подтверждением эффективности анализа даже простейших моделей является опыт применения анализа в области естествознания. Некоторые самые упрощенные модели в механике, построенные Л.Эйлером, И.Бернулли послужили базой для гидравлики, сопротивления материалов и других прикладных дисциплин, на которых строится большинство технических расчетов. Таким образом, сама простота приведенных моделей не является препятствием для их эффективности и удовлетворительной точности, хотя конечно, последняя подлежит исследованию и анализу.

Приведем для иллюстрации некоторые расчеты нормы эффективности согласно приведенным моделям. Для этого иллюстративного расчета применим следующие исходные данные, которые мы берем не из статистических данных, но для которых выбираем правдоподобные значения, сходные с соответствующими данными для нашего хозяйства. Именно принимаем:

фондоёмкость продукции: $\frac{K}{P} = 2$;

темп роста национального дохода: $\frac{1}{P}\ \frac{dP}{dt} = 0{,}08$;

доля потребления в национальном доходе: $\frac{V}{P} = 0{,}7$;

темп роста ресурсов труда: $\frac{T'}{T} = 0{,}02$,

Тогда формула (4) дает для $n_э$ значение

$$n_э = 0{,}23.$$

(По формуле (4а) это же значение получилось бы при $\alpha = 0{,}46$; для $\alpha = 0{,}33$ - значение α по статистическому анализу данных американской экономики-получили бы $n = 0{,}165$).

Если использовать модель, учитывающую выбытие фондов и принять $\delta = 0{,}03$, получаем

$$n_э = 0{,}30 \quad \text{, если принять } \bar{K} = K$$
$$n_э = 0{,}27 \quad \text{, если принять } \bar{K} = 0{,}75\,K$$

то-есть еще большее значение для $n_э$.

Учет сроков строительства еще повышает значение для $n_э$. Получаем принимая $V = 2$, $\bar{K} = 0{,}75\,K$ и пользуясь формулой (II) для β

$$n_э = 0{,}32$$

Несколько снижает значение $n_э$ учет технологического прогресса. Принимая $\rho = 0{,}02$ получаем

$$n_э = 15{,}4\ \%,$$

если одновременно учесть износ и технический прогресс, то при $\bar{K} = K$

$$n_э = 20{,}0\ \%$$

Необходимо сказать однако, что в действительности наряду с наличием технического прогресса имеет место заметное снижение себестоимости продукта. Поэтому переход от продукта к денежной единице (на основе чего обычно строится норма) привел бы к некоторому увеличению значения нормы эффективности.

Конечно, на основе приведенных иллюстративных расчетов преждевременно было бы строить какие-либо окончательные выводы. Прежде всего нужен серьезный статистический анализ для получения обоснованных исходных данных. Мы надеемся его дать в другом месте. Должна быть отработана методика определения необходимых параметров, например, как оценивать уцененные фонды $\bar{K}$ – по воспроизводственному эквиваленту, либо путем подсчета потерь – выбытия реальных фондов – отклонения от номинала K в результате действия различных причин (физический износ, моральный износ, структурное несоответствие, несоответствие по продукции).

Далее, если бы эти данные были бы взяты по статистике реального народного хозяйства, то существенные различия хозяйства и модели: многопродуктовость, отсутствие превращаемости фондов, недостаточная оправданность гипотезы об его оптимальности (не только в данный момент, но и в прошлом), не позволяют полученное в расчете значение принять в качестве базы для суждения о действительном значении нормы эффективности. Однако, поскольку указанные отложения скорее ведут к повышению нормы эффективности, чем к понижению её, приведенные данные, также как и некоторые другие расчеты, в известной мере подтверждают неоднократно высказывавшееся автором из интуитивных соображений суждение о высоком значении нормы эффективности для нашего хозяйства, порядка – 20–25–30 %. Во всяком случае новый путь, который дают приведенные выше модели для приближенного, но объективного подхода к исчислению нормы эффективности, должен быть использован, особенно учитывая значение этого показателя для планово-экономических вопросов.

Поскольку мы не имеем других эффективных способов точного расчета нормы эффективности для народного хозяйства, то этим путем мы не можем получить удовлетворительной оценки точности расчета её по приведенным моделям. Однако такое сопоставление мы можем провести с другими моделями. Именно на основе однопродуктовых и многопродуктовых моделей, которые допускают точный линейно-программный расчет имеется возможность такое сопоставление произвести. Предварительные расчеты показывают удовлетворительность получаемого результата. Анализ подобных моделей может быть использован и для уточнения методики определения некоторых параметров входящих в рассмотренные модели ($\rho, \bar{k}, \delta, \beta$).
Указанные сопоставления можно произвести и на основе аналитических расчетов других более сложных моделей, например, с моделью типа Ш статьи 1 , учитывающей возможность забрасывания фондов в силу их структурного несоответствия, с некоторыми другими воспроизводственными мо[illegible]ями.

К анализу таких моделей я надеюсь еще вернуться.

Литература

I. Л.В. Канторович и Л.И.Горьков. Функциональные уравнения однопродуктовой модели. ДАН СССР, т.129, №4, 1959 г.

2. Л.И. Горьков. Однопродуктовая динамическая модель и анализ экономической эффективности капитальных вложений. Сборник Математический анализ расширенного воспроизводства, Москва Изд. АН СССР, 1962 г.

3. А.Н. Колмогоров, Выступление. Там же.

4. Л.В. Канторович и И.Г. Глобенко. Однопродуктовая динамическая модель при наличии мгновенной превращаемости фондов, Доклады АН СССР, 1967 г.

5. T.C.Koopmans. On the concept of optimal economic growth. Pontifiral academial Scientiarum Scripta Varia (1965).

6. D.Gale. Optimal programs for a multy-sector econonomy with an infinite time horizon (1965) , preprint.

7. Inagaki. Optimal growth under techological progress. Neitherlands economic institute. Pablication N 38/66 (1966).
8. Г.Г.Пузанова. Некоторые экспериментальные расчеты на однопродуктовой динамической модели (данный сборник).
9. Л.А.Пономарева. Построение и расчет упрощенной динамической модели народнохозяйственного планирования, основанной на информации межотраслевого баланса (данный сборник).
10. Л.В.Канторович, В.Л.Макаров. Оптимальные модели перспективного планирования.Сб. Применение математики в экономических исследованиях. Издательство "Мысль" т.Ш, 1965 г.